

УДК 624.042

**РОЗРАХУНОК ТОНКОСТІННИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК  
НА АСИМЕТРИЧНЕ НАВАНТАЖЕННЯ ЗА МОМЕНТНОЮ ТЕОРІЄЮ**

**Канд. техн. наук Н. О. Махінько**

**CALCULATION OF THE THIN-WALLED CYLINDRICAL SHELLS AT THE  
ASYMMETRIC LOAD BY USING THE GENERAL THEORY**

**PhD (Tech.) N. Makhinko**

---

DOI: <https://doi.org/10.18664/1994-7852.184.2019.176130>

---

*Розглянуто завдання визначення напружено-деформованого стану циліндричних оболонок, підсилених вертикальними ребрами жорсткості під дією несиметричного квазірівномірного навантаження відповідно до моментної теорії. Для знаходження рішення використовувалися гіпотези, які дали змогу знехтувати в рівняннях пружності крутильними та поздовжніми згинальними моментами, а також розтягом-стиском у кільцевому напрямку. Отримані рішення для різних варіантів граничних умов, які відповідають реальній роботі сталевих ємностей для зберігання. Розроблені спеціальні номограми, які дають змогу знаходити значення функцій складових напружено-деформованого стану при заданих величинах коефіцієнта реакції та безрозмірної висоти, що значно спрощує визначення цих величин.*

**Ключові слова:** *циліндрична оболонка, силосна ємність, напруження, переміщення, гармонічне навантаження, гофрована стінка.*

*It was considered the principles of defining the deflected mode of cylindrical shells, which are strengthened by vertical stiffeners under the influence of unsymmetrical semi-uniform load by using the general theory. Taking into account the fact that creation of the mathematically precise methods of calculation with considering the influence of a variety of factors does not bring engineering benefits, we used simplifying hypotheses to find the solution that allowed to neglect torsion and longitudinal bending moments in the equations of elasticity, as well as tension and compression in the circular direction. The rigidity of the displacement was taken as endlessly large. Calculations were conducted by the way of load factorization into the trigonometric series of the finite length. For the studied constructions of capacities such load is the wind pressure, the uneven distribution*

of which is described by the function of the aerodynamic coefficient. The obtained solutions concern different variants of boundary conditions, which correspond to real work of the steel cylindrical capacity. Particularly, rigidly fixed capacities with a top free or tied absolutely rigid ring. Additionally, it was obtained efforts in a shell with one end that is clamped, and one that is reinforced by the elastic ring. For cylindrical silo capacities the presence of an elastic ring is associated with a shell of the roof and wind circles, which have a finite rigidity. It was developed special nomograms, which allow finding the value of function that compose deflected mode under the predetermined values of the coefficient of reaction and the non-dimensional height. This greatly simplifies the definition of these quantities. Mentioned analytical formula and graphic dependencies for radial, circular and longitudinal displacements and strains in the cross-sections of the shell, and also the efforts of vertical stiffeners are concise and can be applied in engineering practice. According to the proposed approach, it was given the numerical example of calculation of internal forces in the vertical stiffeners and body displacement of the four different storage capacities of different lengthening with flat and corrugated wall.

**Keywords:** cylindrical shells, silo, stresses, displacements, boundary conditions, corrugated wall.

**Вступ.** Циліндричні оболонки обертання лежать в основі багатьох реальних конструкцій, зокрема ємностей для зберігання сипких матеріалів, вивченню яких присвячені останні роботи авторів [1–3]. У цій статті сталеві оболонки з вертикальними ребрами жорсткості розглядаються саме з цього погляду, що надає певну специфіку дослідженню. Проте результуючі висновки є справедливими для використання в інших галузях міцності матеріалів і елементів конструкцій.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Задачі розрахунку ємностей зберігання, як оболонок обертання при несиметричному навантаженні, розглядалися у роботах [4–6], проте наведений в них загальний розрахунок має доволі умовний характер щодо природи вітрових впливів та не фокусується на напружено-деформованому стані ребер жорсткості. Аналіз роботи тонкостінних циліндричних оболонок з акцентом на споруди силосних ємностей відображений також у роботах [7–9].

**Визначення мети та задачі дослідження.** Метою дослідження є розробка аналітичного методу розрахунку циліндричних оболонок, підсилених вертикальними ребрами жорсткості під дією несиметричного навантаження. У роботі відповідно до моментної теорії була

поставлена задача отримання простих розрахункових формул для основних складових напружено-деформованого стану: нормальних і дотичних напружень у поперечному та поздовжньому перерізі ємності, а також переміщень у радіальному напрямку.

