

УДК 624.012.35:620.173/174

ОСНОВНІ ПАРАМЕТРИ УНІВЕРСАЛЬНОЇ ДІАГРАМИ СТАНУ БЕТОНУ В ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТАХ І КОНСТРУКЦІЯХ

Д-р техн. наук В. М. Ромашко, канд. техн. наук О. В. Ромашко-Майструк

MAIN PARAMETERS OF THE UNIVERSAL CONCRETE STATE DIAGRAM IN THE REINFORCED CONCRETE ELEMENTS AND STRUCTURES

Dr. Sc. (Tech.) V. M. Romashko, PhD (Tech.) O. V. Romashko-Maistruk

Анотація. У даній статті представлено результати досліджень з пошуку та методологічного обґрунтування основних параметричних точок універсальної залежності діаграми деформування бетону в залізобетонних елементах і конструкціях. Показано, що на відміну від інших, ця залежність не є емпіричною, а отримана аналітичним шляхом завдяки використанню гіпотези «нелінійності жорсткості». Висвітлено найважливіші відмінності між стандартною діаграмою деформування бетону $\sigma_c - \varepsilon_c$ та дійсною діаграмою його стану в залізобетонних елементах і конструкціях. Встановлено, що відношення між початковим модулем деформацій бетону E_{c0} та модулем його пружності E_c залежить від класу бетону. Детально обґрунтовано, чому граничну деформативність стиснутого бетону ε_{cu} слід визначати за діаграмою стану самого елемента чи конструкції, а низхідну вітку його деформування обмежувати за екстремальним критерієм Ферма $dM / d(1/r) = 0$. Оцінено вплив арматури на протяжність низхідної вітки діаграми деформування бетону.

Ключові слова: бетон, діаграма деформування, діаграма стану, жорсткість, модуль деформацій, січний модуль, параметричні точки

Abstract. This article presents the research results on the search and methodological justification of the main parametric points of the universal dependence of the concrete deformation diagram $\sigma_c - \varepsilon_c$ in reinforced concrete elements and structures. It is shown that, unlike others, this dependence is not empirical, but obtained analytically using the hypothesis of "stiffness nonlinearity". The using expediency this hypothesis to describe the concrete stress-strain state in reinforced concrete elements and structures is substantiated by the results of experimental studies by other authors.

The most important differences between the concrete deformation standard diagram $\sigma_c - \varepsilon_c$ and its state actual diagram in reinforced concrete elements and structures are reflected. It is indicated that the descending branch of the diagram $\sigma_c - \varepsilon_c$ reproduces the stresses redistribution from one concrete fiber to another. It is substantiated in detail why it is impossible to obtain a descending branch of the concrete deformation diagram for centrally loaded standard samples (concrete cylinders or prisms) under standard test conditions.

The nature of the change in the secant modulus of concrete deformations in standard prototypes during their testing is investigated. It has been established that the ratio between the initial modulus of concrete deformation E_{c0} and the normalized modulus of elasticity E_c depends on the concrete class. The numerical values of the indicated ratios for different classes of heavy concrete are

determined and given. It is argued in detail why the compressed concrete ultimate deformability ε_{cu} must be determined by the state diagram of the element or structure itself, and the concrete deformation descending branch should be limited by the criterion of ultimate bearing capacity (Fermat's criterion) $dM/d(1/r) = 0$. The reinforcement influence on the length of concrete deformation diagram descending branch of standard prism samples under axial load is estimated.

Keywords: concrete, deformation diagram, state diagram, stiffness, deformation modulus, secant modulus, parametric points.

Вступ. Загальновідомо, що поведінку будь-якого бетонного чи залізобетонного елемента під дією навантаження доцільно відтворювати за допомогою діаграм їхнього стану. Останні дозволяють безпосередньо пов'язувати між собою найважливіші силові та деформаційні параметри деформування зазначених елементів. Тому саме їх і необхідно покласти в основу узагальненої моделі деформування залізобетонних елементів та конструкцій. У загальному випадку діаграму стану залізобетонного елемента відображають залежністю його кривини $1/r$ від дії згинаючого моменту M . За осьового завантаження як подібні параметри можуть виступати відносні деформації матеріалу ε_i та поздовжні зусилля N .

