

ОСОБЛИВОСТІ РОЗРАХУНКУ КОСОЗАВАНТАЖЕНИХ ЕЛЕМЕНТІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ДІАГРАМ ЇХ СТАНУ «МОМЕНТ-КРИВИНА»

Д-р техн. наук Є. М. Бабич, канд. техн. наук В. М. Ромашко (НУВГП)

ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА КОСОЗАГРУЖЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИАГРАММ ИХ СОСТОЯНИЯ «МОМЕНТ-КРИВИЗНА»

Д-р техн. наук Е. М. Бабич, канд. техн. наук В. Н. Ромашко (НУВХП)

CALCULATION FEATURES OF THE BIAXIAL BENT ELEMENTS USING THEIR STATE DIAGRAMS "MOMENT-CURVATURE"

Doct. of techn. Sciences E. Babich, Ph. D. in Engineering V. Romashko

Розглянуто особливості розрахунку косозавантажених залізобетонних елементів за деформаційно-силовою моделлю їх опору. Увагу зосереджено на розкритті внутрішньої статичної невизначеності перерізу зазначених елементів за допомогою додаткових рівнянь та гіпотез: аналітичної залежності діаграми стану «момент-кривина», функції граничних деформацій стиснутого бетону, гіпотези про зв'язок напружено-деформованого стану косозавантажених елементів з кутом нахилу нейтральної лінії.

Ключові слова: косе завантаження, залізобетонні елементи, діаграма стану, методика розрахунку.

Рассмотрены особенности расчета косоагруженных железобетонных элементов по деформационно-силовой модели их сопротивления. Внимание сосредоточено на раскрытии внутренней статической неопределенности сечения указанных элементов с помощью дополнительных уравнений и гипотез: аналитической зависимости диаграммы состояния «момент-кривизна», функции предельных деформаций сжатого бетона, гипотезы о связи напряженно-деформированного состояния косоагруженных элементов с углом наклона нейтральной линии.

Ключевые слова: косое нагружение, железобетонные элементы, диаграмма состояния, методика расчета.

Calculation features of biaxial bending reinforced concrete elements by the deformation-force model of their resistance are considered. Attention is focused on the disclosure of the internal static uncertainty of the cross-section of these elements by means of additional equations and hypotheses: the analytic dependence of the "moment-curvature" state diagram, the functions of compressed concrete limiting deformations, the hypothesis about the connection of the stress-strain state of biaxial bending elements with the neutral line inclination angle. Three ways of determining its initial value are proposed: by the condition of materials elastic work; by the elliptic dependence hypothesis of the obliquely bent element stress-strain state parameters on the neutral line slope angle; according to the proportional dependence hypothesis of the biaxial bent element stress-strain state parameters on the neutral line slope angle.

Keywords: biaxial bending, reinforced concrete elements, state diagrams, calculation procedure.

Вступ. У силовій моделі опору бетону та залізобетону особливості розрахунку позацентрово стиснутих залізобетонних елементів пов'язуються з розкриттям внутрішньої статичної невизначеності їх перерізу та врахуванням впливу прогинів на несучу здатність [1-3]. Для косостиснутих елементів зазначені особливості набувають ще більшої вагомості, оскільки через наперед невідомий кут нахилу нейтральної лінії θ внутрішня статична невизначеність перерізу елемента зростає, а напрямок лінії прогинів залишається невідомим. Тому виконати розрахунок зазначених елементів без застосування ітераційних прийомів практично неможливо [4, 5].

У сучасних деформаційних моделях проблема розкриття внутрішньої статичної невизначеності поперечного перерізу косостиснутих елементів та врахування впливу прогинів на їх напружено-деформований стан теж залишається практично невирішеною. Підтвердженням цього є те, що розрахунки не тільки за несучою здатністю, але й за граничними станами другої групи, зокрема визначення прогинів (жорсткості) та ширини розкриття тріщин, здійснюються шляхом числених ітераційних операцій за допомогою спеціального програмного забезпечення [6-9]. Що ж до інженерних методів розрахунку косозавантажених елементів, то їх розроблення нашою хується на необхідність застосування низки емпіричних залежностей, параметрів та коефіцієнтів.

