

УДК 624.042

DOI: <https://doi.org/10.18664/1994-7852.157.2015.61508>

**ОБҐРУНТУВАННЯ АНАЛІТИЧНОГО ПІДХОДУ ДО ДИНАМІЧНОГО РОЗРАХУНКУ
ВИСОТНИХ СПОРУД ПРОСТОЇ АРХІТЕКТУРНОЇ ФОРМИ НА ДІЮ ВІТРУ**

Д-р техн. наук А.В. Махінько, канд. техн. наук Н.О. Махінько

**ОБОСНОВАНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО ПОДХОДА К ДИНАМИЧЕСКОМУ РАСЧЁТУ
ВЫСОТНЫХ СООРУЖЕНИЙ ПРОСТОЙ АРХИТЕКТУРНОЙ ФОРМЫ НА ВОЗДЕЙСТВИЕ
ВЕТРА**

Д-р техн. наук А.В. Махинько, канд. техн. наук Н.А. Махинько

**THE RATIONALE OF ANALYTICAL APPROACH TO DYNAMIC ANALYSIS OF HIGH-RISE
BUILDINGS WITH SIMPLE ARCHITECTURAL FORMS ON WIND LOADS**

Doct. of techn. sciences A. Makhinko, cand. of techn. sciences N. Makhinko

У статті наведено чисельно-аналітичну методику для визначення вітрових навантажень на висотні споруди простої архітектурної форми. Враховано імовірнісну природу турбулентних пульсацій швидкості вітру і динамічні характеристики споруд. Оцінку пульсаційної складової вітрових впливів обмежено першою формою власних коливань. Для уникнення складних математичних перетворень всі положення викладено відносно висотних споруд із домінантною реакцією вздовж вітрового потоку.

Ключові слова: *атмосферна турбулентність, спектр пульсацій швидкості вітру, коефіцієнт лобового опору, функція когерентності, динамічний аналіз.*

В статье приведена численно-аналитическая методика для определения ветровых нагрузок на высотные сооружения простой архитектурной формы. Учтена вероятностная природа

турбулентных пульсаций скорости ветра и динамические характеристики сооружений. Оценка пульсационной составляющей ветровых воздействий ограничена первой формой собственных колебаний. Во избежание сложных математических преобразований все положения изложены относительно высотных сооружений с преобладающей реакцией вдоль ветрового потока.

Ключевые слова: атмосферная турбулентность, спектр пульсаций скорости ветра, коэффициент лобового сопротивления, функция когерентности, динамический анализ.

Along-wind vibrations of structures present one of the most well-know subjects in the field of wind engineering. This is due, on the one hand, to the relative simplicity of the excitation mechanism the longitudinal turbulence, and, on the other hand, to the gust factor technique, a method as simple as it is reliable. Despite this fact, probabilistic character of wind turbulence is very often place emphasis only and probabilistic character of the mean wind is not considered. In building codes this approach seems justified. But in probabilistic design this approach leads to underestimations of construction reliability. High-rise buildings belong to a class of slender vertical structures. The accuracy of dynamic analysis of these structures first of all depends on adequate description of stochastic model of wind load (mean wind and atmospheric turbulence). Besides, the method of dynamic analysis should consider spatial variability of wind velocity and should be correct and simple. Faced with growing of the problem and the evident lack of engineering design criteria, this paper formulates a mathematical model of the dynamic analysis of slender vertical structures subjected to gust-excited along-wind vibrations.

Keywords: atmospheric turbulence, spectrum of wind velocity pulsations, drag coefficient, coherence function, dynamic analysis.

Вступ. Вплив вітру на висотні об'єкти та їх реакція на цей вплив являють собою складні фізичні явища, які намагаються описати різними, іноді суперечливими, математичними моделями. Саме тому проблема їх досліджень та наукового обґрунтування викликає значний інтерес і залишається актуальною на сьогоднішній день.