Особливість процесу дослідження властивостей бетону характеризується тим, що в силу багатьох об'єктивних причин навіть стандартні зразки за стандартних умов осьового завантаження завжди зазнають неоднорідного деформування. Інакше кажучи, дійсний стан бетонних елементів в реальних умовах ускладнюється тим, що до фізичної нелінійності їхнього деформування зазвичай додається ще й геометрична нелінійність. Тобто в загальному випадку мова повинна йти про деяку інтегральну характеристику деформування бетонного чи залізобетонного елемента, в якості якої, перш за все, може виступати осереднена жорсткість його перерізу D . Що ж до осьового завантаження стандартних неармованих зразків (бетонних циліндрів чи призм), то тут закономірності їхнього деформування доцільно описувати за допомогою січного

модуля деформацій бетону.

Аналітичних залежностей діаграми стану залізобетонних елементів та конструкцій «момент-кривина» чи «поздовжні зусилля-відносні деформації», що могли б достовірно описати весь процес їхнього деформування, ще донедавна так і не було запропоновано. Тому переважна більшість дослідників і досі приймає або підтверджує експериментально певну емпіричну залежність ідеалізованої діаграми стану бетону $\sigma_c - \varepsilon_c$ без належного обґрунтування.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В теорії залізобетону розвиток методів розрахунку елементів та конструкцій і досі доволі часто пов'язують з пошуком дійсної діаграми деформування бетону $\sigma_c - \varepsilon_c$. Спершу її відтворювали за допомогою тригонометричних та степеневих функцій і рядів, поліномів малих степенів, показникових і навіть дробово-лінійних функцій. Пізніше ж перевагу почали віддавати сплайн-функціям [1–4], поліномам вищих степенів [5–8] та дробово-раціональним функціям [9–12]. Детальний аналіз всіх згаданих залежностей, що наведено в роботі [13], дозволяє доволі критично оцінити переваги та недоліки кожної з них. Більше того, завдяки цьому аналізу можна сформувати і цілу низку спільних недоліків, властивих для вказаних залежностей. По-перше, всі функції $\sigma_c - \varepsilon_c$ у переважній більшості є емпіричними чи напівемпіричними. По-друге, повне ототожнення стандартних діаграм деформування бетону та діаграм його стану в залізобетонних елементах і

конструкціях є дещо некоректним. По-третє, окремі вихідні умови для параметричних точок діаграми $\sigma_c - \varepsilon_c$ є не надто переконливими та недостатньо обґрунтованими.

Таким чином, через перераховані недоліки жодна із вищевказаних залежностей не може вважатися універсальною у відтворенні дійсної діаграми деформування бетону.

Мета та задачі досліджень. Дані дослідження спрямовані на отримання та методологічне обґрунтування характерних параметричних точок універсальної аналітичної залежності діаграми деформування бетону, здатної трансформуватися в діаграму його стану в залізобетонних елементах. Для досягнення заявленої мети було поставлено вирішити такі завдання:

- залучення відповідних гіпотез та передумов, які сприяли б формуванню універсальної аналітичної залежності діаграми деформування $\sigma_c - \varepsilon_c$;

- встановлення основних відмінностей між стандартною діаграмою деформування бетону та дійсною діаграмою його стану в залізобетонних елементах і конструкціях;

- належне методологічне обґрунтування початкових або вихідних умов для визначення характерних параметричних точок діаграми $\sigma_c - \varepsilon_c$;

- порівняння отриманих результатів теоретичних досліджень з експериментальними даними.

Основна частина досліджень. Зазвичай бетон працює разом з арматурою, яка безпосередньо впливає на його деформування. Тому, якщо говорити про універсальну залежність діаграми $\sigma_c - \varepsilon_c$, то необхідно розглядати деформування бетонного елемента з різним насиченням його арматурою і навіть без неї. В такому випадку доводиться мати справу з жорсткістю зазначеного елемента. Зокрема, процес деформування центрально

стиснутого бетонного елемента (циліндра чи призми) можна описати залежністю

$$\varepsilon_c = N/D = \sigma_c / E'_c, \quad (1)$$

де ε_c – відносні деформації стиснутого бетону; N – поздовжнє зусилля в елементі; D – жорсткість поперечного перерізу елемента; σ_c – стискуючі напруження в бетоні; E'_c – січний модуль деформацій бетону

З виразу (1) випливає, що в основу універсальної діаграми $\sigma_c - \varepsilon_c$ можна покласти саме січний модуль деформацій бетону, як деякий параметр змінної пропорційності між його напруженнями та деформаціями. Цілком очевидно, що цей параметр залежить не тільки від рівня напружень в бетоні $\eta_\sigma = \sigma_c / f_c$, але й від рівня його деформування $\eta_\varepsilon = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1}$. Тому, виходячи зі сказаного, загальну залежність січного модуля деформацій бетону подамо у вигляді

$$E'_c = a - b \cdot \varepsilon_c / \varepsilon_{c1} - c \cdot \sigma_c / f_c, \quad (2)$$

де a , b і c – деякі вихідні параметри процесу деформування бетону; f_c і ε_{c1} – міцність та відповідні їй відносні критичні деформації стиснутого бетону.