**Основна частина дослідження.** Під терміном несиметричне квазірівномірне навантаження мається на увазі радіально прикладене зовнішнє навантаження, рівномірно розподілене за довжиною оболонки, проте змінне в поперечному перерізі за певним законом. Відповідно до загальної теорії оболонок добре відомо, що будь-яке навантаження можливо розкласти в тригонометричний ряд скінченної довжини [10], для якого вже наявні функціональні зв'язки між параметрами навантаження та напружено-деформованого стану. Для досліджуваних конструкцій ємностей таким навантаженням виступає вітровий тиск, який добре апроксимується рядом косинусів. Відповідно до норм проектування різних країн нерівномірний розподіл вітрового навантаження за периметром описує функція аеродинамічного коефіцієнта, що може бути подана в табличному (графічному) або аналітичному виразі.

Розрахунок будемо проводити використовуючи гіпотези, які полягають у

відсутності зсуву в серединній поверхні оболонки і нерозтяжності оболонки в кільцевому напрямку, а шукані напруження, зусилля, деформації та переміщення є функцією однієї координати  $x$  (відраховується по висоті ємності). У такому разі без великої похибки можливо знехтувати в рівняннях пружності крутильними та поздовжніми згинальними моментами, а також розтягом-стиском у кільцевому напрямку. І навпаки, вагомими залишаються деформації розтягу-стиску в поздовжньому напрямку та згину в

кільцевому. Зсув також буде набувати деякого значення, проте враховуючи, що податливість реальної конструкції ємності даному виду деформації мало впливає на розподіл зусиль, можливо прийняти жорсткість на зсув нескінченно великою. При такому обмеженні в кількість невідомих будуть входити: нормальні напруження  $\sigma_{p,k}$  в поперечному перерізі ємності, дотичні  $\tau_{p,k}$  – в поздовжньому та три основних переміщення – поздовжні  $u_k$ , радіальні  $w_k$  та кільцеві  $v_k$  (рис. 1).

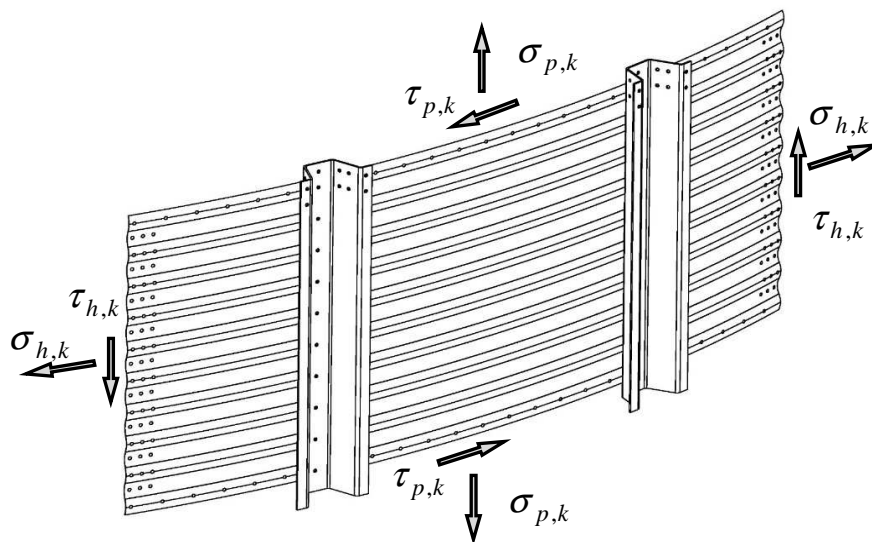


Рис. 1. Схема діючих зусиль у корпусі реальної конструкції ємності

Наслідуючи [11], будемо вважати, що всі невідомі зусилля і переміщення від навантаження  $W_k = A_k \cos(k\varphi)$  можуть бути виражені через деяку невідому функцію  $\xi_k(x)$ , яка задовольняє лінійне диференціальне рівняння

$$\frac{d^4 \xi_k(x)}{dx^4} + 4\eta_{w,k}^4 \xi_k(x) = 4\eta_{w,k}^4 \xi_{k,0}, \quad (1)$$

де  $\eta_{w,k}^4$  – величина, яка враховує характеристики жорсткості ємності в заданих

умовах  $k$ -ї гармоніки завантаження (при цьому  $k \geq 2$ );  $\xi_{k,0}$  – величина, яка носить характер коефіцієнта пропорційності та враховує характер гармонічного завантаження  $\xi_{k,0} = 0,25w_p a_k D_w^2 / (k^2 - 1)$ ;  $A_k$  – амплітудне значення  $k$ -ї складової;  $a_k$  – коефіцієнти розкладення аеродинамічного коефіцієнта  $C_{aer}(\varphi)$  в тригонометричний ряд [1];  $w_p$  – розрахункове значення вітрового навантаження без урахування коефіцієнта  $C_{aer}$ .