За розробленою деформаційно-силовою моделлю опору залізобетонних елементів [10, 11] можна не тільки суттєво зменшити обсяг ітераційних обчислень, але й мінімізувати проблему емпіризму в розрахунках косозігнутих та косостиснутих елементів. Адже саме використання узагальнених діаграм стану «момент-кривина», закладених в основу вищезгаданої моделі, сприяє відтворенню реального напружено-деформованого стану зазначених елементів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. На жаль, у деформаційних моделях дуже мало уваги приділено деформуванню косозавантажених елементів. На сьогодні лише в окремих роботах розроблено пропозиції щодо розрахунку несучої здатності косозігнутих елементів [12], та й то лише за повного використання міцнісних властивостей арматури. Рекомендації ж чинних вітчизняних та закордонних норм [6, 13-15] є надто загальними, тому розрахунки косодеформованих елементів зазвичай перетворюються в числені та багаторівневі ітераційні процеси, здійснення яких без комп'ютерної техніки зі складним програмним забезпеченням стає практично неможливим.

Загальновідомо, що робота косозавантажених залізобетонних елементів характеризується підвищеною внутрішньою статичною невизначеністю, обумовленою неоднорідністю їх деформування не тільки вздовж висоти, але й уздовж ширини поперечного перерізу. Однак у деформаційних моделях прийомів чи способів розкриття зазначеної невизначеності на сьогодні так і не запропоновано. Повернення до реальної криволінійної епюри напружень стиснутого бетону могло б певною мірою сприяти вирішенню вищевказаної проблеми хоча б у розрахунках залізобетонних елементів за граничними станами першої групи. Але для цього необхідно знати граничні деформації стиснутого бетону ε_{cu} , а для косозавантажених елементів – ще й з урахуванням форми їх стиснутої зони. На жаль, у жодній з деформаційних моделей так і не запропоновано аналітичні залежності з ефективного прогнозування вказаних деформацій. Також немає будь-яких рекомендацій чи способів ефективного прогнозування відносних деформацій розтягнутої арматури або крайніх фібр стиснутого бетону в нормальних перерізах косодеформованих залізобетонних елементів у методиках їх розрахунку за граничними станами другої групи.

Мета та задачі досліджень. Ця стаття спрямована на розроблення загальної методики розрахунку косодеформованих елементів на основі гіпотези, що поєднує силові фактори з деформаційними параметрами завантаженого залізобетонного елемента, забезпечуючи тим самим інтегральну оцінку напружено-деформованого стану його перерізу. В основу зазначеної методики закладаються моделі, гіпотези та передумови, що дають змогу відтворювати реальний напружено-деформований стан залізобетонних елементів з розкриттям їх внутрішньої статичної невизначеності при забезпеченні

методологічної єдності всіх розрахунків за граничними станами.

Основна частина досліджень. За деформаційно-силовою моделлю [10, 11, 16, 17] розрахунок косозавантажених елементів (рис. 1) виконується аналогічно до плоскозавантажених на основі загальноприйнятих положень механіки деформованого твердого тіла за системою таких співвідношень: статичних – $M = f(\varepsilon_c, \varepsilon_{ct}, \varepsilon_s)$, $N = f(\varepsilon_c, \varepsilon_{ct}, \varepsilon_s)$, геометричних – $1/r = f(\varepsilon_c, \varepsilon_{ct}, \varepsilon_s)$ та фізичних – $\sigma_c = f(\varepsilon_c)$, $\sigma_{ct} = f(\varepsilon_{ct})$, $\sigma_s = f(\varepsilon_s)$.

