

УДК 624.012:624.075

DOI: <https://doi.org/10.18664/1994-7852.137.2013.102715>

*Д-р техн. наук И.Э. Мартынов,
кандидаты техн. наук Е.Ф. Орел,
Г.Л. Ватуля*

*Doct. of techn. sciences I.E. Martynov,
candidates of techn. sciences E.F. Orel,
G.L. Vatulya*

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ И ПРЕДЕЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ ТРЕХСЛОЙНЫХ ПЛИТ

STRESS-STRAINED AND LIMITING STATE OF SANDWICH SLABS

Постановка проблемы. В настоящее время широкое применение получили конструкции с внешним листовым армированием. Наибольший эффект от внешнего армирования достигается в изгибаемых в двух направлениях плитах перекрытий и покрытий благодаря тому, что плоский стальной лист, работая в условиях двухосного растяжения, повышает жесткость и несущую способность плиты. Применение сталебетонных конструкций позволяет существенно улучшить показатели материалоемкости, стоимости и

трудоемкости строительства, благодаря применению стального листа в качестве составной части опалубки, совмещению функций рабочей арматуры с опалубкой, изоляционными и защитными функциями, компактному расположению у внешней кромки, что наиболее рационально для изгибаемых элементов.

Анализ основных исследований и публикаций. Внедрение изгибаемых в двух направлениях сталебетонных плит затруднено ввиду недостаточной разработанности методов расчета и проектирования.

Проблема расчета сталебетонных плит на силовые воздействия состоит в первую очередь в необходимости учета нелинейности деформирования бетона, его анизотропных свойств, зависимости жесткостных коэффициентов от нагрузки и других факторов [1, 2]. Также необходимо учитывать влияние граничных условий, расположение армирующих листов, толщины стальных листов, податливости объединения стального листа и бетона. При

выводе физических уравнений для элемента с трещинами необходимо учитывать анизотропные свойства, возможные деформации сдвига по контакту стальных листов с бетоном, работу растянутого бетона над трещиной и т. д. [3].

Основной материал статьи. Элемент трехслойной сталебетонной плиты, а также возникающие в элементе напряжения и деформации приведены на рисунке.