Для ємності діаметром  $D_w$  з гофрованою стінкою товщиною  $t_w$ ,

підкріпленою  $n_p$  ребрами жорсткості товщиною  $t_p$ , величина  $\eta_{w,k}^4$  дорівнює

$$\eta_{w,k}^4 = \frac{16k^4(k^2-1)^2}{D_w^6} \frac{D_r}{Et_w(1+\alpha_{wp})} \frac{1}{\delta_{Dt}D_w} = \frac{1.1k\sqrt{k^2-1}}{\delta_{Dt}D_w} \left( \frac{\Delta J_w}{1+\alpha_{wp}} \right)^{1/4}, \quad (2)$$

де  $D_r$  – значення циліндричної жорсткості на згин у кільцевому напрямку;  $\Delta J_w$  – відношення моментів інерції поперечного перерізу профільованого та плоского листів стінки;  $E$  – модуль пружності.

Таким чином, величина  $\eta_{w,k}^4$  визначається одним розмірним параметром – діаметром оболонки  $D_w$  та декількома безрозмірними:  $k$  – відповідає за ступінь «плавності» гармонічного навантаження за периметром ємності;  $\Delta J_w$  – ураховує підвищену згинальну жорсткість гофрованих листів;  $\alpha_{wp}$  – показує, як співвідносяться площі поперечного перерізу ребер жорсткості та листів корпусу та  $\delta_{Dt} = \sqrt{D_w/t_w}$  – коефіцієнт геометричного масштабу циліндричної оболонки.

У розрахунках величина  $\eta_{w,k}^4$  використовується як один з множників у добутку  $x\eta_{w,k}$ . Тому доцільно ввести коефіцієнт реакції  $\lambda_{\eta,k}$ , як функцію безрозмірної висоти  $y = x/H_w$

$$x\eta_{w,k} = yH_w\eta_{w,k} = y\lambda_{\eta,k}, \quad (3)$$

$$\lambda_{\eta,k} = 1.1k\sqrt{k^2-1}\Delta_w/\delta_{Dt} \left( \Delta J_w/(1+\alpha_{wp}) \right)^{1/4}, \quad (4)$$

де  $H_w$  – висота ємності;

$$\Delta_w = H_w/D_w \text{ – відносне видовження.}$$

Розв’язання рівняння (1) матиме вигляд [1]

$$\begin{aligned} \xi_k(y) = & e^{-y\lambda_{\eta,k}} \left[ C_{1,k} \sin(y\lambda_{\eta,k}) + C_{2,k} \cos(y\lambda_{\eta,k}) \right] + \\ & + e^{y\lambda_{\eta,k}} \left[ C_{3,k} \sin(y\lambda_{\eta,k}) + C_{4,k} \cos(y\lambda_{\eta,k}) \right] + \xi_{k,0}. \end{aligned} \quad (5)$$

Сталі інтегрування знаходимо скориставшись граничними умовами функції  $\xi_k(y)$  у двох випадках. У першому варіанті розглянемо оболонку з жорстким защемленням та вільним верхнім краєм; у другому – верхній кінець будемо вважати зв’язаним абсолютно жорстким кільцем. У термінах кінцево-елементного аналізу це відповідає процедурі об’єднання радіальних та кільцевих переміщень для всіх верхніх точок корпусу оболонки. Такий підхід має практичну користь, оскільки

дасть змогу додатково отримати зусилля в оболонці з одним затисненим, а другим підкріпленим пружним кільцем краями. Для реальних конструкцій ємностей наявність пружного кільця пов’язується з обичайкою даху та вітровими кільцями, які мають скінчену жорсткість. Якщо позначити через  $N_{el}$  зусилля в ємності з пружним кільцем, а  $N_{rig}$  і  $N_{fr}$  відповідно з жорстким кільцем і вільним краєм, отримаємо таке співвідношення:

$$N_{el} = N_{fr} - (N_{fr} - N_{rig})k_{el}, \quad (6)$$

$$k_{el} = w_{fr} / (w_{el} + w_{fr}), \quad (7)$$

де  $k_{el}$  – коефіцієнт пружної податливості верху ємності;

$w_{fr}$  – максимальні радіальні переміщення вільного краю;

$w_{el}$  – максимальні радіальні переміщення пружного кільця від сил взаємодії ємності та абсолютно жорсткого кільця.

Для обох варіантів необхідно забезпечити виконання умови тотожності нулю таких параметрів реакцій:

$$\xi_k(y)|_{y=1} = 0; \quad \left. \frac{d\xi_k(y)}{dy} \right|_{y=1} = 0; \quad \left. \frac{d^2\xi_k(y)}{dy^2} \right|_{y=0} = 0; \quad \left. \frac{d^3\xi_k(y)}{dy^3} \right|_{y=0} = 0, \quad (8)$$

$$\xi_k(y)|_{y=1} = 0; \quad \left. \frac{d\xi_k(y)}{dy} \right|_{y=1} = 0; \quad \left. \frac{d^2\xi_k(y)}{dy^2} \right|_{y=0} = 0; \quad \xi_k(y)|_{y=0} = 0. \quad (9)$$

Якщо початок координат розміщений угорі ємності, перше співвідношення формули (8) відповідає рівності нулю поперечних згинальних моментів, друге – поздовжніх переміщень, третє – поздовжніх нормальних напружень, четверте – дотичних напружень. Остання рівність

формули (9) передбачає відсутність зміщення будь-якої точки верхнього краю в радіальному або кільцевому напрямку ємності.