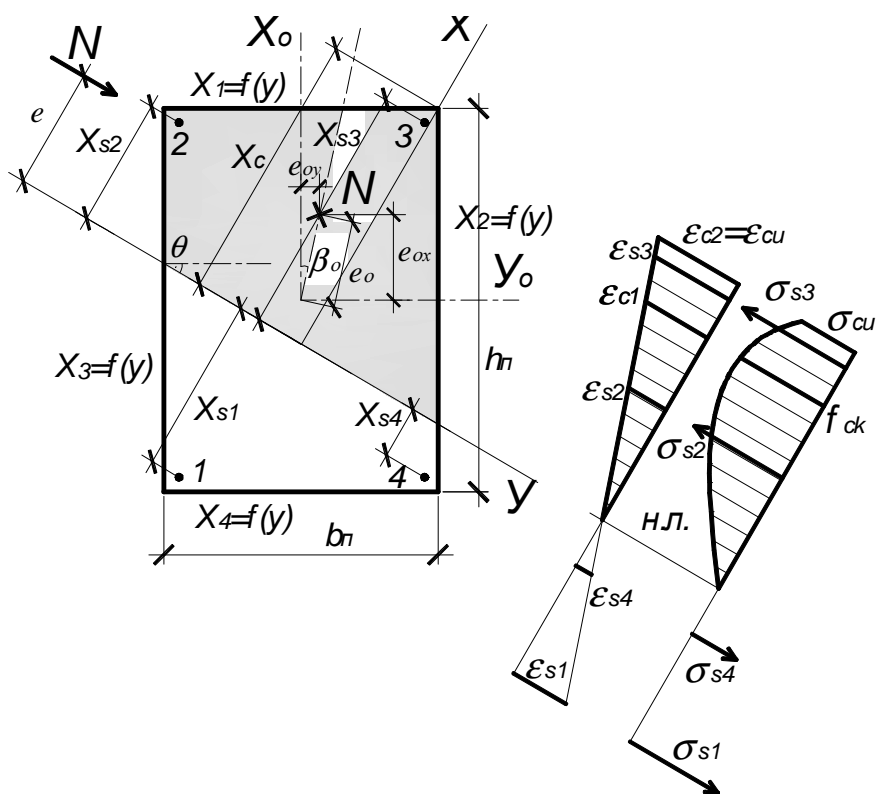


Рис. 1. До розрахунку костистиснутого залізобетонного елемента

Для максимального скорочення ітераційних обчислень вищезгадана система співвідношень доповнюється аналітичною залежністю узагальненої діаграми стану $M = f(1/r)$, функцією граничних деформацій стиснутого бетону $\varepsilon_{cu} = f(\varepsilon_{si}, \rho_{li}, x_{si}, m_h, m_b)$, отриманою з

цієї ж діаграми [10, 11, 17] за допомогою екстремального критерію несучої здатності $dM/d(1/r) = 0$, та однією із рекомендованих нижче гіпотез залежності основних параметрів напружено-деформованого стану косозавантажених елементів від кута нахилу нейтральної лінії θ .

Визначальною в деформаційно-силовій моделі є узагальнена діаграма стану залізобетонного елемента (рис. 2), що описується залежністю

$$M = \frac{D_o \cdot 1/r - M_u \cdot ((1/r)/(1/r_u))^2}{1 + (D_o/M_u - 2/(1/r_u)) \cdot (1/r)}, \quad (1)$$

де D_o – початкове значення повної ($\sum E_3 I_3$) або приведеної ($E_{co} I_{red,o}$) жорсткості залізобетонного елемента; $1/r_u$ – граничне значення кривини залізобетонного елемента при вичерпанні несучої здатності.