Тоді, згідно з виразами (1) і (2), універсальна діаграма деформування бетону набуде вигляду неправильної дробово-раціональної функції

$$\sigma_c = \frac{a \cdot \varepsilon_c - b \cdot \varepsilon_c^2 / \varepsilon_{c1}}{1 + c \cdot \varepsilon_c / f_c}, \quad (3)$$

Застосувавши до виразу (3) такі граничні умови:

а) при $\varepsilon_c = 0$ дотичний модуль $d\sigma_c / d\varepsilon_c = E_{c0}$ (співпадає з січним модулем);

б) при $\varepsilon_c = \varepsilon_{c1}$ дотичний модуль
 $d\sigma_c / d\varepsilon_c = 0$ (січний модуль досягне E_{cf});
 в) при $\varepsilon_c = \varepsilon_{c1}$ стискаючі

напруження досягнуть екстремальних
 $\sigma_c = f_c$,
 отримаємо значення вихідних параметрів
 a, b і c

$$a = E_{c0}; \quad b = f_c / \varepsilon_{c1} = E_{cf}; \quad c = E_{c0} - 2 \cdot f_c / \varepsilon_{c1} = E_{c0} - 2 \cdot E_{cf}. \quad (4)$$

Якщо значення цих параметрів
 підставити у формули (2) та (3), то загальна
 залежність січного модуля деформацій

бетону і універсальна функція дійсної
 діаграми його деформування наберуть
 остаточного вигляду

$$E'_c = E_{c0} \cdot (1 - \eta_\sigma) + E_{cf} \cdot (2 \cdot \eta_\sigma - \eta_\varepsilon), \quad (5)$$

$$\sigma_c = f_c \frac{k \cdot \eta_\varepsilon - \eta_\varepsilon^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta_\varepsilon}, \quad (6)$$

де k – показник пружно-пластичних
 властивостей стиснутого бетону за
 максимальних напружень в ньому ($\sigma_c = f_c$)

$$k = E_{c0} \cdot \varepsilon_{c1} / f_c. \quad (7)$$

Результати експериментальних
 досліджень різних науковців [14, 15]
 підтверджують цілковиту правомірність
 використання залежності (2) для
 відображення січного модуля деформацій
 бетону (рис. 1).

Те ж саме можна сказати і про
 експериментальну обґрунтованість
 діаграми деформування бетону (рис. 2), що
 описується функцією (6). Цю функцію
 можна вважати універсальною, оскільки
 вона отримана аналітичним шляхом на
 основі гіпотези нелінійної зміни жорсткості
 елемента в процесі його деформування [16].

Залежність (6) можна назвати повною
 діаграмою деформування бетону, оскільки
 вона здатна описати поведінку бетону як в
 стандартних неармованих циліндрах чи
 призмах, так і в реальних залізобетонних

елементах і конструкціях. На жаль дуже
 часто діаграми деформування бетону в
 зазначених елементах повністю
 ототожнюють, не звертаючи уваги на деякі
 принципові відмінності між ними. Варто
 розглянути основні з цих відмінностей.

Загалом відомо, що низхідна вітка
 діаграми $\sigma_c - \varepsilon_c$ відтворює перерозподіл
 напружень з одних фібр бетону на інші. В
 центрально завантажених бетонних
 циліндрах чи призмах (рис. 3, а) подібний
 перерозподіл є неможливим. Якщо ж ці
 зразки армувати стержнями з $\varepsilon_{s0} \leq \varepsilon_{c1}$
 (ε_{s0} – відносні деформації, що відповідають
 межі текучості арматури f_y), то отримати
 низхідну вітку на діаграмі $\sigma_c - \varepsilon_c$ теж не
 вдасться. Перерозподіл напружень з бетону
 на арматуру може відбуватися лише за
 умови $\varepsilon_{s0} > \varepsilon_{c1}$ (рис. 3, б). В неармованих
 зразках подібний перерозподіл напружень
 може відбуватися лише при їх
 позацентровому навантаженні (рис. 3, в).
 Але протяжність низхідної вітки у цьому
 випадку буде вкрай обмеженою. В
 армованих елементах вона буде дещо
 більшою і залежатиме від жорсткісних
 характеристик арматури.

