

УДК 66.04

DOI: <https://doi.org/10.18664/1994-7852.170.2017.111276>

ЛАНЦЮГИ МАРКОВА ПРИ МОДЕЛЮВАННІ ЗМІШУВАННЯ КОМПОНЕНТІВ У БАРАБАННІЙ ПЕЧІ ПРИ СПАЛЮВАННІ МУНІЦИПАЛЬНИХ ВІДХОДІВ

Кандидати техн. наук О. П. Крот (ХНУБА), О. І. Ровенський (ПСНЦ НАН України)

ЦЕПИ МАРКОВА ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ СМЕШИВАНИЯ КОМПОНЕНТОВ В БАРАБАННОЙ ПЕЧИ ПРИ СЖИГАНИИ МУНИЦИПАЛЬНЫХ ОТХОДОВ

Кандидаты техн. наук. О. П. Крот (ХНУСА), О. И. Ровенский (ПСНЦ НАН Украины)

AN APPLICATION OF MARKOV CHAINS TO MODELING OF MIXING OF COMPONENTS IN A ROTARY KILN DURING MUNICIPAL WASTE INCINERATION

PhD. tehn. O. P. Krot, O. I. Rovenskyi

Термічний метод утилізації відходів має ряд переваг перед іншими методами. Особливо значущим є зменшення обсягу відходів і генерування додаткової теплової та електричної енергії. Мета роботи: побудова аналітичної математичної моделі змішування компонентів у барабанній печі. Модель базується на математичному апараті ланцюгів Маркова. Модель дає змогу визначати концентрацію ключового компонента в будь-якому елементарному обсязі циркуляційного контура барабана в будь-який момент часу і розраховувати статистичні характеристики однорідності суміші.

Ключові слова: спалювання відходів, барабанна піч, ланцюги Маркова, відходи в енергію, термічна обробка.

Термический метод утилизации отходов имеет ряд преимуществ перед другими методами. Особо значимым является уменьшение объема отходов и генерирование дополнительной тепловой и электрической энергии. Цель работы: построение аналитической математической модели смешивания компонентов в барабанной печи. Модель базируется на математическом аппарате цепей Маркова. Модель позволяет определять концентрацию ключевого компонента в любом элементарном объеме циркуляционного контура барабана в любой момент времени и рассчитывать статистические характеристики однородности смеси.

Ключевые слова: сжигание отходов, барабанная печь, цепи Маркова, отходы в энергию, термическая обработка.

The thermal method of management of municipal waste has a number of advantages over other methods. Especially significant are the decrease in the waste and the produce of additional thermal and electrical energy. Waste incineration technology is widely used in many countries. The application of a multi-stage emission control system minimizes pollution of the environment. The waste incineration process is a complex mechanism due to the heterogeneity of composition of the waste. The goal of the research is to build an analytical mathematical model of mixing of components in a rotary kiln. The model is based on the mathematical apparatus of Markov chains. The model allows to determine the concentration of the key component in any elementary volume of material circulating in the rotary kiln at any time and to calculate the statistical characteristics of the homogeneity of the mixture. The model can be used to optimize the recycling process. For a batch-type machine, the proposed model allows to evaluate various sequences of charging of

components. In the future, the model will be used to research new designs of the equipment with rotary kilns.

Keywords: *waste incineration, rotary kiln, Markov chain, waste to energy, heat treatment.*

Вступ. Муніципальні відходи є джерелом енергії, які за теплою згоряння можна порівняти з деякими марками вугілля і торфом. Технологія спалювання відходів широко використовується в багатьох країнах. Наприклад, у Швеції щорічно спалюється близько 2,5 млн т побутових відходів. Місто Мальме (Швеція) використовує 60 % енергії, отриманої з відходів. Сприяє цьому зростаюча частка пластику у відходах. Для утилізації побутових відходів, що видаляються з вагонів пасажирських поїздів, залізничних станцій і служб, на Південній залізниці було впроваджено в експлуатацію пересувну сміттєспалювальну установку в Харкові і стаціонарну установку в Люботині Харківської області. Для ефективного спалювання сміття, різного за властивостями, у тому числі і великогабаритного, використовується термokatалітична установка з обертовою піччю. Установки такого типу містять: барабанну обертову піч з пальником, завантажувальний пристрій, камеру допалювання, систему каталітичного очищення, систему зрошення для розбризкування содового розчину, систему пилоочистки, димосос і димову трубу. Крім того, установка обладнується системою теплообмінників для нагрівання повітря, що подається на спалювання, і охолодження димових газів перед їх подачею до димососа.

Компоненти, які містяться в спалюваному смітті, з високою теплою згоряння значно знижують витрати палива при спалюванні. Ці компоненти – пластик, дерево, папір тощо. Для ефективного згоряння важливим є стабільність співвідношення палива (як у складі сміття, так і газового) і кисню. Це означає, що відсотковий склад горючих компонентів в

складі сміття повинен бути стабільним. Подача сміття до установки зазвичай дуже нестабільна. До того ж завантажувальні пристрої сприяють сегрегації матеріалу: конвеєр – через скочування великих частинок сміття від середини до периферії, завантажувальна каретка – через періодичність дії. Обертова піч забезпечує найкраще змішування компонентів серед усіх відомих печей. У цьому аналітичному дослідженні запропоновано підхід до моделювання процесу змішування компонентів у обертовій печі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Тема досліджень процесу спалювання відходів є актуальною. Одним з пріоритетних напрямків у процесах спалювання відходів є енергозбереження – низьке споживання енергії й мінімальні теплові втрати.