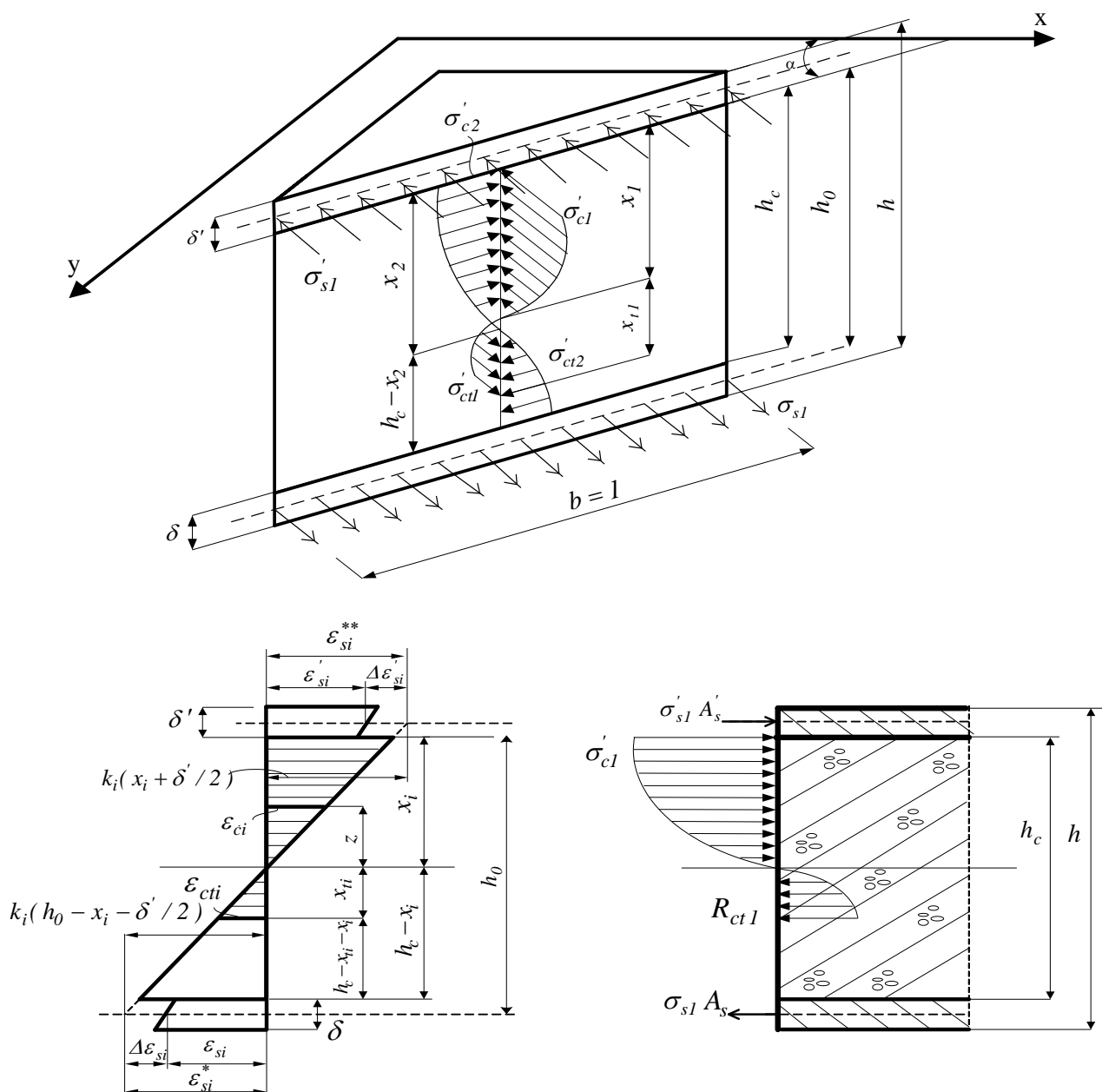


Рис. Напряжения и деформации в сечении сталебетонного элемента трехслойной сталебетонной плиты

Уравнение равновесия изгибаемого элемента сталебетонной плиты, нагруженного поперечной нагрузкой, принимается в виде

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{2\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -P(x, y), \quad (1)$$

где $P(x, y)$ – функция поперечной нагрузки.

Геометрические зависимости для кривизны принимаются в соответствии с линейной теорией упругости

$$K_x = -\partial^2 w / \partial x^2; \quad K_y = -\partial^2 w / \partial y^2; \quad K_{xy} = -\partial^2 w / \partial x \partial y, \quad (2)$$

где $w(x, y)$ – функция прогибов (вертикальных перемещений) точек плиты в ортогональной системе координат.

Физические уравнения изгиба имеют вид

$$\begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K_x \\ K_y \\ 2K_{xy} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где $D_{11} = D_1 \sin^2 \alpha + D_2 \cos^2 \alpha$; $D_{12} = D_{21} = D_\mu$;

$D_{13} = D_{31} = D_{23} = D_{32} = (D_1 - D_2) \cos \alpha \cdot \sin \alpha / 2$;

$D_{22} = D_1 \cos^2 \alpha + D_2 \sin^2 \alpha$; $D_{33} = (D_1 + D_2 - 2D_\mu) / 4$;

$D_\mu = 0,5(D_{\mu 1} + D_{\mu 2})$;

$$D_i = -\frac{x_i^3 E_c}{3(1 - \nu_c^2)} + \frac{x_{ti}^3 E_{ct}}{3(1 - \nu_{ct}^2)} + \frac{E_s A_s (h_0 - x_i)^2 \lambda_i}{(1 - \nu_s^2)} + \frac{E_s' A_s' (x_i + \frac{\delta'}{2})^2 \lambda_i'}{(1 - \nu_s'^2)};$$

$$D_{\mu i} = \frac{x_i^2 x_j E_c \nu_c}{3(1 - \nu_c^2)} + \frac{x_{ti}^2 x_{tj} \nu_{ct} E_{ct}}{3(1 - \nu_{ct}^2)} + \frac{\nu_s E_s A_s (h_0 - x_i)(h_0 - x_j) \lambda_j}{1 - \nu_s^2} + \frac{\nu_s' E_s' A_s' (x_i + \frac{\delta'}{2})(x_j + \frac{\delta'}{2}) \lambda_j'}{(1 - \nu_s'^2)}, (i = 1, 2; j = 2, 1),$$

где A_s, A_s' – площадь стального листа в растянутой и сжатой зоне сечения на единице длины;

$E_c, E_{ct}, \nu_c, \nu_{ct}$ – параметри деформирования, полученные приведением бетона к условно изотропной мгновенно-упругой сплошной среде;

E_s, ν_s, E'_s, ν'_s – параметри деформирования стального листа в растянутой и сжатой зонах;

x_i – положения нейтральных осей.