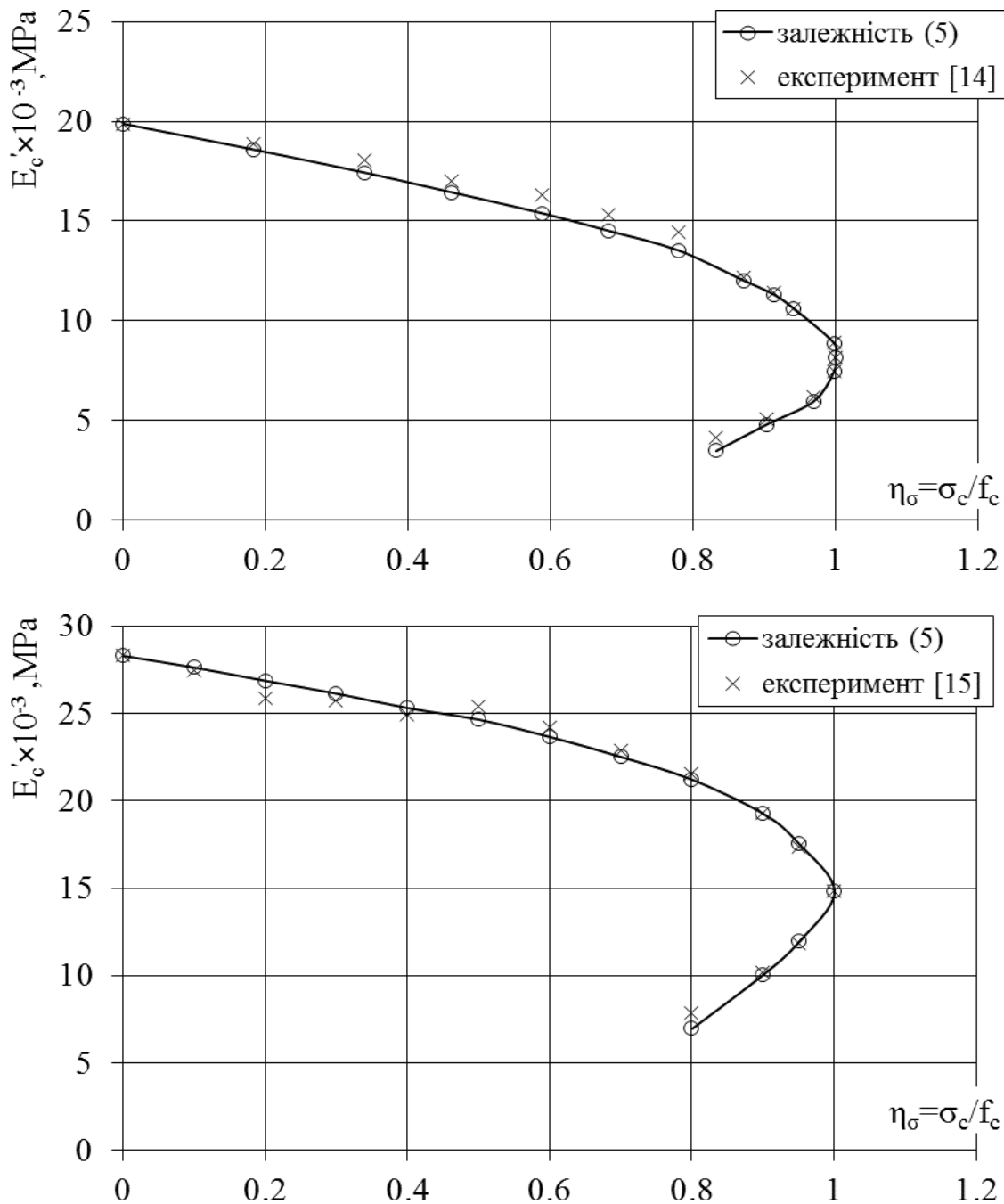


Рис. 1. Залежність січного модуля деформацій бетону від рівня напружень

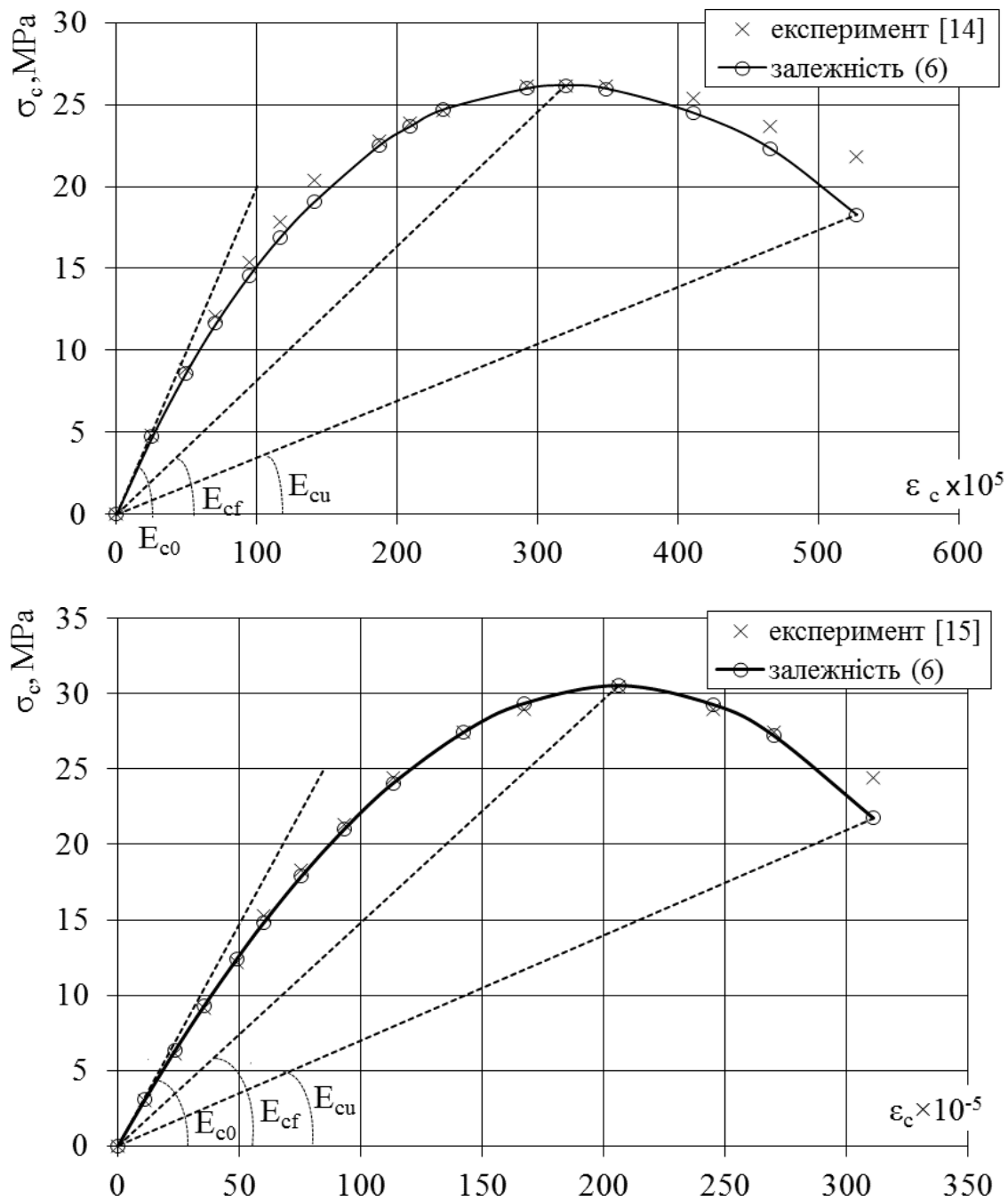


Рис. 2. Повна діаграма деформування (діаграма стану) бетону

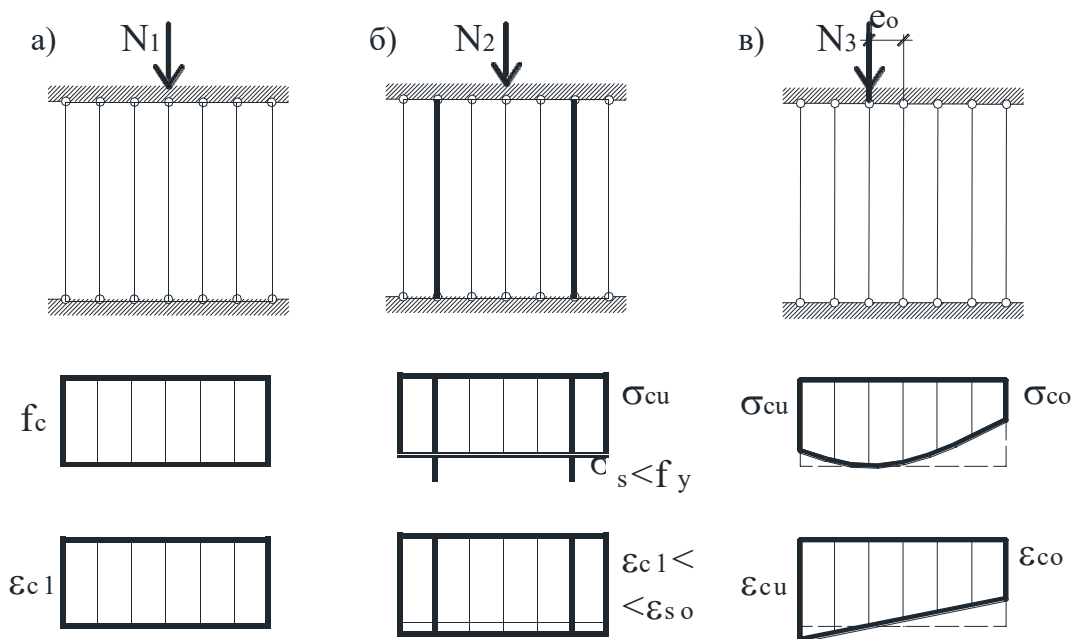


Рис. 3. До перерозподілу напружень між фібрами перерізу елемента

Доволі вагомими є й інші відмінності, що стосуються в основному параметричних точок діаграми деформування бетону та вихідних умов щодо їх визначення.

Зокрема, одним із визначальних параметрів діаграм $\sigma_c - \epsilon_c$ є початковий модуль деформацій (пружності) бетону E_{c0} . Він завжди співпадає з січним та дотичним модулями деформацій бетону в початковій точці діаграми $\sigma_c - \epsilon_c$. В чинних нормах [17, 18] його пропонують обчислювати за виразом

$$E_{c0} = 1,05 \cdot E_c \quad (8)$$

де E_c – нормований модуль пружності бетону, що відповідає січному модулю деформацій бетону за рівня напружень в ньому $\eta_\sigma = 0,3$.