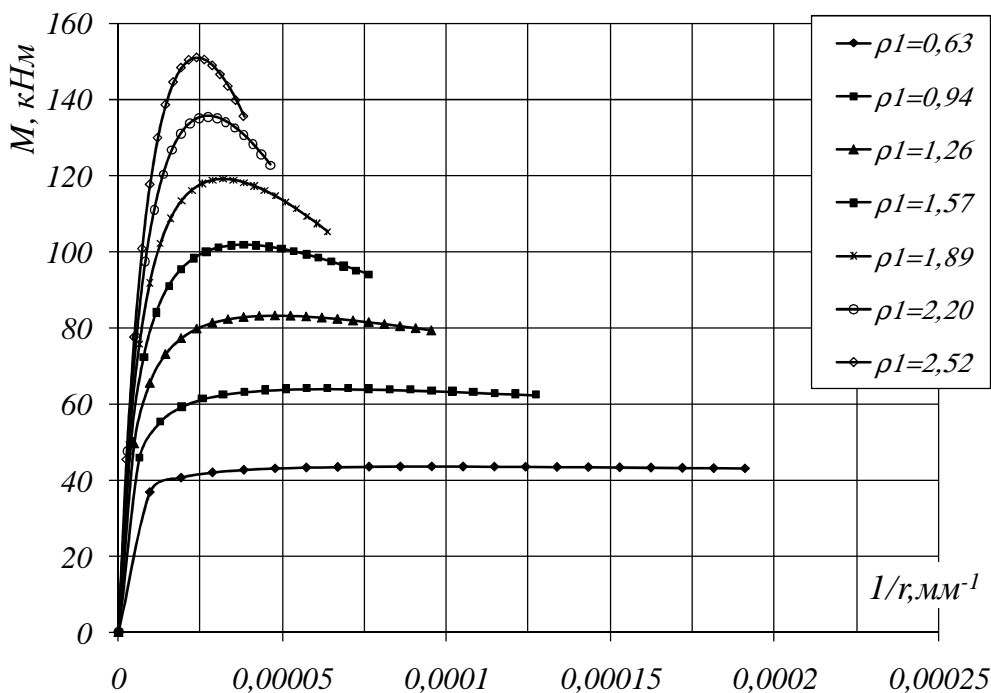


Рис. 2. Форми діаграм стану елемента $M = f(1/r)$ залежно від його армування

Особливої уваги заслуговує кут нахилу нейтральної лінії θ . Його рекомендується розраховувати за однією із трьох нижчеописаних методик.

1. Кут θ не зв'язують з параметрами напружено-деформованого стану косозавантаженого елемента певними гіпотезами. Тоді його попереднє значення приймають за умовою пружної роботи матеріалів

$$\operatorname{tg} \theta \approx \frac{E_c \cdot I_{x,red} - s_x \cdot l_{ox}^2 \cdot N}{E_c \cdot I_{y,red} - s_y \cdot l_{oy}^2 \cdot N} \cdot \operatorname{tg} \beta_o, \quad (2)$$

де $I_{x,red}$, $I_{y,red}$ – приведені моменти інерції перерізу елемента в напрямку осей X_o та Y_o відповідно; l_{ox} , l_{oy} – розрахункові довжини елемента у тих же напрямках; s_x , s_y – коефіцієнти, що залежать від схеми завантаження та закріплення елемента в напрямку тих же площин.

У подальшому його уточнюють разом з визначальними параметрами напружено-деформованого стану (ϵ_{c2} , ϵ_{s1} , ϵ_{ctv} , $1/r_u$, f_u тощо) за двома загальноприйнятими рівняннями рівноваги до незаперечного виконання додаткових умов з обумовленою точністю δ :

$$|(M_{u,i-1} - M_{u,i}) / M_{u,i-1}| \leq \delta; \quad (3)$$

$$|(f_{u,i-1} - f_{u,i}) / f_{u,i-1}| \leq \delta. \quad (4)$$

Діаграму стану залізобетонного елемента рекомендується подавати у вигляді $1/r = f(M)$ за формулою

$$\frac{1}{r} = \frac{1/r_u}{2M_u} \left[\left(1 - \frac{M}{M_u}\right) \frac{D_o}{r_u} + 2M - \sqrt{\left(\left(1 - \frac{M}{M_u}\right) \frac{D_o}{r_u} + 2M\right)^2 - 4M \cdot M_u} \right]. \quad (5)$$