В [1] автори відзначили, що однією з причин незадовільного управління поведінкою з твердими відходами є недостатнє і неправильне функціонування обладнання, яке використовується для спалювання сміття.

У [2] було проаналізовано перспективність комбінованого використання теплової та електричної енергії на сучасних сміттєспалювальних заводах у Мальме і Гетеборзі (Швеція). Також автор [2] провів критичний аналіз впливу ефективності рекуперації енергії на викиди парникових газів. Наведено баланс на основі даних наявних заводів, а не модель заводу. Авторами [3] була використана модель барабанної печі для виконання аналізу поведінки печі при різних експлуатаційних і конструктивних параметрах, а саме: швидкості потоку відходів, коефіцієнта надлишку повітря, властивостей і товщини вогнетривких матеріалів та ізоляторів.

Розрахунок балансу енергії й маси в печі для спалювання відходів є дуже

важливою частиною розроблення та оцінювання процесу спалювання.

Автори [4] описують комп'ютерну модель, яка використовується для розрахунку балансу енергії й маси обертової печі для спалювання відходів. Розрахунок оснований на припущенні, що існує термодинамічна умова рівноваги в камері згоряння. Враховано параметри моделі: теоретична витрата повітря для горіння, кількість надлишкового повітря, необхідного для конкретних випадків горіння, швидкість потоку димового газу й температури на виході. Нинішні моделі печей, у тому числі барабанних, побудовані на тепловому й матеріальному балансі в процесі переробки. Вони не враховують характеру руху матеріалу всередині барабана.

Метою статі є моделювання підготовки багатокомпонентних муніципальних відходів до спалювання в барабанних обертових печах для підвищення ефективності спалювання і зниження викидів в атмосферу.

Підтримка стабільних умов горіння означає наявність стабільного складу різних компонентів у відходах, стабільної вологості та однорідності компонентів, що може бути досягнуто якісним змішуванням.

Постановка задачі дослідження. Для ефективного спалювання необхідно рівномірно змішувати матеріал. Барабанні бетонозмішувачі найбільш універсальні серед змішувачів, вони можуть працювати із заповнювачем як дрібним, так і дуже крупним [5].

Серед методів визначення раціональних режимів змішування та вибору конструкції змішувача найперспективнішим можна вважати аналітичне математичне моделювання як найменш ресурсомісткий і найбільш оперативний метод.

Аналітично процес змішування прийнято розглядати як складну фізико-механічну систему (ФМС). Комплексний системний аналіз процесу змішування припускає на першому етапі якісний аналіз ФМС [6]. При цьому виділяються два рівні ієрархії фізико-механічних ефектів і явищ, що наявні при протіканні процесу змішування сипких матеріалів: 1) сукупність фізико-механічних явищ у локальному об'ємі (мікрорівень); 2) те ж саме в об'ємі всього апарата (макрорівень). Під локальним об'ємом розуміють деякий елементарний об'єм, у якому міститься досить багато частинок дисперсних фаз. Структурну схему ефектів першого рівня ієрархії ФМС для сполученого процесу змішування - здрібнювання розглянуто в роботі [6] і вона може бути використана при аналізі процесу змішування після внесення відповідних спрощень.

Розглянемо більш докладно другий рівень – макрорівень.

Для опису процесу змішування сипких матеріалів найчастіше використовують *дифузійну* і *коміркову* математичні моделі.

Дифузійна модель [7] відповідає потоку з поршневым рухом матеріалу при наявності поздовжнього і поперечного перемішування частинок. Основне рівняння має вигляд

$$\frac{dC}{dt} = -V \frac{dC}{dx} - \bar{D}_L \frac{d^2C}{dx^2} + \frac{\bar{D}_R}{R} \frac{d}{dR} \left(R \frac{dC}{dR} \right), \quad (1)$$

де C – концентрація ключового компонента; t – час; V – лінійна швидкість потоку; x – координата вздовж потоку; D_L і D_R – коефіцієнти поздовжнього і поперечного

перемішування (аналогі коефіцієнтів дифузії); R – радіус поперечного перерізу потоку.

Основний недолік цього підходу полягає в складності розв'язання рівняння двопараметричної дифузійної моделі й необхідності експериментального визначення значень D_L і D_R на дослідних установках.

Сутність другого підходу (**коміркова** математична модель) полягає в тому, що процес змішування подається як результат перерозподілу частинок при їх русі в потоці матеріалу через систему ланцюжків, складених з комірок ідеального змішування й утворюючих циркуляційний контур змішувача. Цей підхід докладно розглянуто в роботі [8]. Використовуючи його, можна скласти рівняння для розрахунку кінцевої концентрації циркуляційного контура практично з будь-яким з'єднанням зон, але для багатоконтурних схем кінцеві вирази для концентрацій, перетворених за Лапласом, виявляються складними.

Для побудови моделі на другому рівні ієрархічної структури ФМС з урахуванням процесів, що протікають не в локальному об'ємі апарата, а у всьому його робочому просторі, найбільш ефективним визнано математичний апарат випадкових марківських процесів. Приклади їх використання, але для машин з іншими принципами змішування, наведено в роботі Першина В. С. з колегами [9], а також у [8, 10, 11] та у [12].

Як відомо з [9,13], марківські процеси підрозділяють на три види: 1) дискретні в просторі і в часі; 2) дискретні в просторі і

безперервні в часі; 3) безперервні в просторі і в часі.