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими та практичними завданнями. Визначення вітрових впливів на висотні споруди в зарубіжній і вітчизняній практиці ґрунтується на різних методологічних основах. І якщо в описі статичної складової вітрового навантаження особливих відмінностей не спостерігається, то пульсації вітру були і залишаються предметом численних дискусій. Із виходом ДБН В.1.2-2:2006 «Навантаження і впливи» принципи нормування вітрових впливів на конструкції кардинально змінилися порівняно зі СНиП 2.01.07-85. Це викликано, по-перше, уточненням розрахункових значень навантажень; по-друге, прагненням узгодити вітчизняну нормативну базу з системою стандартів Eurocode. Нововведений ДБН став предметом активних дискусій і нарікань стосовно його необхідності та методики визначення навантажень, зокрема вітрових. І якщо з одними зауваженнями можна погодитися і вимагати їх врахування, то інші –

це плід методологічних відмінностей у принципах збору вітрових навантажень у європейських країнах.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Проблемі динамічного розрахунку висотних споруд присвячено величезну кількість робіт вітчизняних і закордонних дослідників. Ці роботи залишили свій відбиток на теорію динаміки споруд і багато в чому вплинули на сьогоднішній стан нормативної бази в галузі вітрових впливів на будівлі та споруди. До визнаних класиків wind engineering можна по праву віднести А. Davenport, М.Ф. Барштейна, А. Kareem, В.І. Vickery, W. Clark, А. Tallin, В. Elingwood, G. Solary [4, 5, 8-10], які сформулювали сьогоднішнє «бачення» вітрового навантаження очима рядового інженера-проектувальника. Зокрема з іменем М.Ф. Барштейна асоціюється методика розрахунку висотних споруд на динамічну дію вітру у СНиП 2.01.07-85, а з іменами А. Davenport та G. Solary – у загальноєвропейських нормах Eurocode, яка і покладена в основу українського національного стандарту.

Визначення мети та задачі дослідження. Обґрунтування можливих шляхів визначення вітрових навантажень на висотні споруди, не критикуючи жоден із згаданих нормативних документів, а навпаки, раціонально поєднуючи методику СНиП 2.01.07-85 із методологічними принципами опису вітрового навантаження у

ДБН В.1.2-2:2006 та загальноєвропейських нормах Eurocode 1.

Основна частина дослідження.

Розрахункова схема висотної будівлі схематизується, як відомо, у вигляді консолі з декількома зосередженими масами m_i , розподіленими за її висотою. У місцях розташування мас прикладається навантаження

$f_x(z, \tau)$, яке не тільки визначається аеродинамічними характеристиками мас, але й кроком їх розташування. Для оцінки реакцій споруди в напрямі потоку необхідно розв'язати систему диференціальних рівнянь, кожне з яких має таку саму форму запису, як й рівняння споруди з одним ступенем вільності:

$$\ddot{x}(\tau) + 2 \cdot \dot{x}(\tau) \cdot \zeta_x \cdot (2 \cdot \pi \cdot n_{x,1}) + x(\tau) \cdot (2 \cdot \pi \cdot n_{x,1})^2 = f_x(z, \tau) / m, \quad (1)$$

де ζ_x та $n_{x,1}$ - коефіцієнт відносного демпфірування та перша частота вільних коливань одномасової консолі:

$$n_{x,1} = (1 / 2 \cdot \pi) \cdot \sqrt{3EI / (m \cdot H^3)}.$$

Складність розв'язання даної системи обумовлюється стохастичною взаємозалеж-

ністю аеродинамічних сил $f_x(z, \tau)$ у правій частині виразу (1). Центральне місце в описі цієї залежності займає взаємний спектр пульсацій вітрового навантаження $S_{f,x}(z_1, z_2, n)$, який пропорційний взаємному спектру пульсацій швидкості вітру:

$$S_{f,x}(z_1, z_2, n) = 4 \cdot F_x(z_1) \cdot F_x(z_2) \cdot I_u(z_1) \cdot I_u(z_2) \cdot S_{uu,ref}(z_1, z_2, n), \quad (2)$$

де $F(z)$ - статична складова вітрового навантаження;

$I_u(z)$ - інтенсивність турбулентності в напрямі потоку.

На жаль, структура цього виразу доволі незручна для математичного маніпулювання не тільки в імовірнісних, але й в детермінованих розрахунках висотних споруд. Тому

представляється корисним перш за все розглянути питання зі спрощення даного виразу.