Підставивши граничні умови (8) у диференціальне рівняння (5) для сталих інтегрування, отримаємо

$$C_{1,k} = C_{3,k} = -M_{1,k}\xi_{k,0}, \quad C_{2,k} = -M_{2,k}\xi_{k,0}, \quad C_{4,k} = -M_{3,k}\xi_{k,0}, \quad (10)$$

де  $M_{1,k}$ ,  $M_{2,k}$  і  $M_{3,k}$  – безрозмірні функції реакції ємності.

$$M_{1,k} = [\text{chs } \lambda_{\eta,k} - \text{shc } \lambda_{\eta,k}] / [\cosh^2 \lambda_{\eta,k} + \cos^2 \lambda_{\eta,k}], \quad (11)$$

$$M_{2,k} = \frac{3\exp \lambda_{\eta,k} \cos \lambda_{\eta,k} + \exp(-\lambda_{\eta,k}) \cos \lambda_{\eta,k} - 2\text{chs } \lambda_{\eta,k}}{4(\cosh^2 \lambda_{\eta,k} + \cos^2 \lambda_{\eta,k})}, \quad (12)$$

$$M_{3,k} = \frac{\exp \lambda_{\eta,k} \cos \lambda_{\eta,k} + 3\exp(-\lambda_{\eta,k}) \cos \lambda_{\eta,k} + 2\text{chs } \lambda_{\eta,k}}{4(\cosh^2 \lambda_{\eta,k} + \cos^2 \lambda_{\eta,k})}, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \text{chs}(y\lambda_{\eta,k}) &= \cosh(y\lambda_{\eta,k}) \sin(y\lambda_{\eta,k}), & \text{chc}(y\lambda_{\eta,k}) &= \cosh(y\lambda_{\eta,k}) \cos(y\lambda_{\eta,k}), \\ \text{shs}(y\lambda_{\eta,k}) &= \sinh(y\lambda_{\eta,k}) \sin(y\lambda_{\eta,k}), & \text{shc}(y\lambda_{\eta,k}) &= \sinh(y\lambda_{\eta,k}) \cos(y\lambda_{\eta,k}). \end{aligned} \quad (14)$$

Підставивши (11)–(13) в (5) та застосувавши гіперболічні функції, для шуканої функції  $\xi_k(y)$  отримуємо

$$\xi_k(y) = \xi_{k,0}[1 - \psi_{m,k}(y)], \quad (15)$$

$$\psi_{m,k}(y) = M_{1,k} \operatorname{ch}(y\lambda_{\eta,k}) + \cos(y\lambda_{\eta,k}) \left[ M_{2,k} \exp(-y\lambda_{\eta,k}) + M_{3,k} \exp(y\lambda_{\eta,k}) \right]. \quad (16)$$

Решту складових напружено-деформованого стану: переміщення радіальні  $w_k(y, \varphi)$ , кільцеві  $v_k(y, \varphi)$  та поздовжні  $u_k(y, \varphi)$ ; напруження в поперечних перерізах  $\sigma_{p,k}(y, \varphi)$  та  $\tau_{p,k}(y, \varphi)$

знаходимо за допомогою загальних формул теорії оболонок. Результуючі формули наводяться з урахуванням похідних функції  $\xi_k(y)$  та визначення зведеної циліндричної жорсткості  $D_r$

$$w_k(y, \varphi) = 2D_w \Lambda_w \frac{[1 - \psi_{m,k}(y)]}{(k^2 - 1)^2} a_k \cos(k\varphi), \quad (17)$$

$$v_k(y, \varphi) = 2D_w \Lambda_w \frac{[1 - \psi_{m,k}(y)]}{k(k^2 - 1)^2} a_k \sin(k\varphi), \quad (18)$$

$$u_k(y, \varphi) = \frac{D_w}{\Lambda_w} \Lambda_w \frac{\psi_{u,k}(y)}{k^2(k^2 - 1)^2} \lambda_{\mu,k} a_k \cos(k\varphi), \quad (19)$$

$$\sigma_{p,k}(y, \varphi) = \frac{E}{\Lambda_w^2} \Lambda_w \frac{\psi_{\sigma,k}(y)}{k^2(k^2 - 1)^2} \lambda_{\eta,k}^2 a_k \cos(k\varphi), \quad (20)$$

$$\tau_{p,k}(y, \varphi) = \frac{E}{\Lambda_w^3} \Lambda_w \frac{\psi_{\tau,k}(y)}{k^3(k^2 - 1)^2} \lambda_{\eta,k}^3 a_k \sin(k\varphi), \quad (21)$$

де  $\Lambda_w$  – коефіцієнт податливості ємності

$$\Lambda_w = 3\delta_{Dt}^6 (1 - \mu^2) w_p / [8\Delta J_w E], \quad (22)$$

де  $\mu$  – коефіцієнт Пуассона.

