

УДК 624.012.35:624.072.221

DOI: <https://doi.org/10.18664/1994-7852.170.2017.111301>

## ИНЖЕНЕРНЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ

Канд. техн. наук Д. В. Кочкарёв (НУВГП)

## ИНЖЕНЕРНЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ

Канд. техн. наук Д. В. Кочкарёв (НУВХП)

## ENGINEERING METHODS FOR CALCULATION OF REINFORCED CONCRETE STATICALLY UNDEFINED ROD SYSTEMS

Phd. tehn. D. V. Kochkarev

*Запропоновано методи розрахунку статично невизначних стержневих систем з урахуванням нелінійної роботи матеріалів та тріщин. Метод дискретного врахування жорсткості дозволяє розраховувати складні статично невизначні системи за деформованою схемою з урахуванням нелінійних діаграм деформування матеріалів. Ще дві методики базуються на методі розрахункових опорів залізобетону. Вони дають можливість проводити інженерні розрахунки статично невизначних систем за допомогою попередньо розроблених таблиць.*

**Ключові слова:** жорсткість, прогини, кривизна, стержнева система, балка, рама.

*Предложены методы расчета статически неопределимых стержневых систем с учетом нелинейной работы материалов и трещин. Метод дискретного учета жесткости позволяет рассчитывать сложные статически неопределимые системы по деформированной схеме с учетом нелинейных диаграмм деформирования материалов. Еще две методики базируются на методе расчетных сопротивлений железобетона. Они дают возможность проводить инженерные расчеты статически неопределимых систем с помощью предварительно разработанных таблиц.*

**Ключевые слова:** жесткость, прогибы, кривизна, стержневая система, балка, рама.

*Methods are proposed for calculating statically indeterminate rod systems, taking into account the nonlinear work of materials and taking into account cracks. The method of discrete registration of the stiffness of sections of reinforced concrete elements makes it possible to calculate complex statically indeterminate systems using a deformed scheme, taking into account the nonlinear diagrams of material deformation. The use of this method involves obtaining a "bending moment-curvature" relationship. On the basis of the obtained dependence, the stiffness of the sections of the elements of the rod systems is determined. This method allows us to calculate nonlinear rod systems, using software complexes designed for the calculation of elastic systems. Two more methods are based on the method of design resistances of reinforced concrete. They make it possible to carry out engineering calculations of statically indeterminate systems using predefined tables. The rigidity refinement method allows determining the curvature of the cross sections using the previously calculated table parameters of the stress-strain state. The method of linearization of stiffness parameters allows determining the deflections of reinforced concrete elements, for various statically determinate circuits. A statically indeterminate system can be*

*partitioned into simple statically determinate circuits, having previously determined the cross sections along the length of elements with zero bending moments. Thus, the calculation will be reduced to determining the parameters of the stress-strain state of several simple schemes.*

**Key words:** rigidity, deflections, curvature, rod system, beam, frame.

**Вступ.** Проектування залізобетонних будівель та споруд передбачає розрахунок їх каркасів. Сучасні методи розрахунку залізобетонних каркасів повинні враховувати особливості нелінійного деформування залізобетону, наявності та розкриття тріщин, а також можливий перерозподіл зусиль в їх елементах. Нелінійне деформування матеріалів та тріщини, які утворюються при експлуатаційних навантаженнях, можуть призводити до суттєвих змін у епюрах внутрішніх зусиль. Це позначається на прогинах основних елементів таких каркасів і може призводити до суттєвого погіршення їх експлуатаційних якостей. Тому встановлення дійсних силових та деформаційних параметрів статично невизначних стержневих систем є доволі актуальним завданням.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Дослідженню статично невизначних систем присвятили свої роботи чимало вчених [1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9 та ін.]. У багатьох роботах вказується на необхідність врахування нелінійності роботи матеріалів при визначенні зусиль в елементах стержневих систем. Вчені [4, 5] вказують на допустимість зменшення опорних моментів в межах 30 % і перерозподіл їх в проліт. При цьому необхідно обмежувати ширину розкриття тріщин на опорі. Переважна більшість запропонованих методик при описанні параметрів жорсткості нехтує розтягнутою зоною бетону між тріщинами. Це може призводити до значного завищення прогинів елементів. Це зумовлює необхідність удосконалення сучасних методів розрахунку статично невизначних елементів.