Взаємний спектр пульсацій швидкості вітру $S_{uu,ref}(z_1, z_2, n)$ визначається точковими спектрами пульсацій $S_{u,ref}(z_i, n)$ і функцією просторової когерентності $coh_{\epsilon}(z_1, z_2, n)$:

$$S_{uu,ref}(z_1, z_2, n) = \sqrt{S_{u,ref}(z_1, n) \cdot S_{u,ref}(z_2, n)} \cdot coh_{\epsilon}(z_1, z_2, n). \quad (3)$$

Залишаючи останню поза увагою, розглянемо відношення точкових спектрів пульсацій на висотах z_1 та z_2 . Для цього представимо вертикальний профіль середнього вітру $\phi_u(z)$, інтенсивність турбулентності $I_u(z)$ та інтегральний поздовжній масштаб довжини турбулентності $L_u(z)$ у вигляді

$$\phi_u(z) = \beta_u \cdot (z / 10)^{\alpha_u}, \quad (4)$$

$$I_u(z) = \gamma_u \cdot (z / 10)^{-\alpha_u}, \quad (5)$$

$$L_u(z) = L_{u,0} \cdot (z / 10)^{\vartheta_u}, \quad (6)$$

де $\alpha_u = 0.15$, $\beta_u = 1.0$, $\gamma_u = 0.152$, м, $L_{u,0} = 200$ м, $\vartheta_u = 1 / 8$ - безрозмірні параметри для відкритої місцевості;

$\alpha_u = 0.25$, $\beta_u = 0.63$, $\gamma_u = 0.356$, $L_{u,0} = 100$ м, $\vartheta_u = 1 / 3$ - безрозмірні параметри для міської забудови.

Також візьмемо до уваги сталість відношень $I_v(z) / I_u(z) = e_{\sigma} = const$ і $L_v(z) / L_u(z) = e_L = const$. Покладаючи в першому наближенні, що в діапазоні практично важливих висот $B_{\epsilon} \cdot \xi_{\epsilon}^{D_{\epsilon}} \gg 1.0$, отримаємо

$$\mathfrak{I}_{\epsilon}(z_1, z_2) = \sqrt{\frac{S_{\epsilon, ref}(z_1, n)}{S_{\epsilon, ref}(z_2, n)}} = \sqrt{\left(\frac{\xi_{\epsilon, 1}}{\xi_{\epsilon, 2}}\right)^{C_{\epsilon}} \cdot \left(\frac{1 + B_{\epsilon} \cdot \xi_{\epsilon, 2}^{D_{\epsilon}}}{1 + B_{\epsilon} \cdot \xi_{\epsilon, 1}^{D_{\epsilon}}}\right)^{E_{\epsilon}}} \approx \left(\frac{\xi_{\epsilon, 1}}{\xi_{\epsilon, 2}}\right)^{\frac{C_{\epsilon} - D_{\epsilon} \cdot E_{\epsilon}}{2}} = \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{\mu_{\epsilon}}, \quad (7)$$

де показник ступеня μ_{ϵ} визначається через константи спектра та параметри вертикального профілю середнього вітру α і масштабу турбулентності \mathcal{G} :

$$\mu_{\epsilon} = 0.5 \cdot (C_{\epsilon} - D_{\epsilon} \cdot E_{\epsilon}) \cdot (\mathcal{G} - \alpha). \quad (8)$$

Наприклад, для спектрів Соларі [1, с. 146] $C_u = D_u = C_v = D_v = 1$, $E_u = E_v = 5/3$, а тому показник μ_{ϵ} набуває простого визначення:

$$\mu = \mu_u = \mu_v = (\alpha - \mathcal{G}) / 3. \quad (9)$$

Спектри Кармана і Хіно для поздовжніх пульсацій мають дещо інші значення коефіцієнтів [1, с. 135]: $C_u = 1$; $D_u = 2$; $E_u = 5/6$, проте для показника μ_u формула (9) залишається правомірною. Слід підкреслити, що вираз (8) справедливий тільки в тому випадку, якщо безрозмірна частота ξ_{ϵ} є функцією висоти. У випадку незалежності ξ_{ϵ} від z , наприклад при використанні спектра

Давенпорта, очевидно, що показник ступеня μ_{ϵ} слід покласти рівним нулю. Попутно зазначимо, що в галузі динаміки споруд доволі часто вираз для точкового спектра пульсацій записується як функція координати Моніна $f_m = n \cdot z / U(z)$:

$$S_{\epsilon, ref}(z, n) = \frac{1}{n} \cdot \frac{A_{\epsilon} \cdot f_m^{C_{\epsilon}}}{(1 + B_{\epsilon} \cdot f_m^{D_{\epsilon}})^{E_{\epsilon}}}. \quad (10)$$

У цьому випадку у виразі (8) слід покласти $\mathcal{G} = 1$. Наприклад, для спектрів Сіміу, Тельмана, Кеймала, Карєєма, Харріса та Наїто показник μ_{ϵ} буде дорівнювати $\mu_u = \mu_v = (\alpha - 1) / 3$. Таким чином, вираз (9) можна вважати певним інваріантом найбільш застосованих на сьогодні спектрів пульсацій швидкості.