Для випадку барабанної машини не всі компоненти одночасно беруть участь у процесі змішування, а тільки ті, що в цей момент часу зісковзують з поверхні матеріалу і приземлюються на матеріал (рис. 1). Тому використовуємо перший вид марківських процесів [9]. Рухи переходу ключового компонента на рис. 1 позначені стрілками.

Процес називають марківським, якщо стан системи в деякий момент часу визначає лише ймовірність $P_{ij}(t)$ того, що через проміжок часу t система буде перебувати в стані E_j , причому ця ймовірність не залежить від протікання процесу в попередній період. Ймовірності $P_{ij}(t)$ називають перехідними ймовірностями.

Застосування математичного апарату марківських процесів для аналітичного моделювання змішування сміття перед спалюванням у барабанній печі. Суть методу ланцюгів Маркова така. Нехай $\{E_1, E_2, \dots, E_k\}$ – множина станів деякої фізичної системи. У будь-який момент часу система може перебувати в одному стані й змінює свій стан тільки в моменти $t_1, t_2, \dots, t_n, \dots$. Для однорідних ланцюгів Маркова ймовірність p_{ij} переходу системи зі стану в стан за один крок залежить тільки від того, з якого стану в який здійснювався перехід. Ймовірності переходу p_{ij} розташовуємо у вигляді матриці. Позначимо її

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1k} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2k} \\ \dots & \dots & & \dots \\ p_{k1} & p_{k2} & \dots & p_{kk} \end{bmatrix} \quad (2)$$

і будемо називати *матрицею переходу* однорідного ланцюга Маркова за один крок. Матриця P має такі властивості:

$$a) 0 \leq p_{ij} \leq 1; \quad (3)$$

$$б) \sum_{j=1}^k p_{ij} = 1 \quad (i=1, 2, \dots, k), \quad (4)$$

тобто сума елементів кожного рядка матриці переходу дорівнює одиниці. Квадратні матриці, для яких виконуються умови а і б, називаються *стохастичними*.

Вектор $a=(a_1, a_2, \dots, a_k)$, де $a_i = P(E_i)$ – імовірність появи стану E_i ($i=1, 2, \dots, k$) у початковому випробуванні, називається *вектором початкових імовірностей*.

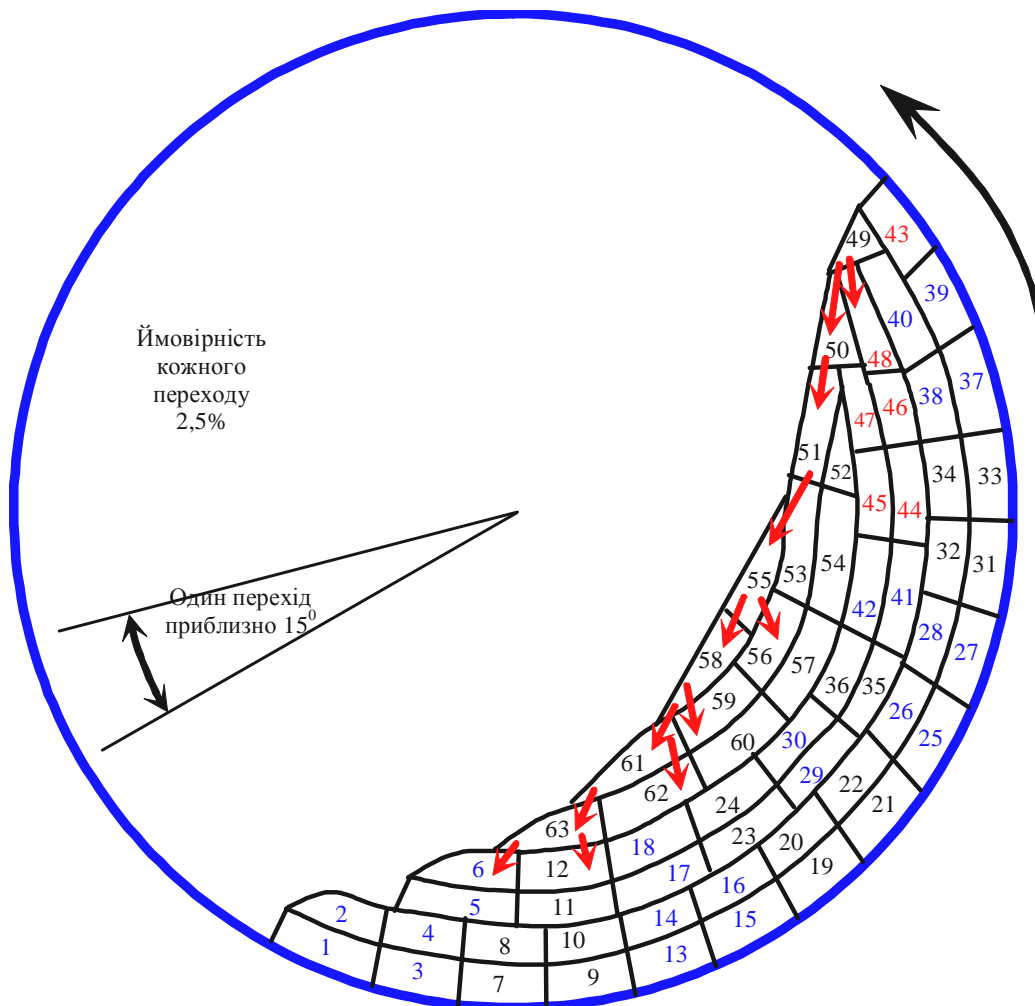


Рис. 1. Циркуляційний контур та шляхи розподілу ключового компонента.
Один повний оберт орієнтовно 24 переходи (кожен з переходів – 15°)