**Визначення мети та задачі дослідження.** Основна мета полягає у розгляді методів розрахунку статично невизначних

стержневих систем з урахуванням нелінійного деформування матеріалів.

**Результати досліджень.** Пропонується розглянути такі методи розрахунку статично невизначних стержневих систем:

- дискретного врахування жорсткості;
- уточнення жорсткості;
- лінеаризації параметрів жорсткості.

Метод дискретного врахування жорсткості дозволяє виконувати розрахунки статично невизначних елементів за допомогою програмних комплексів, призначених для розрахунку пружних систем. Розрахунок даним методом виконується, використовуючи жорсткість за відповідного виду деформування. У більшості інженерних задач поперечними деформаціями залізобетонних елементів можна знехтувати, тому можна розглядати лише згинальну жорсткість, тобто жорсткість за дії згинального моменту.

Жорсткість при згині для залізобетонних елементів будемо визначати за виразом

$$D_i = \frac{M_i}{1/r_{mi}}, \quad (1)$$

де  $D_i$  – згинальна жорсткість;  $M_i$  – згинальний момент у відповідному перерізі по довжині залізобетонного елемента;  $1/r_{mi}$  – середня кривизна на певній ділянці до відповідного перерізу.

Даної жорсткості цілком достатньо для розрахунку більшості балочних статично невизначних систем. Але для елементів статично невизначних рамних, арочних та інших систем згин може бути утворений дією поперечної сили, прикладеної з певним ексцентриситетом.

Це призводить до необхідності введення згинальної жорсткості при позацентровому стиску.

Згинальну жорсткість за позацентрового стиску для залізобетонних елементів будемо визначати за формулою

$$D_i = \frac{N_i e_i}{1/r_{mi}}, \quad (2)$$

де  $N_i$  – поздовжня сила у відповідному перерізі,  $e_i$  – ексцентриситет прикладення поздовжньої сили до фізичної осі елемента. Ексцентриситет повинен прийматися з урахуванням прогину та випадкового ексцентриситету.

За необхідності врахування поздовжніх деформацій залізобетонних елементів відповідну жорсткість необхідно визначати за виразом

$$D_i = \frac{N_i}{\varepsilon_{mi}}, \quad (3)$$

$\varepsilon_{mi}$  – середні деформації стиснутої зони бетону на певній ділянці до відповідного перерізу.

Визначення жорсткості ділянок залізобетонних елементів здійснюють за усередненою кривизною, яка може бути визначена для середнього перерізу декількома способами. Перший полягає у визначенні цієї кривизни шляхом введення до деформацій бетону та арматури відповідних коефіцієнтів. Другий спосіб дозволяє встановлювати середню кривизну безпосередньо із рівнянь рівноваги, в яких опосередковано враховується робота розтягнутого бетону між тріщинами. Найбільш точний спосіб полягає у розгляді окремо перерізів із тріщинами та без них, що дає змогу отримати дійсну епюру кривизни перерізів залізобетонних елементів. Після цього виконується усереднення кривизни за довжиною елемента. Даний спосіб, натомість, є

найбільш трудомістким, він вимагає попереднього розрахунку за більш простими методиками.

Таким чином, використання методу дискретного врахування жорсткості передбачає отримання діаграм стану перерізів  $M-I/r$  або  $Ne-I/r$  перед початком ітераційного розрахунку. Такі діаграми повинні бути встановлені для кожного розрахункового перерізу, що дасть змогу визначити їх згинальну жорсткість за виразами (1), (2), яка і буде використовуватись у розрахунках статично невизначних залізобетонних систем.

Сформулюємо загальну схему розрахунку статично невизначних систем при визначенні їх несучої здатності за методом дискретного врахування жорсткості:

1. Складаємо розрахункову схему, встановлюємо місця та значення навантажень.

2. Розбиваємо елемент на певну кількість однакових ділянок. За розрахункові перерізи приймаємо початок, кінець та середину даних ділянок. Параметри міцності будемо встановлювати за кінцями ділянок, параметри жорсткості за середніми перерізами ділянок. На рис. 1 точками позначені перерізи, в яких буде встановлюватись жорсткість і прийматись постійною в межах даної ділянки.