У подальших міркуваннях покладемо у формулі (7) $z_2 = H$ і запропонуємо для взаємного спектра пульсацій більш зручну формульну інтерпретацію:

$$S_{\epsilon, ref}(z_1, z_2, n) = S_{\epsilon, ref}(H, n) \cdot (z_1 / H)^{\mu} \cdot (z_2 / H)^{\mu} \cdot coh_{\epsilon}(z_1, z_2, n). \quad (11)$$

Конкретизувавши функцію просторової когерентності $coh_{\epsilon}(z_1, z_2, n)$, отримаємо розгорнутий аналог формули (11):

$$S_{\epsilon, ref}(y_1, y_2, n) = S_{\epsilon, ref}(H, n) \cdot y_1^{\mu} \cdot y_2^{\mu} \cdot \exp\left[-2 \cdot C_{z\epsilon} \cdot f_H \cdot \frac{|y_1 - y_2|}{y_1^{\alpha} + y_2^{\alpha}}\right], \quad (12)$$

де $C_{z\epsilon}$ - коефіцієнти спадання експоненти для компоненти турбулентності ϵ ;

$y_1 = z_1 / H$, $y_2 = z_2 / H$ - безрозмірні висотні координати в межах $[0 \div 1]$;

$f_H = n \cdot H / U(H)$ - координата Моніна при z , що дорівнює висоті споруди H .

Правомірність використання виразу (12) була перевірена для двох компонент атмосферної турбулентності в умовах рівнинної місцевості та міської забудови. Параметри вітрового режиму місцевості обирались відповідно до норм СНиП 2.01.07-85 та ASCE 7-10. Застосування функції $\mathfrak{I}_{\epsilon}(z_1, z_2)$ замість

еталонного відношення спектрів призвело до незначної похибки, яка зменшується зі зростанням відносної висоти y та переходом від поперечних до поздовжніх пульсацій швидкості вітру. Крім того, відмінність результатів не перевищує 1.0 % для поздовжніх

і 3.0 % - для поперечних пульсацій швидкості вітру.

На підставі зроблених спрощень взаємний спектр вітрового навантаження за напрямом потоку $S_{f,x}(y_1, y_2, n)$ запишеться як

$$S_{f,x}(y_1, y_2, n) = 4 \cdot F_x^2(H) \cdot I_u^2(H) \cdot S_{u,ref}(H, n) \cdot b(y_1) \cdot b(y_2) \cdot C_D(y_1) \cdot C_D(y_2) \times \\ \times y_1^{\alpha+\mu} \cdot y_2^{\alpha+\mu} \cdot \exp\left[-2 \cdot C_{zu} \cdot f_H \cdot |y_1 - y_2| / (y_1^\alpha + y_2^\alpha)\right] / [C_D^2(H) \cdot b^2(H)]. \quad (13)$$

Корисно проінформувати, що при записі цього виразу використовувались альтернативні форми запису середнього вітрового навантаження $F(z)$ та інтенсивності

турбулентності $I_u(z)$, які легко отримати, привівнявши однакові складові у формулах (4) та (5):

$$F(z) = F(H) \cdot \left(\frac{z}{H}\right)^{2\alpha} \cdot \frac{C_D(z) \cdot b(z)}{C_D(H) \cdot b(H)}, \quad I_u(z) = I_u(H) \cdot \left(\frac{z}{H}\right)^{-\alpha}. \quad (14)$$

Очевидно, що подальша конкретизація виразу (13) залежить від функціональної залежності коефіцієнта лобового опору $C_D(y)$, ширини споруди $b(y)$ і її вертикального обрису, який, зважаючи на багатоманітність висотних споруд, може мати абсолютно довільну форму. Проте розглядати поведінку функцій $C_D(y)$ та $b(y)$ на всьому діапазоні можливих значень аргументу y зовсім необов'язково. Це пояснюється тим, що функція просторової когерентності $coh_u(z_1, z_2, n)$ доволі швидко прямує до нуля зі зростанням відстані $|z_1 - z_2|$ між двома точками (див. рисунок).