Розділимо весь матеріал, що міститься в барабанній печі, на підшари (наприклад шість-сім підшарів (рис. 1)). Тут зовнішній шар: комірки 1, 3, 7, 9, 13, 15, 19, 21, ... Усі підшари розділимо радіальними лініями на комірки приблизно однакового розміру. При цьому кількість комірок у підшарах, що перебуває ближче до центра барабана, виявиться меншою, ніж у зовнішніх підшарах. На більшій частині

одержаного *циркуляційного контура* матеріал перебуває в щільному стані – комірки від 1 до 5, від 7 до 11, від 13 до 47 та ін. (рис. 1). У зонах, де кут нахилу матеріалу перевищує кут внутрішнього тертя (границі комірок 63-6, 63-12, 61-63, 61-62, 58-61, 58-59, 55-58, 55-56, 51-55, 50-51, 49-50, 49-48), починається сповзання матеріалу. У зонах сповзання шарів матеріалу відбувається сегрегація матеріалу

за крупністю та за густиною внаслідок неоднаковості значень кінетичної енергії частинок різних розмірів і різної густини. На сегрегації основане змішування в таких системах. Частинок більшого розміру і меншої густини продовжують рух у своєму

шарі, дрібніші частинки і частинки більшої густини можуть частково переходити у внутрішні підшари. На рис. 1 такі можливі переходи позначено стрілками. Взаємопроникнення компонентів різних фракцій проілюстровано на рис. 2.

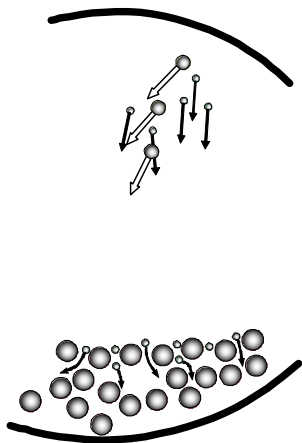


Рис. 2. Ілюстрація розподілення ключового компонента серед масиву заповнювача

Скориставшись сформованою термінологією, назовемо компонент, розподіл якого у всьому обсязі сміття будемо досліджувати, *ключовим* компонентом [5, 11]. Як ключовий компонент можемо розглядати горючий пластик. Решту сміття назовемо *основним* компонентом. Назвемо *переходом* зсув матеріалу на певну кількість комірок. Якщо умовитись, що номери комірок (рис. 1) є координатами в просторі, то *один перехід* – це зсув матеріалу з комірок 1, 2, 3, 4, 5, 6 в комірки 7, 8, 9, 10, 11, 12 і т. д. У запропонованій моделі (рис. 1) одному переходу відповідає поворот барабана на кут 15-20°.

Активність сегрегації на кожній ділянці, де вона може відбуватися, визначається ймовірністю переходу частинок з однієї комірки в іншу. Важливим є питання визначення цієї ймовірності для кожної комірки. У [9] ймовірність переходу частинок в об'єми, що перебувають ближче до центра циркуляції, тобто при $j > i$, визначають за такою формулою:

$$P_{ij} = P_0(1 - C_{j,m-1}), \quad (5)$$

де P_0 – сталий коефіцієнт, що визначається при ідентифікації параметрів математичної моделі реальному процесу, він дорівнює ймовірності переходу частинок ключового компонента в елементарний об'єм, що перебуває ближче до центра циркуляції при нульовій концентрації в ньому ключового компонента;

$C_{j,m-1}$ – концентрація ключового компонента в j -му елементарному об'ємі після переходу $m-1$.

До визначення (чи призначення) коефіцієнта P_0 можна підходити виходячи з аналізу процесу, що протікає. У [9] він розраховується виходячи з відмінності густин ключового й основного компонентів:

$$P_0 = 1 - \frac{2}{3} \frac{K_{main}}{K_{key}}, \quad (6)$$

де K_{main} – густина частинок основного компонента (main component), K_{key} – густина частинок ключового компонента (key component). Якщо густина ключового компонента удвічі більша за густину

основного компонента, а розміри частинок однакові, то значення P_0 буде дорівнювати 0,67 (за формулою (6)).

Таким чином, для описаного випадку [9] імовірність перебування ключового компонента в комірці, з якої він «готовий виходити», складає 0,67; імовірність того, що ключовий компонент виявляється в комірці, до якої він «готовий входити» (з якою обмінюється «0,67-а» комірка), складає 0,33; імовірність перебування ключового компонента в комірці, з якої він «не готовий виходити», складає 1; імовірність перебування ключового компонента в

комірці, з якою «ніхто не готовий обмінюватися», дорівнює 0.

Інший спосіб визначення коефіцієнта P_0 – експериментальний.