Функції  $\psi_{u,k}(y)$ ,  $\psi_{\sigma,k}(y)$  і  $\psi_{\tau,k}(y)$  аналогічні з математичного погляду  $\psi_{m,k}(y)$  та визначаються виразами перших трьох похідних. Для варіанта оболонки, у якій верхній край вільний:

$$\begin{aligned} \psi_{u,k}(y) = & M_{1,k} \left[ \operatorname{ch}(y\lambda_{\eta,k}) + \operatorname{sh}(y\lambda_{\eta,k}) \right] + \\ & + \cos(y\lambda_{\eta,k}) \left[ M_{3,k} \exp(y\lambda_{\eta,k}) - M_{2,k} \exp(-y\lambda_{\eta,k}) \right] - \\ & - \sin(y\lambda_{\eta,k}) \left[ M_{3,k} \exp(y\lambda_{\eta,k}) + M_{2,k} \exp(-y\lambda_{\eta,k}) \right], \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \psi_{\sigma,k}(y) = & 2M_{1,k} \operatorname{shc}(y\lambda_{\eta,k}) + 2\sin(y\lambda_{\eta,k}) \times \\ & \times [M_{2,k} \exp(-y\lambda_{\eta,k}) - M_{3,k} \exp(y\lambda_{\eta,k})], \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \psi_{\tau,k}(y, \varphi) = & M_{1,k} [\operatorname{shs}(y\lambda_{\eta,k}) - \operatorname{chc}(y\lambda_{\eta,k})] - \\ & - M_{2,k} \exp(-y\lambda_{\eta,k}) [\cos(y\lambda_{\eta,k}) - \sin(y\lambda_{\eta,k})] + \\ & + M_{3,k} \exp(y\lambda_{\eta,k}) [\cos(y\lambda_{\eta,k}) + \sin(y\lambda_{\eta,k})]. \end{aligned} \quad (25)$$

Для варіанта оболонки, верхнім кінцем зв'язаної з абсолютно жорстким кільцем:

$$\psi_{m,k}(y) = 2M_{2,k} \operatorname{shc}(y\lambda_{\eta,k}) - 2M_{1,k} \operatorname{chs}(y\lambda_{\eta,k}) + \exp(y\lambda_{\eta,k}) \cos(y\lambda_{\eta,k}), \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \psi_{u,k}(y) = & \exp(y\lambda_{\eta,k}) \sin(y\lambda_{\eta,k}) - \exp(y\lambda_{\eta,k}) \cos(y\lambda_{\eta,k}) + \\ & + 2M_{1,k} [\operatorname{shs}(y\lambda_{\eta,k}) + \operatorname{chc}(y\lambda_{\eta,k})] + 2M_{2,k} [\operatorname{shs}(y\lambda_{\eta,k}) - \operatorname{chc}(y\lambda_{\eta,k})], \end{aligned} \quad (27)$$

$$\psi_{\sigma,k}(y) = 2\exp(y\lambda_{\eta,k}) \sin(y\lambda_{\eta,k}) + 4M_{1,k} \operatorname{shc}(y\lambda_{\eta,k}) + 4M_{2,k} \operatorname{chs}(y\lambda_{\eta,k}), \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \psi_{\tau,k}(y, \varphi) = & 2M_{1,k} [\operatorname{chc}(y\lambda_{\eta,k}) - \operatorname{shs}(y\lambda_{\eta,k})] + \\ & + M_{2,k} [\operatorname{chc}(y\lambda_{\eta,k}) + \operatorname{shs}(y\lambda_{\eta,k})] + \\ & + \exp(y\lambda_{\eta,k}) [\cos(y\lambda_{\eta,k}) + \sin(y\lambda_{\eta,k})]. \end{aligned} \quad (29)$$

Для сталих  $M_{1,k}$  і  $M_{2,k}$  маємо такі вирази:

$$M_{1,k} = 2(\operatorname{chc} \lambda_{\eta,k} - \operatorname{shs} \lambda_{\eta,k} - \cos^2 \lambda_{\eta,k}) / M_{0,k}, \quad (30)$$

$$M_{2,k} = \frac{2\operatorname{ch} \lambda_{\eta,k} (\cos \lambda_{\eta,k} - \exp \lambda_{\eta,k}) + 2\operatorname{shs} \lambda_{\eta,k} + \exp \lambda_{\eta,k} \sin(2\lambda_{\eta,k}) (\operatorname{ch} \lambda_{\eta,k} - \operatorname{sh} \lambda_{\eta,k})}{M_{0,k}}, \quad (31)$$

$$\begin{aligned} M_{0,k} = & \operatorname{sh}(2\lambda_{\eta,k}) - \sin(2\lambda_{\eta,k}) + 2\operatorname{ch} \lambda_{\eta,k} \operatorname{sh} \lambda_{\eta,k} - \operatorname{shc}(2\lambda_{\eta,k}) - \operatorname{chs}(2\lambda_{\eta,k}) + \\ & + 2\operatorname{sh} \lambda_{\eta,k} [\operatorname{sh} \lambda_{\eta,k} \sin(2\lambda_{\eta,k}) + \operatorname{ch} \lambda_{\eta,k} \cos(2\lambda_{\eta,k})]. \end{aligned} \quad (32)$$