Однак з виразу (7) слідує, що відношення E_{c0} / E_c залежить від класу бетону, а тому не може залишатися сталим. Це підтверджується результатами

відповідних розрахунків [13], наведеними в табл. 1.

Інша важлива точка на діаграмі $\sigma_c - \epsilon_c$ пов'язана з граничними деформаціями стиснутого бетону ϵ_{cu} (рис. 4). В чинних нормах [17–19] ці деформації обмежують конкретними числовими значеннями. Однак в роботах [20–22] детально обґрунтовано, чому граничні деформації стиснутого бетону в залізобетонних елементах не є сталими і чому їх слід розраховувати за екстремальним критерієм Ферма $dM / d(1/r) = 0$. Там же продемонстровано, що за центрального завантаження елементів цей критерій набуває вигляду $dN / d\epsilon = 0$. Загалом дослідження показують, що величина граничних деформацій стиснутого бетону ϵ_{cu} навіть в центрально стиснутих залізобетонних елементах значною мірою залежить від параметрів їх армування (табл. 2).

Таблиця 1

Нормований E_c та початковий E_{c0} модулі пружності бетону

Клас бетону	$f_{ck, prism}$, МПа	E_c , МПа	E_{c0} , МПа	$k_0 = E_{c0} / E_c$
C8/10	7,5	18140	22602	1,246
C12/15	11	22880	28051	1,226
C16/20	15	26897	32383	1,204
C20/25	18,5	29600	35135	1,187
C25/30	22	31778	37244	1,172
C30/35	25,5	33570	38874	1,158
C32/40	29	35070	40155	1,145
C35/45	32	36174	41021	1,134
C40/50	36	37440	42008	1,122
C45/55	39,5	38393	42692	1,112
C50/60	43	39228	43229	1,102
C53/65	46,5	39967	43724	1,094
C56/70	50	40625	44119	1,086
C60/75	54	41294	44515	1,078
C65/80	57,5	41818	44787	1,071
C70/85	61	42293	45042	1,065
C75/90	65	42785	45309	1,059
C80/95	68	43122	45451	1,054
C85/100	72	43535	45668	1,049
C90/105	75,5	43866	45840	1,045
C95/110	79	44172	45983	1,041
C100/115	83	44495	46141	1,037
C105/120	86	44720	46240	1,034