Традиційно цей коефіцієнт чи аналогічні йому коефіцієнти визначають ітераційними методами, використовуючи кінетичну криву процесу, отриману на лабораторному змішувачі. Вважаємо, що ймовірність кожного переходу, позначеного стрілками на рис. 1, складає 2,5 %, В інших комірках, яких не торкаються стрілки, переходи не відбуваються. Матриця переходів для цього випадку визначається виразом

$$P = \begin{pmatrix} \dots & 5 & 6 & 7 & \dots & 11 & 12 & 13 & \dots & 47 & 48 & 49 & 50 & 51 & 52 & 53 & 54 & 55 & 56 & 57 & 58 & 59 & 60 & 61 & 62 & 63 \\ \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0,975 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,025 \\ \dots & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0,975 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,025 \\ \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0,975 & 0,025 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0,025 & 0,950 & 0,025 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0,025 & 0,950 & 0,025 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,925 & 0,025 & 0 & 0,025 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,025 & 0,975 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,025 & 0 & 0 & 0,925 & 0,025 & 0 & 0,025 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,025 & 0,975 & 0 & 0 & 0,025 & 0,975 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0,025 & 0 & \dots & 0 & 0,025 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,025 & 0 & 0,925 & 0,925 \end{pmatrix} \quad (7)$$

Матриця переходів – квадратна матриця з довжиною сторони 63 (кількість комірок, яка вибрана нами довільно (рис. 1)). У наведеному фрагменті матриці подано її ділянки, де відбувається перерозподіл компонентів (матриця цілком не помістилася б на сторінці). На головній діагоналі розміщено ймовірності того, що відповідна комірка залишається незмінною

(перерозподіл матеріалу у цій комірці не відбувається).

Для комірки «6» (рис. 1) імовірність того, що стан комірки не зміниться, складає 0,975; імовірність обміну ключовим компонентом з коміркою «63» складає 0,025. Для комірки «49» імовірність того, що стан комірки не зміниться, складає 0,95, імовірність обміну ключовим компонентом

з коміркою «48» складає 0,025, імовірність обміну ключовим компонентом з коміркою «50» складає також 0,025. *Вектор початкових імовірностей* (вектор стану

системи) для випадку, коли ключовий компонент (наприклад пластик) одномоментно потрапив (був завантажений) до барабана і зайняв комірки від 1 до 12:

$$E_0 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 63

Вектор початкових імовірностей містить 63 комірки (рис. 1); імовірність перебування ключового компонента в кожній з комірок від 1-ї до 12-ї дорівнює

одиниці; імовірність перебування в інших комірках (від 13-ї до 63-ї) дорівнює нулю. Множення матриці переходів (7) на вектор (8) дає такий вектор:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0,975 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0,975 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,05 \end{bmatrix} \quad (9)$$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 1556 57 58 59 60 61 62 63

Як видно з матриць (8) і (9), сумарна кількість ключового компонента незмінна (складає 12 умовних одиниць). Перехід (у результаті обертання барабана) являє собою зсування стану всіх комірок у кожному підшарі на один крок (рис. 1) – приблизно на $15-20^\circ$, що відповідає зсуву на 6 комірок. Наприклад, стан комірки «1»

після переходу стає станом комірки «7», стан комірки «2» після цього ж переходу стає станом комірки «8» ..., стан комірки «62» після цього ж переходу стає станом комірки «2», і так для всіх комірок. Це легко моделювати, одержавши таку матрицю:

$$E_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,05 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0,975 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0,975 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 62 63

Отриманий вектор – вектор імовірностей після першого переходу (вектор стану E_1). Згадаємо, що *номери комірок є координатами в просторі*; змінюються при цьому стани, тобто ймовірності перебування ключового компонента в кожній комірці.

За цим принципом множення вектора ймовірностей після першого переходу (вектора стану E_1) на матрицю переходів P (7) з наступним зсуванням комірок на 6 номерів (згідно рис. 1)) дає вектор наступного стану E_2 (так моделюється наступний перехід). Наступний стан – E_3 , далі E_4 і так далі. Очевидно, що якщо у циркуляційному контурі 63 комірки, а один перехід – це зсув на 6 комірок, то, наприклад,

21-й послідовний перехід відповідає двом обертам барабана. Після кожного переходу отриманий поточний вектор E_i ілюструє рівномірність розподілу ключового компонента.

Використання моделі для аналізу процесу змішування. У моделі рівномірність розподілу ключового компонента оцінювали за допомогою середньоквадратичного відхилення кожного стану E_i , коефіцієнта варіації і (для візуальності) номограм розподілу. Коефіцієнт варіації – відношення середньоквадратичного відхилення для кожного стану до середнього арифметичного [14]. Наприклад, середньоквадратичне відхилення для стану E_0 (формула (8)) складає 0,394; коефіцієнт

варіації 2,068. Номограма розподілу початкового стану E_0 подана на рис. 3, а. Номограми розподілу в деяких інших станах наведено на рис. 3, б та на рис. 4, 5.

Залежність отриманого середньоквадратичного відхилення та коефіцієнта варіації від числа переходів подано на рис. 6.