3. Розраховуємо статично невизначну систему за певного навантаження одним із методів будівельної механіки, попередньо прийнявши жорсткість залізобетонних елементів, як для пружних систем. На даному етапі не варто враховувати вплив арматури у зв'язку з тим, що значення жорсткості буде на кожному кроці уточнюватись. А тому на даному етапі згинальну жорсткість можна визначити за формулою

$$EI = E_c \frac{bh^3}{12}. \quad (4)$$

4. Встановлюємо перерізи залізобетонних елементів із різним армуванням.

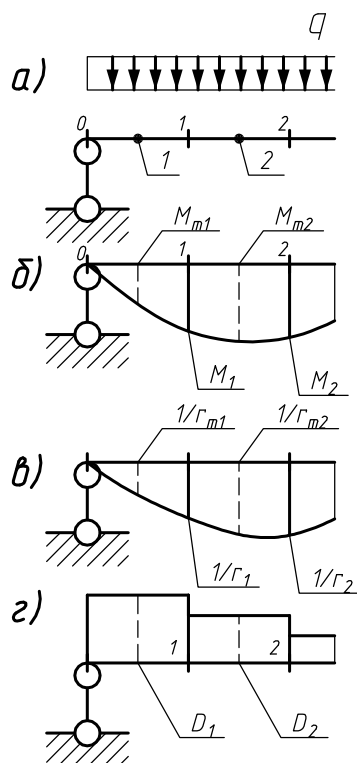


Рис. 1. До розрахунку методом дискретного врахування жорсткості:  
а – розрахункова схема; б – епюра моментів; в – епюра кривизни; г – епюра жорсткості

5. Визначаємо для кожного встановленого перерізу діаграму стану  $M-l/r$  або  $Ne-l/r$  відповідно до діючих зусиль.

6. Для відповідного середнього перерізу за діаграмою стану при відомому згинальному моменті визначаємо кривизну.

7. Уточнюємо жорсткість на кожній розрахунковій ділянці шляхом використання формул (1), (2).

8. Виконуємо розрахунок пружної системи із уточненими значеннями жорсткості.

9. Визначаємо похибку в різниці згинальних моментів попередньої схеми із схемою з уточненою жорсткістю. Пункти 6, 7, 8 виконуємо до отримання необхідної точності розрахунку.

10. Для отримання несучої здатності статично невизначних систем необхідно знайти таке максимальне значення зовнішнього навантаження, за якого для всіх перерізів можна отримати розв'язок. Дану умову можна трактувати, як свого

роду екстремальний критерій для статично невизначних систем.

Наступні два методи ґрунтуються на методі розрахункових опорів залізобетону [3].

Кривизну перерізів пропонується визначати за виразом

$$\frac{1}{r} = \frac{\Sigma \varepsilon}{d}, \quad (5)$$

де  $\Sigma \varepsilon$  – сумарні відносні деформації стиснутої грані бетону та розтягнутої арматури;  $d$  – робоча висота перерізу.

Значення сумарних деформацій знаходиться у функціональній залежності з напругами у перерізі залізобетону  $\Sigma \varepsilon = f(\sigma_{zM})$ , які визначаються за формулою

$$\sigma_{zM} = \frac{M}{W_c}, \quad (6)$$

в якій  $M$  – згинальний момент у перерізі;  $W_c$  – пружний момент опору бетону робочого перерізу,  $W_c = bd^2/6$ .

Таким чином, визначивши зусилля в елементах стержневих систем, необхідно виконати їх уточнення за допомогою кривизни, визначеної за виразом (5).

З незначною похибкою, яку можна допустити в інженерних розрахунках, можна рекомендувати інший спосіб обчислення прогинів. Він оснований на лінеаризації параметрів, які у методі розрахункових опорів залізобетону описують кривизну перерізів елемента і виражають її у вигляді параметричної функції

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{b_i W_c d} - \frac{a}{b_i d}, \quad (7)$$

де  $M$  – момент від відповідного навантаження;  $W_c$  – момент опору робочого перерізу бетону;  $a$ ,  $b_i$  – параметричні коефіцієнти лінеаризації, які залежать від класу бетону та процента армування перерізу, МПа;  $d$  – робоча висота перерізу.