2. Якщо вважати справедливою гіпотезу еліптичної залежності параметрів напружено-деформованого стану косозавантаженого елемента від кута нахилу

нейтральної лінії θ (рис. 3), то згідно з [18] граничний згинальний момент і прогин необхідно обчислювати за виразами:

$$M_{u\theta} = \sqrt{I / ((\cos \theta / M_{ux})^2 + (\sin \theta / M_{uy})^2)}; \quad (6)$$

$$f_{u\theta} = \sqrt{I / ((\cos \theta / f_{ux})^2 + (\sin \theta / f_{uy})^2)}, \quad (7)$$

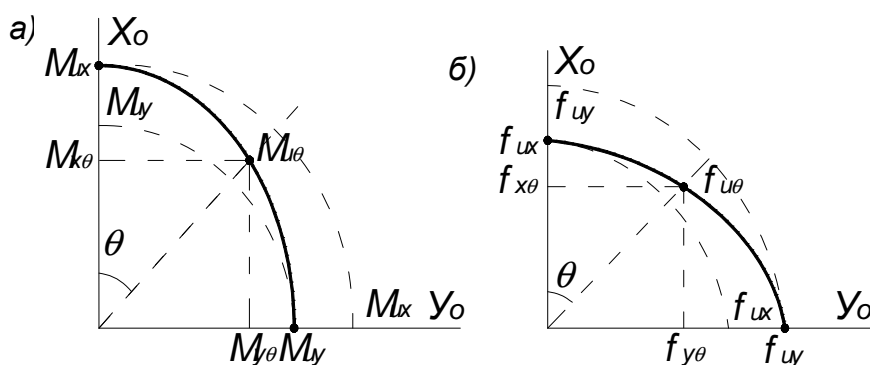


Рис. 3. Можливі випадки положення нейтральної лінії в косозавантажених залізобетонних елементах

з їх граничними значеннями в площинах X_o та Y_o , визначеними з окремих розрахунків косостиснутого елемента на позакентровий стиск

$$\begin{aligned} M_{ux} &= N_{ux} \cdot e_{ux}; \\ M_{uy} &= N_{uy} \cdot e_{uy}, \end{aligned} \quad (8)$$

де розрахункові ексцентриситети рівні відповідно

$$\begin{aligned} e_{ux} &= \frac{\varepsilon_{cu}}{1/r_{ux}} - \frac{h_n}{2} \cdot \cos \theta + f_{ux}; \\ e_{uy} &= \frac{\varepsilon_{cu}}{1/r_{uy}} - \frac{b_n}{2} \cdot \sin \theta + f_{uy}. \end{aligned} \quad (9)$$

При цьому кривини косозавантаженого елемента $1/r_x$ та $1/r_y$ в напрямках площин X_o і Y_o слід розраховувати за формулою (5) з урахуванням початкових

приведених жорсткостей перерізу залізобетонного елемента в зазначених площинах, відповідно $D_{ox} = E_{co} I_{red,ox}$ та $D_{oy} = E_{co} I_{red,oy}$.