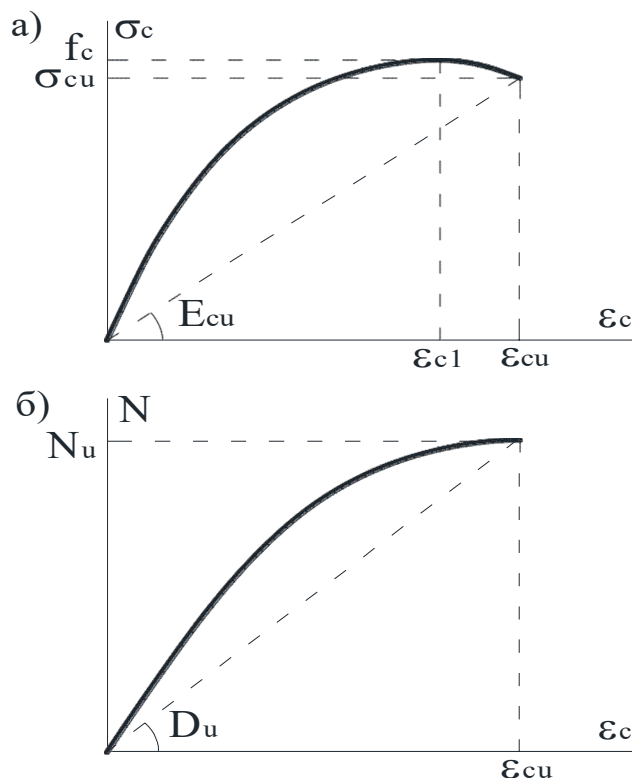


Рис. 4. Зв'язок діаграми стану бетону (а) з діаграмою стану центрально стиснутого залізобетонного елемента (б)

Таблиця 2

Вплив армування на граничне деформування бетону

Коефіцієнт армування ρ_1	Бетон класу C25/30: $f_{ck,prism} = 22\text{MPa}$; $E_{c0} = 37244\text{MPa}$		
	$\epsilon_{cu} \times 10^5$	σ_{cu} , МПа	η
0	184	22	1,0
0,015	201	21,9	0,995
0,03	218	21,7	0,98
0,05	241	21,1	0,96
0,1	299	18,9	0,86
0,15	357	15,8	0,72
0,20	415	12,1	0,55

Висновки з досліджень та перспективи їх подальшого розвитку у даному напрямку. Проведені дослідження дозволяють зробити низку висновків:

- універсальна залежність діаграми $\sigma_c - \epsilon_c$ обов'язково має бути аналітичною;

- аналітичний характер і універсальність діаграми деформування бетону в залізобетонних елементах і конструкціях можна забезпечити за допомогою гіпотези зміни їх жорсткості;

- стандартна діаграма деформування центрально завантаженого неармованого бетонного зразка (циліндра чи призми) не може мати низхідної вітки;
- співвідношення між початковим модулем деформацій бетону E_{c0} та нормованим модулем його пружності E_c для різних класів бетону є різним;

- граничні деформації стиснутого бетону ε_{cu} , як і протяжність низхідної вітки діаграми його деформування, слід обмежувати за діаграмою стану самого елемента, використовуючи екстремальний критерій Ферма $dM / d(1/r) = 0$.