Виконавши інтегрування за формулою (7), отримали формулу для визначення прогинів

$$f_k = f_{el,k} - A_M \frac{a}{b_i d}, \quad (8)$$

де  $f_{el,k}$  – прогин елемента за класичною формулою для елементів із пружних матеріалів із заміною жорсткості  $EI$  на  $b_i W_c d$ ;  $A_M$  – площа епюри моментів від одиничної сили, прикладеної у точці балки, для якої визначають прогин.

На основі виразу (8) складена таблиця формул для обчислення прогинів балок найбільш поширених розрахункових схем [3]. Якщо на балку діють декілька силових впливів  $F_1, F_2 \dots F_n$ , то повний прогин буде обчислюватись за формулою

$$f_k = \sum_{i=1}^n f_{el,i} - A_M \frac{a}{b_i d}, \quad (9)$$

де  $n$  – кількість силових впливів.

Слід відмітити, що описана методика визначення прогинів стосується елементів, у яких епюра моментів одного знаку. Коли ж в елементі епюра моментів різних знаків, для визначення прогину елемент слід розділити на частини з моментами одного знаку, обчислити прогини кожного із них і скласти прогин цілого елемента. Наприклад, розглянемо ригель рами, який сприймає рівномірно розподілене навантаження (рис. 2).

В ньому виникає епюра моментів двох знаків. По місцях нульових моментів розділимо ригель на три частини. Середню частину (елемент 1) розглянемо як балку на двох опорах, завантажену розподіленим навантаженням, та обчислимо її прогин  $f_1$ . Крайні частини (елементи 2 і 3) являють консольні балки, завантажені рівномірним навантаженням і зосередженою силою на кінці, що є реакцією елемента 1. Визначаємо прогин елементів 2 і 3 за формулою (9). Тоді повний прогин ригеля можна визначити за виразом

$$f = f_1 + \frac{f_2 + f_3}{2}. \quad (10)$$

**Висновки з дослідження і перспективи, подальший розвиток у даному напрямку.** Запропоновані сучасні методи розрахунку статично невизначних стержневих систем з урахуванням нелінійного деформування матеріалів. Метод дискретного врахування жорсткості дозволяє проводити нелінійні розрахунки складних статично невизначних стержневих систем за деформованою схемою з врахуванням діаграм деформування матеріалів. Є можливість встановлення як міцності окремих перерізів, так і стійкості елементів стержневих систем в цілому. Ще два розглянуті методи –

уточнення жорсткості та лінеаризації параметрів жорсткості ґрунтуються на методі розрахункових опорів залізобетону та дають можливість виконувати інженерні розрахунки статично невизначних систем у

нелінійній постановці. У подальшому планується поширити запропоновані методи до розрахунку статично невизначних стержневих систем на режимні навантаження: тривалі та динамічні.