Кут нахилу нейтральної лінії θ визначають за напрямком лінії прогинів

$$\operatorname{tg} \theta = (1/r_y)/(1/r_x). \quad (10)$$

3. Якщо покласти в основу гіпотезу пропорційної залежності параметрів напружено-деформованого стану косошавантаженого елемента від кута нахилу нейтральної лінії θ (рис. 3), то граничні моменти і прогини з їх проекціями необхідно обчислювати за виразами:

$$M_{u\theta} = M_{ux} + (M_{uy} - M_{ux}) \cdot \sin \theta; \quad (11)$$

$$M_{x\theta} = M_{u\theta} \cdot \cos \theta; \quad M_{y\theta} = M_{u\theta} \cdot \sin \theta; \quad (12)$$

$$f_{u\theta} = f_{ux} + (f_{uy} - f_{ux}) \cdot \sin \theta; \quad (13)$$

$$f_{x\theta} = f_{u\theta} \cdot \cos \theta; \quad f_{y\theta} = f_{u\theta} \cdot \sin \theta. \quad (14)$$

Розрахунок залізобетонних елементів за граничними станами другої групи потребує оцінювання напружено-деформованого стану залізобетонних елементів не тільки на певній стадії, але й і в характерних перерізах, а саме: у перерізі з першою тріщиною, у перерізі, де може з'явитися наступна тріщина, та в деякому умовному осередненому перерізі блока між тріщинами. Тому попередні значення відносних деформацій крайових фібр стиснутого бетону

$$\varepsilon_{c2} = \varepsilon_{cu} \cdot M_u / M \cdot (1/r)/(1/r_u) \quad (15)$$

та відносних деформацій найбільш розтягнутого арматурного стержня

$$\varepsilon_{s1} = d \cdot (1/r) - \varepsilon_{c2} \quad (16)$$

у подальшому уточнюють разом з кривинами $1/r_y$, $1/r_x$ та кутом θ за розв'язком системи загальноприйнятих статичних, геометричних та фізичних співвідношень до незаперечного виконання додаткових умов (3) та (4).

Висновки з досліджень та перспективи подальшого розвитку у даному напрямку. На підставі вищевикладеного розрахунок косошавантажених залізобетонних елементів у деформаційно-силовій моделі рекомендується виконувати шляхом розкриття внутрішньої статичної невизначеності їх нормальних перерізів через доповнення системи загальноприйнятих статичних, геометричних та фізичних співвідношень:

- функцією граничних відносних деформацій стиснутого бетону ε_{cu} ;
- універсальною аналітичною залежністю узагальненої діаграми стану $M-1/r$;
- гіпотезою залежності основних параметрів напружено-деформованого стану косошавантажених елементів від кута нахилу нейтральної лінії θ .

Загалом же розроблена методика розрахунку косодеформованих елементів може бути використана і для статично невизначених залізобетонних елементів та конструкцій.

Список використаних джерел

1. Пастернак, П. Л. Замечания к проекту новых норм проектирования железобетонных конструкций [Текст] / П. Л. Пастернак // Строительная промышленность. – 1944. – №7. – С. 20-23.
2. Гвоздев, А. А. Расчёт несущей способности конструкций по методу предельного равновесия: Сущность метода и его обоснование [Текст] / А. А. Гвоздев. – М.: Госстройиздат, 1949. – 280 с.