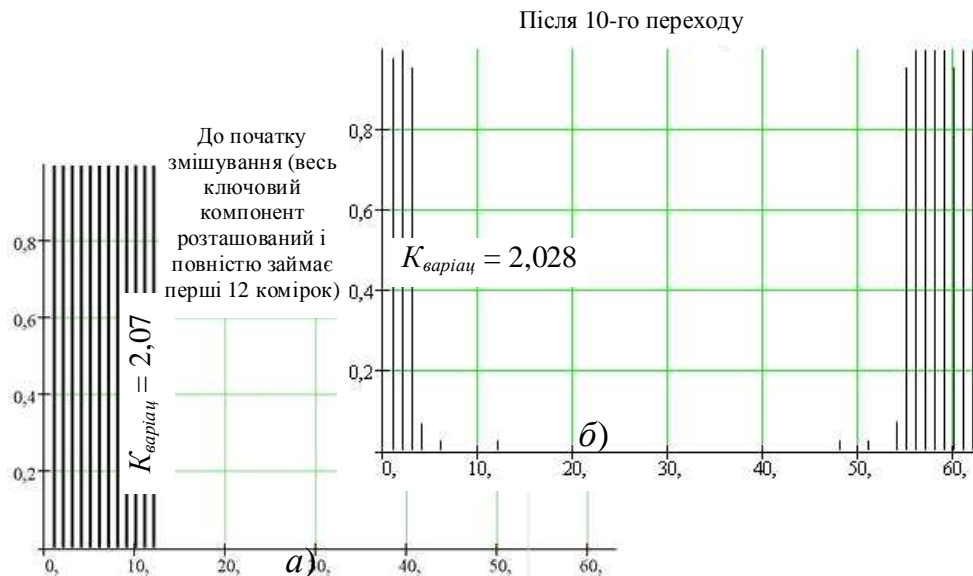


Рис. 3. Номограми розподілу ключового компонента до початку змішування (а); після 10-го переходу (б)

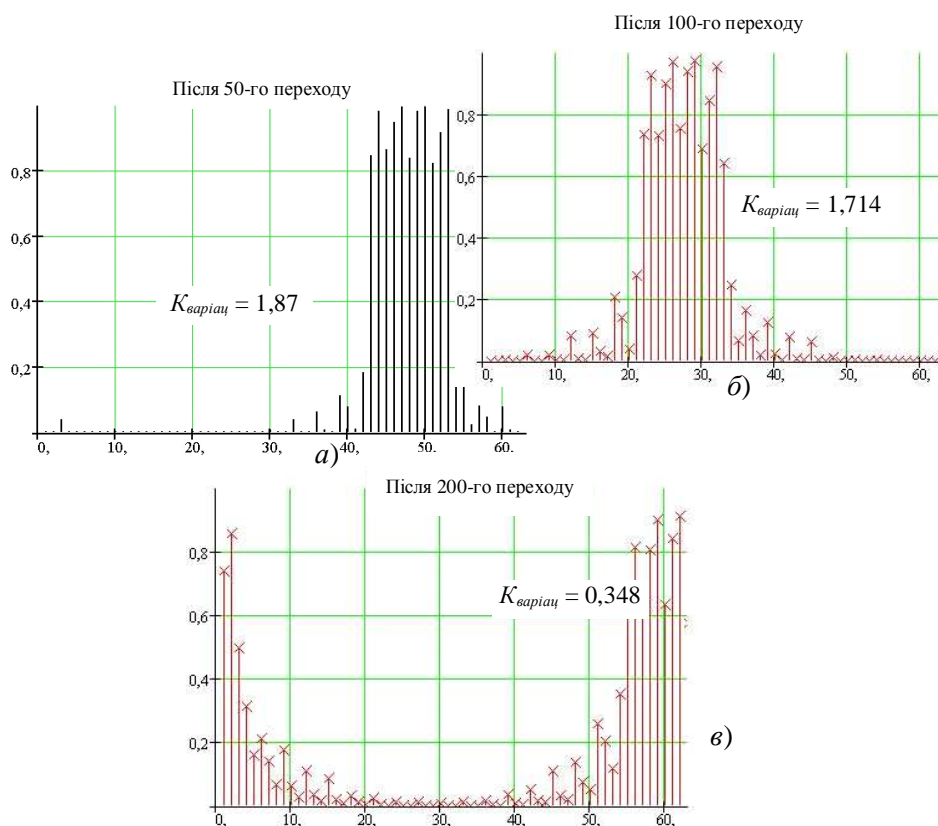


Рис. 4. Номограми розподілу ключового компонента після 50-го переходу (а); після 100-го переходу (б); після 200-го переходу (в) /8-10 обертів барабана/