Список використаних джерел

1. Вахненко П. Ф., Кондель В. М. Про особливості деформування неармованого та армованого бетону. *Проблеми теорії і практики залізобетону*. Полтава: ПДТУ, 1997. С. 77–80.
2. Дорофеев В. С., Барданов В. Ю. Расчет изгибаемых элементов с учетом полной диаграммы деформирования бетона: монография. Одесса: ОГАСА, 2003. 210 с.
3. S-8110-1:1997. British Standard. Structural use of Concrete. Part 1: Code of Practice for design and Construction. London: British Standard Institution, 2005. 159 p.
4. Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-11) and Commentary. [August 2011]. Farmington Hills, MI: ACI Committee 318, 2011. 497 p.
5. Байков В. Н., Горбатов С. В., Димитров З. А. Построение зависимости между напряжениями и деформациями сжатого бетона по системе нормируемых показателей. *Изв. вузов: Стр-во и арх-ра*. 1977. № 6. С. 15–18.
6. Лукаш П. А. Основы нелинейной строительной механики. Москва: Стройиздат, 1978. 204 с.
7. Беглов А. Д., Санжаровский Р. С. Теория расчета железобетонных конструкций на прочность и устойчивость. Современные нормы и евростандарты: монография. Санкт-Петербург – Москва: АСВ, 2004. 221 с.
8. Бамбура А. М. Експериментальні основи прикладної деформаційної теорії залізобетону: дис. ... д-ра техн. наук: 05.23.01 / НДІБК. Київ, 2005. 379 с.
9. Mander J. B., Priestley M. J. N., Park R. Theoretical stress-strain model for confined concrete. *Journal Structural Engineering (ASCE)*. 1988. Vol. 114. P. 1804–1825. (SCOPUS).
10. Hsu L. S., Hsu C.-T. T. Complete stress-strain behaviour of high-strength of concrete in compression. *Magazine of Concrete Research*. 1994. Vol. 46, No 169. P. 301–312.
11. Attard, M. M., Setunge, S. Stress-strain relationship of confined and unconfined concrete. *ACI Materials Journal*. 1996. Vol. 93, No. 5. P. 432–442. (SCOPUS).
12. Ruiz M. F., Muttoni A., Gambarova P. G. Relationship between Nonlinear Creep and Cracking of Concrete under Uniaxial Compression. *Journal of Advanced Concrete Technology*. 2007. Vol. 5, No. 3. P. 1–11. (SCOPUS).
13. Ромашко В. М. Деформаційно-силова модель опору бетону і залізобетону: монографія. Рівне: О. Зень, 2016. 424 с.
14. Тулинг L. G. Creep of a portland cement mortar as a function of stress-level and time: dissertation ... PhD. Iowa State University of Science and Technology, 1965. 76 p.
15. Bezgodov E. and Shvedov V. Comparison of complete stress-strain curves of concrete using test prisms and test cylinders. *E3S Web of Conferences*. 2019. Vol. 97. 02013. (SCOPUS).
16. Ромашко В. М. Жорсткість та модуль деформацій бетону в деформаційній моделі. *Бетон и железобетон в Украине*. 2007. № 6. С. 2–6.

17. EN 1992-1-1. Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings. [Final Draft, December, 2004]. Brussels: CEN. 2004. 225 p.

18. ДСТУ Б В.2.6-156: 2010. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування. [Чинний від 01.06.11]. Київ: Мінрегіонбуд України, 2011. 123 с.

19. CEB-FIP MC 2010: Model code 2010. Final draft. Fib bulletin 65. Lausanne: Switzerland, 2012. Vol. 1. 357 p.

20. Romashko V., Romashko O. The construction features of the deformation and force model of concrete and reinforced concrete resistance. *MATEC Web of Conf.* 2017. Vol. 116. 02028. (SCOPUS).

21. Romashko V. and Romashko O. Fundamentals of the General Theory of Resistance of Reinforced Concrete Elements and Structures to Power Influences. *Materials Science Forum.* 2019. Vol. 968. P. 534-540. (SCOPUS).

22. Ромашко В. Н. Обобщенная модель деформирования железобетонных элементов и конструкций. *Міжнародний науковий журнал (International scientific journal)*. 2016. Вип. 3. С. 84–86.

Ромашко Василь Миколайович, доктор технічних наук, доцент, завідувач кафедри основ архітектурного проектування, конструювання і графіки Національного університету водного господарства та природокористування (м. Рівне). ORCID: 0000-0003-3448-7489. Тел.: (097) 595-75-91. E-mail: romashkovasyl@gmail.com

Ромашко-Майструк Олена Василівна, кандидат технічних наук, доцент кафедри промислового, цивільного будівництва та інженерних споруд Національного університету водного господарства та природокористування (м. Рівне). ORCID: 0000-0003-3353-2268. Тел.: (096) 131-99-17. E-mail: romashkoolena@gmail.com

Romashko Vasyl Mykolayovych, D. Sc. (Tech.), associate professor, head of Chair of Architectural Designing Bases, Constructing and Graphics National University of Water Management and Environmental Engineering (Rivne). ORCID: 0000-0003-3448-7489. Tel.: (097) 595-75-91. E-mail: romashkovasyl@gmail.com

Romashko-Maistruk Olena Vasylivna, PhD. (Tech.), associate professor at the Department of Industrial, Civil Construction and Engineering Structures National University of Water Management and Environmental Engineering (Rivne). ORCID: 0000-0003-3353-2268. Tel.: (096) 131-99-17. E-mail: romashkoolena@gmail.com.

Статтю прийнято 25.02.2022 р.