Параметры деформирования находятся по следующим зависимостям:

- для сжатого бетона:

$$\begin{aligned} \nu_c &= \eta(1 - \bar{E}_{c1}/\bar{E}_{c2}) / (1 - \eta^2 \bar{E}_{c1}/\bar{E}_{c2}); \\ E_c &= \bar{E}_{c1}(1 - \nu_c \eta); \end{aligned} \quad (4)$$

- для растянутого бетона:

$$\begin{aligned} \nu_{ct} &= \eta(1 - \bar{E}_{ct1}/\bar{E}_{ct2}) / (1 - \eta^2 \bar{E}_{ct1}/\bar{E}_{ct2}); \\ E_{ct} &= \bar{E}_{ct1}(1 - \nu_{ct} \eta), \end{aligned} \quad (5)$$

где \bar{E}_{ci} , \bar{E}_{cti} – обобщенные интегральные модули деформаций сжатой и растянутой зоны сечения,

$$\begin{aligned} \bar{E}_{ci} &= 3 \sum_{k=1}^n A_{ik} (\varepsilon'_{ci})^{k-1} / (k+2); \\ \bar{E}_{cti} &= 3 \sum_{k=1}^n A_{tik} (\varepsilon'_{cti})^{k-1} / (k+2), \end{aligned} \quad (6)$$

где A_{ik}, A_{tik} – коэффициенты, определяемые из условия минимума квадратичных отклонений экспериментально полученных значений напряжений в опытах Г. Купфера и подсчитанных с использованием зависимостей в виде полинома пятой степени.

Работа стального листа за пределами упругости описывается методом переменных параметров упругости, введением характеристики пластичности, в соответствии с которой находятся переменные значения модуля упругости и

коэффициента поперечных деформаций упруго-пластического материала. Связь между интенсивностью напряжений и деформаций при этом принимается по диаграмме одноосного растяжения стали.

Влияние податливости контакта стального листа с бетоном (податливость связей сдвига) в каждом сечении учитывается введением параметра λ . Величина этого параметра в соответствии с рисунком для растянутой зоны имеет вид

$$\lambda_i = \frac{\varepsilon^*_{si} - \Delta \varepsilon_{si}}{\varepsilon^*_{si}} = \frac{k_i(h_0 - x_i) - \Delta \varepsilon_{si}}{k_i(h_0 - x_i)}, \quad (7)$$

где $\Delta \varepsilon_{si}$ – величины относительного сдвига по контакту стального листа с бетоном, определяемая экспериментально;

k_i – кривизна сечения;

x_i – расстояние от верхней кромки сечения до нейтральной линии;

δ – толщина стального листа;

h_o – рабочая высота сечения.

Выражение для напряжений в стальном листе, в растянутой зоне получим, соблюдая закон Гука для плоского напряженного состояния относительно напряжений ($i = 1, 2; j = 2, 1$):

$$\sigma_{si} = \frac{E_s}{1 - \nu_s^2} (\varepsilon_{si}^* \lambda_i + \nu_s \lambda_j \varepsilon_{sj}^*) \quad (8)$$

Аналогично определяется напряжение в сжатом листе.

Положение нейтральных осей $x_i (i = 1, 2)$ находится из условия равенства

нулю проекций всех сил, действующих в сечении на горизонтальную плоскость, и определяется по формуле

$$x_i = \frac{\sum_{k=1}^n A_{tik} \frac{(\varepsilon_{cti}')^k (h_o - x_i)}{k + 1} f_{ti} + E_s A_s \varepsilon_{si}^* \text{sign}(i)}{\sum_{k=1}^n A_{ik} \frac{(\varepsilon_{ci}')^k}{k + 1} f_i + E'_s A'_s \varepsilon_{si}^{**} \text{sign}'(i)}, \quad (9)$$

где $\text{sign}(i)$ – функция действительного аргумента, для растянутой зоны определяемая зависимостью

$$\text{sign}(i) = \begin{cases} \frac{1}{1 - \eta \nu_s}, & \text{если } i = 1 \\ \frac{\eta}{\eta - \nu_s}, & \text{если } i = 2 \end{cases} \quad (10)$$

Выражения (1)-(3) представляют собой дифференциальные уравнения изгиба, справедливые для любой точки плиты. Разрешающее уравнение получено подстановкой в выражение (1) значений моментов (выражение (3)) с учетом выражения (2). В разностной форме оно