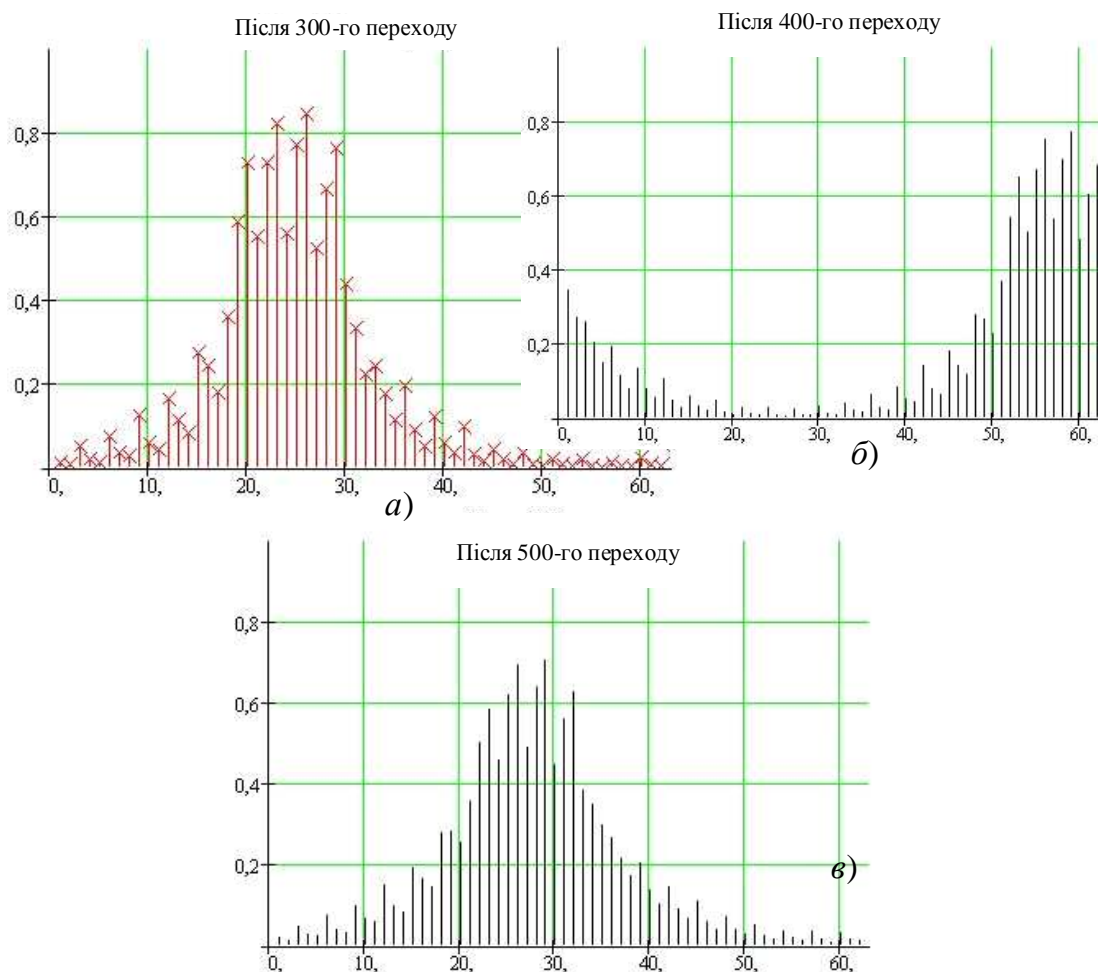


Рис. 5. Номограми розподілу ключового компонента після 30-го переходу (а); після 400-го переходу (б); після 500-го переходу (в) /20-27 обертів барабана/

Розрахунок великої кількості переходів потребує залучення суттєвих ресурсів комп'ютера. Через це запропоновано для подальшого моделювання процесу змішування здійснити опис одержаної залежності (рис. 7) за допомогою експоненціальної залежності. Знаходження відповідної емпіричної експоненціальної залежності здійснено засобами програми MathCAD. Рівняння має вигляд

$$f(x) = \frac{0,234 \cdot e^{-0,003 \cdot x} + 0,156}{0,19}, \quad (11)$$

де 0,19 – середнє значення концентрації ключового компонента (12 комірок ключового компонента розподілено у 63 комітках всього сміття; $12/63=0,19$);

0,234; -0,003; 0,156 – емпіричні коефіцієнти конкретної залежності (рис. 5).

Висновки з дослідження і перспективи, подальший розвиток у даному напрямку. У розглянутому прикладі розраховано найгірший варіант з погляду рівномірності завантаження компонентів – ключовий компонент міститься в сусідніх комітках у трьох шарах (комітки від 1 до 12). З рис. 7 видно, що для заданих початкових умов (імовірності переходу складають 2,5 %) навіть після 1000 переходів (це 95 обертів барабана) коефіцієнт варіації зменшується удвічі (від 2,07 до 0,9), але залишається досить значним. Це підтверджує доцільність попереднього змішування сміття перед спалюванням.



Рис. 6. Змінювання коефіцієнта варіації в ході переробки

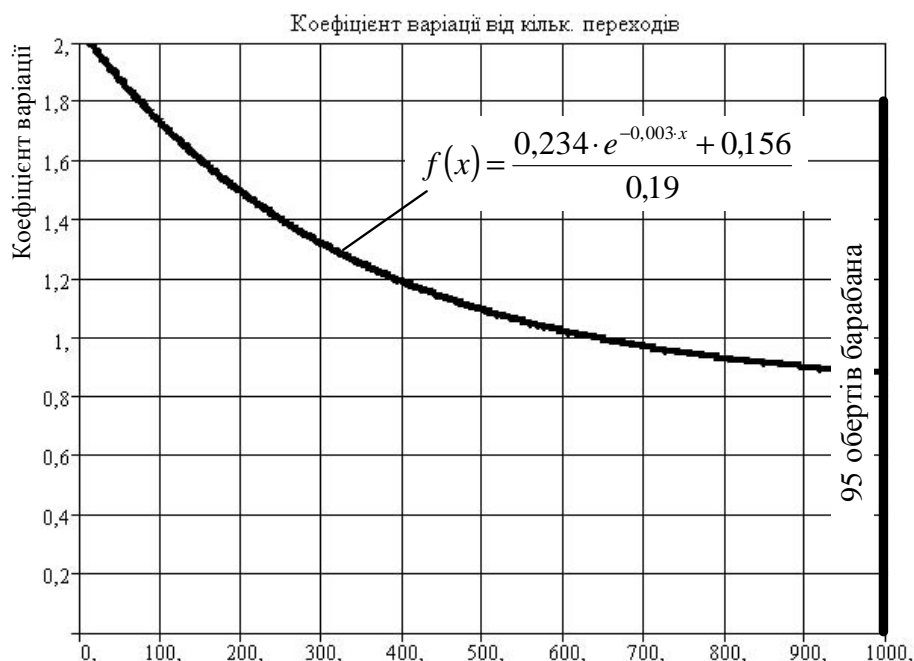


Рис. 7. Залежність коефіцієнта варіації суміші від кількості переходів (емпірична експоненціальна залежність)

Запропоновано підтверджену експериментальними дослідженнями математичну модель змішування компонентів у корпусі барабанної печі; модель базується на математичному апараті ланцюгів Маркова. Модель дає змогу визначати концентрацію ключового компонента в будь-якому елементарному об'ємі

циркуляційного контура машини в будь-який момент часу та розраховувати статистичні характеристики однорідності суміші; модель може бути застосована для оптимізації процесу спалювання.