3. Мурашев, В. И. Трещиноустойчивость, жесткость и прочность железобетона [Текст] / В. И. Мурашев. – М.: Машстройиздат, 1950. – 268 с.
4. Расчет железобетонных конструкций при сложных деформациях [Текст] / М. С. Торяник [и др.]; под ред. М. С. Торяника. – М.: Стройиздат, 1974. – 295 с.
5. Руденко, Ю. М. Практический расчет жесткости железобетонных элементов прямоугольного сечения, работающих на косое внецентренное сжатие [Текст] / Ю. М. Руденко // Изв. вузов: Стр-во и арх-ра. – 1973. – №5. – С.23-28.
6. Eurocode-2: Design of Concrete Structures. Part 1-1: General Rules and Rules for - Building: EN 1992-1-1 [Final Draft, December, 2004], Brussels: CEN, 2004. – 226 p.
7. Бондаренко, В. М. Расчетные модели силового сопротивления железобетона [Текст] / В. М. Бондаренко, В. И. Колчунов. – СПб.; М.: АСВ, 2004. – 472 с.
8. Бабич, Є. М. Розрахунок згинальних залізобетонних елементів на тріщиностійкість на основі деформаційної моделі [Текст] / Є. М. Бабич, В. Є. Бабич, В. В. Савицький // Ресурсоекономічні матеріали, конструкції, будівлі і споруди: зб. наук. праць. – Рівне: НУВГП, 2005. – Вип. 12. – С. 85-90.
9. Бамбура, А. М. Експериментальні основи прикладної деформаційної теорії залізобетону [Текст]: дис. ... д-ра техн. наук: 05.23.01 / А. М. Бамбура. – К., 2005. – 379 с.
10. Ромашко, В. М. Деформаційно-силова модель опору бетону та залізобетону [Текст]: монографія / В. М. Ромашко. – Рівне: О. Зень, 2016. – 424 с.
11. Ромашко, В. М. Основи розрахунку залізобетонних елементів та конструкцій за деформаційно-силовою моделлю їх опору [Текст] / В. М. Ромашко // Зб. наук. праць Укр. держ. ун-ту залізнич. трансп. – Харків: УкрДУЗТ, 2017. – Вип. 168. – С. 103-110.
12. Павліков, А. М. Нелінійна модель напружено-деформованого стану косозавантажених залізобетонних елементів у закритичній стадії: монографія [Текст] / А. М. Павліков. – Полтава: ПНТУ ім. Юрія Кондратюка, 2007. – 259 с.
13. СНБ 5.03.01-02. Конструкции бетонные и железобетонные [Текст] / Минстройархитектуры Республики Беларусь. – [Введ. 01.07.2003]. – Минск: Стройтехнорм, 2003. – 144 с.
14. ДБН В.2.6-98:2009. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення [Текст] / Мінрегіонбуд України. – [Чинні від 01.06.11]. – К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 71 с.
15. ДСТУ Б В.2.6-156: 2010. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування [Текст] / Мінрегіонбуд України. – [Чинний від 01.06.11]. – К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 123 с.
16. Ромашко, В. Н. Обобщенная модель деформирования железобетонных элементов и конструкций [Текст] / В. Н. Ромашко // Международный научный журнал (International Scientific Journal), 2016. – № 3. – С. 84-86.
17. Romashko V. The construction peculiarities of the deformation and power model of concrete and reinforced concrete resistance / V. Romashko, O. Romashko // MATEC Web of Conf. 116, 02028, 1-8 (2017). (цитується в SCOPUS)
18. Ромашко, В. Н. Несущая способность гибких кососжимаемых керамзитожелезобетонных колонн при кратковременном и длительном действии нагрузки [Текст]: дисс. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / Василий Николаевич Ромашко. – Ровно, 1987. – 198 с.

Бабич Євгеній Михайлович, д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри промислового, цивільного будівництва та інженерних споруд Національного університету водного господарства та природокористування (м. Рівне). Тел.: (050) 142-25-04. E-mail: e.m.babich@nuwm.edu.ua.

Ромашко Василь Миколайович, канд. техн. наук, доцент, завідувач кафедри основ архітектурного проектування, конструювання і графіки Національного університету водного господарства та природокористування (м. Рівне). Тел.: (097) 595-75-91. E-mail: romashkovasy1@gmail.com.

Babich Evgeniy, Doctor of Technical Sciences, professor, head of Department of Industrial, Civil Engineering and Engineering Structures National University of Water Management and Nature Recourses Use (Rivne).

Tel.: (050) 142-25-04. E-mail: e.m.babich@nuwm.edu.ua.

Romashko Vasil, Ph. D. in Engineering, associate professor, head of Department of Architectural Designing Bases, Constructing and Graphics National University of Water Management and Nature Recourses Use (Rivne).

Tel.: (097) 595-75-91. E-mail: romashkovasyl@gmail.com.

Стаття прийнята 18.08.2017 р.