представляет собой линейное уравнение относительно 20 неизвестных значений функции прогибов в окрестностях рассматриваемой точки с координатами (i, j) . В свернутом виде конечное разрешающее уравнение имеет вид

$$\sum_{L=-2}^{L=2} \sum_{B=-2}^{B=2} B(N) w(i + K, j + L) = P(i, j), \quad (11)$$

где $N = 5K + L + 13$;

$L, K = -2.0, -1.0, 0, 1.0, 2.0$;

$P(i, j)$ – значение функции внешней нагрузки в точке (i, j) .

При записи разрешающего уравнения для точек на контуре и прилегающих к контуру приходится иметь дело с законтурными значениями функций прогибов, которые необходимо увязывать дополнительными (граничными) условиями со значениями этой функции внутри контура.

В работах [4,5] предлагается общий подход к учету граничных условий, в том числе и в угловых зонах пластинки.

В работе [6] приведены алгоритм и программа расчета сталебетонных плит с различными условиями опирания.

Выводы. Таким образом, разработана методика расчета трехслойных и двухслойных сталебетонных плит с различными условиями опирания с учетом особенностей деформирования стального листа (работа за пределом упругости) и бетона (нелинейность деформирования в условиях плоского напряженного состояния и трещинообразования) под воздействием кратковременной нагрузки. Этот расчет производится методом конечных разностей и сводится к проверке прочности стального листа, сжатой зоны бетона, прочности контакта стального листа и бетона, а также прогибов плиты.

Список литературы

1. Чихладзе, Э.Д. Теория деформирования сталебетонных плит [Текст] / Э.Д. Чихладзе, А.Д. Арсланханов // Сб. науч. трудов. – Харьков: ХарГАЖТ, 1996. – Вып. 52. – С. 20-29.
2. Чихладзе, Э.Д. Напряженно-деформированное состояние сталебетонных плит / Э.Д. Чихладзе, А.Д. Арсланханов [Текст] // Научно-технический журнал государственного строительного комитета СССР. – М.: Стройиздат, 1990. – С. 22-26.
3. Карпенко, Н.И. Теория деформирования железобетона с трещинами [Текст] / Н.И. Карпенко. – М.: Стройиздат, 1976. – 218 с.
4. Лобяк, А.В. Моделирование процесса деформирования и потери несущей способности сталебетонной плиты [Текст] / А.В. Лобяк, Е.Ф. Орел // Зб. наук. праць. – Луганськ: ЛНАУ, 2004. – Вип. 45/52. – С. 122-128.
5. Орел, Е.Ф. Численные исследования сталебетонных плит при различных условиях опирания [Текст] / Е.Ф. Орел // Зб. наук. праць. – К.: КиївЗНДІЕП, 2004. – Спец. вып. – С. 242-247.
6. Орел, Е.Ф. Влияние граничных условий на несущую способность сталебетонных плит [Текст] / Е.Ф. Орел // Міжвід. науково-техн. зб. – К.: НДІБК, 2005. – С. 213-219.

Ключевые слова: сталебетонные конструкции, трехслойные плиты, напряженно-деформированное состояние, предельное состояние, несущая способность, контактные силы, кривизна сечения.

Аннотации

У статті наведено методику розрахунку згинальних за двома напрямками сталебетонних плит з різними умовами опирання при силових впливах з урахуванням нелінійності деформування і тріщиноутворення бетону в умовах плоского напруженого стану, пластичних деформацій сталевих листів за межею пружності, податливості з'єднання

листа з бетоном. Отримано повну систему рівнянь, що описує напружено-деформований стан сталобетонної плити під дією навантаження.

В статті приведена методика расчета изгибаемых в двух направлениях сталобетонных плит с различными условиями опирания при силовых воздействиях с учетом нелинейности деформирования и трещинообразования бетона в условиях плоского напряженного состояния, пластических деформаций стального листа за пределом упругости, податливости объединения листа с бетоном. Получена полная система уравнений, описывающая напряженно-деформированное состояние сталобетонной плиты под действием поперечной нагрузки.

The author proposed method of calculation of steel concretes plates, bended in two directions. The methodology is grounded on different terms of opposing at the power influencing, taking into account nonlinear concrete deformation in the conditions of the plate tense state, plastic deformations of steel sheet at a resiliency, pliability of association of sheet with a concrete.