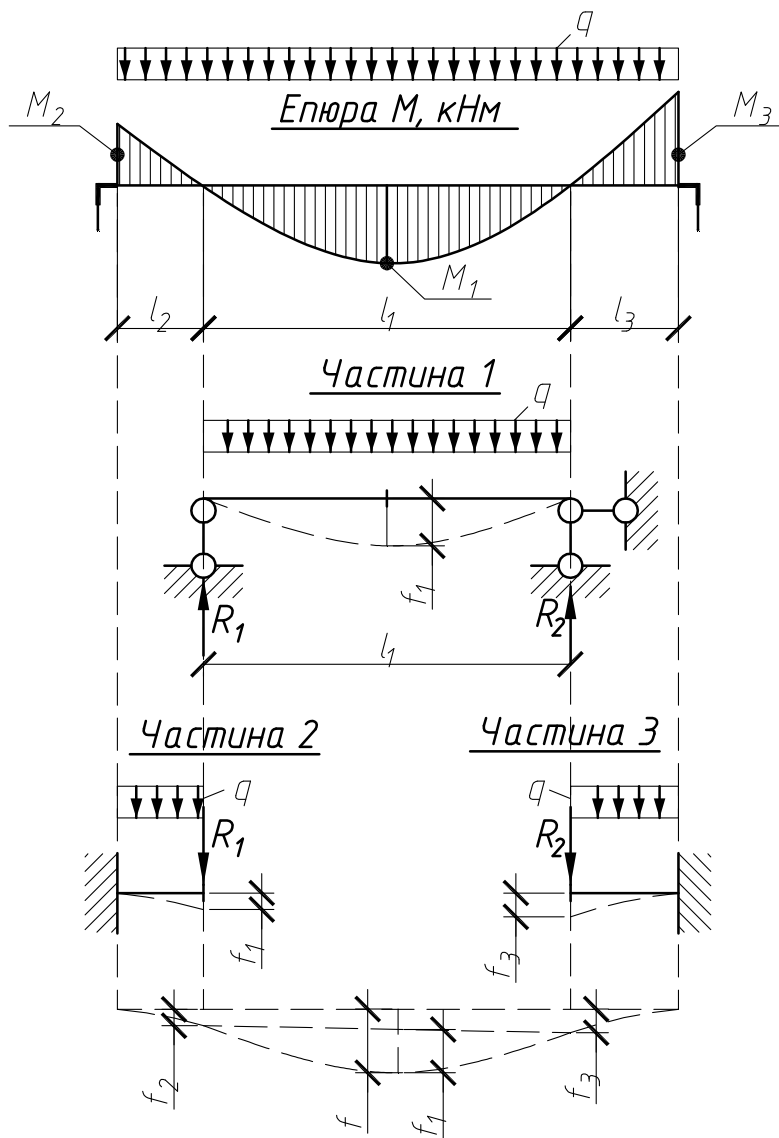


Рис. 2. До визначення прогину елемента з двозначною епюрою моментів

### Список використаних джерел

1. Бабич, Є. М. Робота і розрахунок рам при дії повторних навантажень [Текст]: монографія / Є. М. Бабич, С. В. Філіпчук, Н. І. Ільчук. – Рівне: НУВГП, 2012. – 176 с.
2. О необходимости и постановке системных исследований прочности, трещиностойкости и деформативности приопорных участков железобетонных элементов, испытывающих сложные деформации с целью уточнения и развития методов их расчета [Текст] / В. С. Дорофеев, В. М. Карпюк, Е. Н. Крантовская [и др.] // Будівельні конструкції: зб. наук. праць. – К.: НДБІК, 2005. – Вип. 62. – С.160-167.

3. Кочкар'ов, Д. В. Нелінійний опір залізобетонних елементів і конструкцій силовим впливам [Текст]: монографія / Д. В. Кочкар'ов. – Рівне: О. Зень, 2015. – 384 с.
4. Крылов, С. М. Перераспределение усилий в статически неопределимых железобетонных конструкциях [Текст] / С. М. Крылов. – М: Госстройиздат, 1964. – 121 с.
5. Маилян, Л. Р. Приближенный метод расчета неразрезных балок с учетом перераспределения усилий [Текст] / Л. Р. Маилян // Бетон и железобетон. – 1983. – №8. – С. 35-36.
6. Масюк, Г. Х. Експериментальні дослідження перерозподілу зусиль у двопролітних нерозрізних залізобетонних балках при повторних навантаженнях [Текст] / Г. Х. Масюк, В. Є. Бабиш // Вісник Українського державного університету водного господарства та природокористування: зб. наук. праць. – Рівне: УДУВГП, 2002. – Вип. 4(17). – С.165-173.
7. Шмуклер, В. С. Каркасные системы облегченного типа [Текст] / В. С. Шмуклер, Ю. А. Климов, Н. П. Буряк. – Харьков: Золотые страницы, 2008. – 336 с.
8. MacGregor, J.G. Reinforced Concrete : mechanics and design [Electronic resource] / James G. MacGregor, James K. Wight. – New Jersey : Upper Saddle River, 2005. – 1132 p.
9. McCormac James C. Design of Reinforced Concrete. / James C. McCormac, James K. Nelson. – Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2006. – 725 p.

---

Кочкар'ов Дмитро Вікторович, канд. техн. наук, доцент кафедри міського будівництва та господарства Національного університету водного господарства та природокористування. Тел.: (066) 25-706-84. E-mail: dim7@ukr.net.

Kochkarev Dmitry, PhD. Sc. Associate Professor, Department Urban building and development, National University of Water and Environmental Engineering. Tel.: (066) 25-706-84. E-mail: dim7@ukr.net.

Стаття прийнята 23.06.2017 р.