Для машини періодичної дії запропонована модель дає змогу оцінювати різні регламенти завантаження компонентів.

У подальшому модель буде застосовано для дослідження нової конструкції

змішувача у вигляді барабана з співвісним з ним лопатевим змішувачем.

Список використаних джерел

1. Dempsey C.R., Oppelt E.T. Incineration of Hazardous Waste: A Critical Review Update / C.R. Dempsey, E.T. Oppelt. // Air & Waste, 1993. – Vol.43. – P. 25-73.
2. Gohlke O. Efficiency of energy recovery from municipal solid waste and the resultant effect on the greenhouse gas balance / O. Gohlke // Waste Management & Research, 2009. – № 27. – P.894–906. DOI: 10.1177/0734242X09349857.
3. Lombardi F., Lategano E., Cordiner S., Torretta V. Waste incineration in rotary kilns: a new simulation combustion tool to support design and technical change / F. Lombardi, E. Lategano, S. Cordiner, V. Torretta // Waste Management & Research. – 2013. – № 31, 7. – P. 739 – 750.
4. Lee C.C., Huffman G.L. Energy and mass balance calculations for incinerators / C.C. Lee, G.L. Huffman // Energy Sources. – 1998. – № 20(1). – P. 990-1000
5. Емельянова, И. А. Современные строительные смеси и оборудование для их приготовления [Текст]: учеб. пособие / И. А. Емельянова, О. В. Доброходова, А. И. Анищенко. – Харьков: Тимченко, 2010. – 146 с.
6. Кафаров, В. В. Системный анализ процессов химической технологии. Процессы измельчения и смешения сыпучих материалов [Текст] / В. В. Кафаров, И. Н. Дорохов, С. Ю. Арутюнов. – М., 1985. – 440 с.
7. Конструирование и расчет машин химических производств [Текст] / под. ред. Э.Э. Кольман-Иванова. – М., 1985. – 408 с.
8. Макаров, Ю. И. Основы расчета процессов смешения сыпучих материалов. Исследование и разработка смесительных аппаратов [Текст]: автореф. дис. ... д-ра техн. наук / Ю. И. Макаров. – М., 1975. – 35 с.
9. Першин, В. Ф. Переработка сыпучих материалов в машинах барабанного типа [Текст] / В. Г. Однолько, С. В. Першина. – М.: Машиностроение, 2009. – 220 с.
10. Александровский, А. А. Исследование процесса смешения и разработка аппаратуры для приготовления композиций, содержащих твердую фазу [Текст]: автореф. дис. ... д-ра техн. наук / А.А. Александровский. – Казань, 1976. – 48 с.
11. Кафаров, В. В. Математическая модель кинетики смешения бинарных смесей, содержащих твердую фазу / В. В. Кафаров, А. А. Александровский, И. Н. Дорохов // Доклады АН СССР. – 1975. – Т. 224, № 5. – С. 1134-1137.
12. Крот, О. Ю. Експериментальні дослідження та аналітичне моделювання процесу змішування компонентів матеріалу в барабанно-валковому переробнику [Текст] / О. Ю. Крот // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – Дніпропетровськ: ПДАБА, 2011. – Вип. 8. – С. 18–27.
13. Селиванов, Ю. Т. Расчет и проектирование циркуляционных смесителей сыпучих материалов без внутренних перемешивающих устройств [Текст] / Ю. Т. Селиванов, В. Ф. Першин. – М.: Изд-во Машиностроение-1, 2004. – 120 с.
14. Крот, О. Ю. Лабораторний практикум з вивчення дисципліни “Основи наукових досліджень” [Текст]: навч.-метод. посібник / О. Ю. Крот, О. С. Непорожнев, О. П. Крот. – Харків: ХДТУБА, 2009. – 99 с.

Крот Ольга Петрівна, канд. техн. наук, доцент кафедри безпеки життєдіяльності та інженерної екології Харківського національного університету будівництва та архітектури. Тел.: (098) 204-71-65. E-mail: uch.opk@gmail.com.

Ровенський Олександр Іванович, канд. техн. наук, завідувачий відділом регіональної екології Північно-Східного Наукового Центру Національної академії наук України. Тел.: (050) 402-08-10. E-mail: uch.opk@gmail.com.

Krot Olga, PhD. tehn., Associate Professor the department safety life and environmental engineering Kharkov National University of Civil Engineering and Architecture. Tel.: (098) 204-71-65. E-mail: uch.opk@gmail.com.

Rovenskyi Oleksandr, PhD. tehn., Head of the regional ecology department, North-East Scientific Center of the National Academy of Sciences of Ukraine. Tel.: (050) 402-08-10. E-mail: uch.opk@gmail.com.

Стаття прийнята 14.06.2017 р.