Певно, що найбільшими труднощами при описі напружено-деформованого стану ємності є обчислення значень функцій  $\psi_{m,k}(y)$ ,  $\psi_{u,k}(y)$ ,  $\psi_{\sigma,k}(y)$  і  $\psi_{\tau,k}(y)$  при заданому аргументі. І хоча отримані залежності більш лаконічні, ніж при використанні відомих функцій Крилова [9],

застосовувати їх в інженерній практиці досить незручно. Ураховуючи це, були розроблені спеціальні номограми, які дають змогу знаходити значення наведених функцій при заданих величинах  $\lambda_{\eta,k}$  і  $y$  (рис. 2, 3).

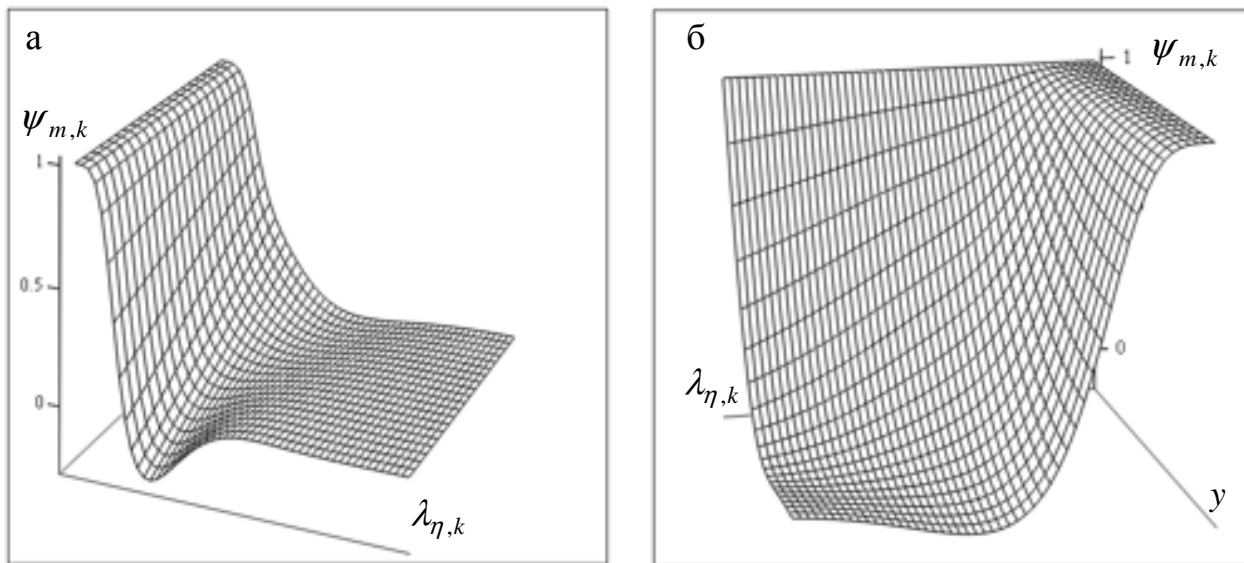


Рис. 2. Ізометричне подання функції  $\psi_{m,k}(y)$  для ємностей з вільним кінцем (а) та абсолютно жорстким кільцем (б)

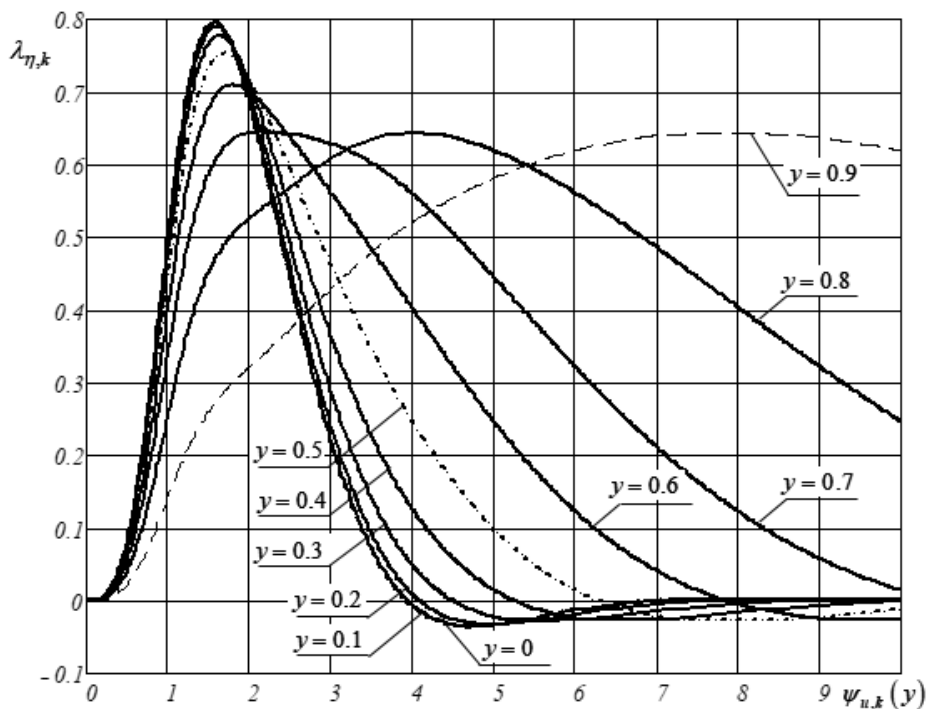


Рис. 3. Номограма функції  $\psi_{u,k}(y)$  для ємностей з вільним кінцем

Важливо також зазначити, що напруження зсуву  $\tau_{p,k}(y, \varphi)$  набагато менші за нормальні  $\sigma_{p,k}(y, \varphi)$ , тому в інженерних розрахунках ними можливо нехтувати,

ураховуючи лише біля основи ємності або в місці спряження з верхнім кільцем.

Зусилля у вертикальних ребрах жорсткості знайдемо з умови їх роботи на розтяг-стиск. Поздовжніми згинальними та



крутильними моментами нехтуємо, тим самим приймаючи, що поздовжні нормальні напруження  $\sigma_{p,k}(y, \varphi)$  за площею поперечного перерізу ребер розподіляються рівномірно. Окрім цього враховуємо, що всі вертикальні зусилля на основу ємності передаються виключно ребрами. Врешті для поздовжнього зусилля маємо

$$N_{p,k}(y, \varphi) = \sigma_{p,k}(y, \varphi) A_p (1 + 1/2\alpha_{wp}). \quad (33)$$

Відповідно до отриманої формульної процедури були проведені практичні обчислення для чотирьох ємностей різного видовження  $\Delta_w$  з плоскою та гофрованою стінкою, результати яких зведені у таблицю.

Таблиця 1

Процедура розрахунку переміщень корпусу ємності та зусиль у вертикальних ребрах жорсткості за моментною теорією

Параметр	Значення параметра для циліндричної ємності											
	№ 1			№ 2			№ 3			№ 4		
Вихідні дані розрахунку												
$H_w$ , м	30			30			30			30		
$D_w$ , м	30			10			30			10		
$\Delta_w$	1			3			1			3		
стінка	плоский						гофрований					
$t_w$ , мм	2			6			2			6		
$t_p$ , мм	6			2			6			2		
$n_p$	90			60			90			60		
Хід виконання розрахунку												
$\Delta J_w$	1,0			1,0			71,9			8,0		
$A_p$ , см <sup>2</sup>	26,88			17,92			26,88			17,92		
$\alpha_{wp}$	1,284			0,285			1,284			0,285		
$\delta_{Dt}$	122,47			40,825			122,47			40,825		
$A_w$	5591			7,67			77,8			0,96		
$k$	2	4	6	2	4	6	2	4	6	2	4	6
$\lambda_\eta$	0,025	0,113	0,26	0,263	1,176	2,7	0,074	0,33	0,755	0,442	1,98	4,53
$M_{1,k} \cdot 10^3$	5,4E-3	0,483	5,81	6,05	325,8	175,5	0,133	11,9	129,3	28,44	349	-17,3
$M_{2,k} \cdot 10^3$	500	500	496	496	44	-207,4	500	491	362	476	-281	4,75
$M_{3,k} \cdot 10^3$	500	500	502	502	370	-31,7	500	503	491	505	68,3	-12,6
$\psi_{m,k}$	1,0	1,0	0,998	0,998	0,414	-0,24	1,0	0,994	0,853	0,981	-0,212	7,8E-3
$\psi_{u,k} \cdot 10^3$	0,011	0,97	11,61	12,1	652	351,5	0,267	23,8	258,6	57	698	-35
$\psi_{\sigma,k} \cdot 10^3$	-1,281	-25,6	-134,4	-138,1	-1821	-1942	-10,86	-216,5	-1044	-387	-1954	-2000
Результати розрахунку												
$w_k$ , мм	7,65	122,4	618,5	40,7	400	155	7,65	122,0	560	40,3	104	15,8
$v_{k,max}$ , мм	3,83	30,6	103,1	20,4	100	26	3,83	30,5	93,3	20	26	2,7
$u_k$ , мм	1,28	5,1	11,5	2,3	5,5	0,55	1,28	5,1	10,3	2,3	1,3	0
$\sigma_{p,k}$ , кН/см <sup>2</sup>	2,63	10,5	23,6	4,66	12,3	5,6	2,63	10,5	21,6	4,6	4,7	2,05
$N_{p,k}$ , кН	98	392	882	115	303	139	98	391	808	114	115	50,5

Примітки:

1. Параметри гофрування листа: ширина горизонтальної проекції  $L_w = 128$  мм, висота хвилі  $h_w = 7$  мм.

2. Геометрія ребра: висота  $h_p = 120$  мм; поперечні розміри –  $a_p = 112$  мм;  $\ell_p = 280$  мм; нахил бокових граней  $\beta_p = 110^\circ$ ;  $A_p$  – площа поперечного перерізу ребра.

3. Навантаження  $w_p = 1,0$  кПа при коефіцієнті  $a_k = 1$ .

4. Переміщення обчислені для верху ємності, напруження в ребрах – біля основи,  $\varphi = 0$ .

#### Висновки:

1. Розв'язана задача пошуку функції для визначення зусиль і переміщень корпусу циліндричної ємності при дії квазі-рівномірного навантаження. Прототипом цього реального об'єкта виступила тонка

циліндрична оболонка, а розрахунок проводився відповідно до моментної теорії.

2. Отримані аналітичні формульні та графічні залежності для всіх складових напружено-деформованого стану (радіальних, кільцевих і поздовжніх переміщень та напружень).

3. Розроблені спеціальні номограми, які дають змогу знаходити значення функцій складових напружено-деформованого стану за заданими величинами коефіцієнта реакції та безрозмірної висоти.

4. Здійснені числові розрахунки (табличний вигляд) переміщень корпусу вертикальної циліндричної сталеві ємності та внутрішніх зусиль у вертикальних ребрах жорсткості ємності за монетною теорією. Дані таблиці ілюструють поетапний хід розв'язання задачі за отриманою формульною процедурою.

#### Список використаних джерел

1. Pichugin S. F., Makhinko N. O. Features of the Silo Capacities' Calculation at the Unsymmetrical Wind Load. *International Journal of Engineering & Technology*. 2018. Vol. 7, № 4.8. P. 22–26. URL: <https://doi.org/10.14419/ijet.v7i4.8.27208> (last access: 05.04.2019).
2. Makhinko N. Stress-strain state of the storage silos under the action of the asymmetric load. *Matec Web of Conference*. 2018. Vol. 230. URL: <https://doi.org/10.1051/matecconf/201823002018> (last access: 05.04.2019).
3. Lapenko O., Makhinko A., Makhinko N. Features of silos calculations at asymmetric wind load by using momentless theory. *Tehnički glasnik*. 2019. Vol. 13, № 1. P. 12–15. URL: <https://doi.org/10.31803/tg-20180522160526> (last access: 05.04.2019).
4. Кан С.Н. Строительная механика оболочек. Москва: Машиностроение, 1966. 508 с.
5. Иммерман А. Г. Расчет ортотропной круговой цилиндрической оболочки на поперечную нагрузку. *Расчет пространственных конструкций: сборник статей*. 1955. Вып. III. С. 323–373.
6. Сегаль А. И. Практические методы расчета тонкостенных конических оболочек. *Расчет пространственных конструкций: сборник статей*. 1951. Вып. II. С. 383–412.
7. Rotter J. M., Sadowski A. J. Cylindrical shell bending theory for orthotropic shells under general axisymmetric pressure distributions. *Engineering Structures*. 2012. № 42. P. 258–265. URL: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.04.024> (last access: 05.04.2019).
8. Teng J.G., Rotter J.M. Buckling of Thin Metal Shells. London : *Spon Press*, 2004. 520 p.
9. Chen L., Rotter J. M. Buckling of anchored cylindrical shells of uniform thickness under wind load. *Engineering Structures*. 2012. № 41. P. 199–208. URL: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.03.046> (last access: 05.04.2019).

10. Гольденвейзер А. Л. Теория упругих тонких оболочек. Москва: Наука, 1976. 512 с.

11. Справочник проектировщика промышленных, жилых и общественных зданий и сооружений / под ред. А.А. Уманского. Москва: Издательство литературы по строительству, 1973. 416 с.

---

Махінко Наталія Олександрівна, канд. техн. наук, доцент кафедри комп'ютерних технологій будівництва Національного авіаційного університету. Тел. +38(050)304-50-72. E-mail: pasargada1985@gmail.com.

Makhinko Nataliia, PhD (Tech.), Associate Professor, Department of Computer Technology Building, National Aviation University. Tel. +38(050)304-50-72. E-mail: pasargada1985@gmail.com.

Статтю прийнято 16.04.2019 р.