На цю швидкість в основному впливають два параметри: коефіцієнт спадання експоненти C_{zu} і частота основного тону коливань споруди $n_{x,1}$. Різниця $|z_1 - z_2|$ порівняно з вказаними параметрами майже не впливає на форму кривої когерентності, а тільки визначає її положення на осі абсцис. Крім того, відомо, що для заданої компоненти турбулентності коефіцієнт C_{zu} є величиною постійною, що робить частоту $n_{x,1}$ єдиним фактором, що впливає на форму кривої $coh_u(z_1, z_2, n)$. На рисунку виконано побудови функції

когерентності для трьох характерних частот. Перша частота $n_{x,1} = 0.5$ Гц стосується порівняно високих споруд $H \approx 170 - 200$ м, друга – споруд середньої висоти $H \approx 50 - 70$ м, а третя – невеликих споруд $H < 30$ м. Із рисунка видно, що інтервал ненульових значень Δz функції когерентності порівняно з висотою споруди доволі вузький. Наприклад, у трьох зазначених вище випадках його розумно покласти відповідно $\Delta z \approx 20$ м, $\Delta z \approx 10$ м та $\Delta z \approx 5$ м. Звідси випливає, що значення спектральної щільності залежатимуть від того, наскільки сильно коефіцієнт лобового опору та ширина споруди змінюються на інтервалі Δz . Для споруд різних конструктивних форм ця зміна несуттєва, а тому в межах висоти $z_1 \pm \Delta z$ значення C_D та b можна вважати незалежними від висоти. Це виправдовується і тим, що при побудові розрахункової схеми споруди її розбивають на ряд розрахункових полів, у межах яких інерційно-жорсткісні характеристики вважають незмінними. У якості останнього аргументу висунутого допущення додамо, що воно дозволяє отримувати розв'язок задач динаміки споруд «у запас надійності», оскільки деякою мірою ми нехтуємо кореляцією пульсацій швидкості вітру, а це, як відомо підсилює динамічний вплив вітру.

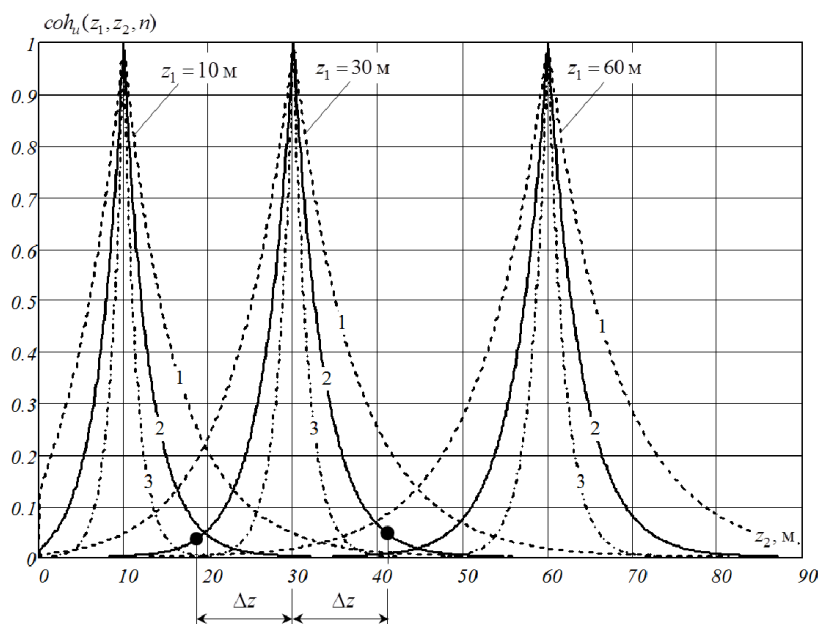


Рис. 1. Графічна інтерпретація функції просторової когерентності:
1 – $n_{x,1} = 0.5$ Гц; 2 – $n_{x,1} = 1.0$ Гц; 3 – $n_{x,1} = 2.0$ Гц

Беручи до уваги висловлені зауваження, підставимо формули (14) у загальний вираз (13) для спектра узагальненої реакції споруди:

$$S_{r,\Lambda}(z, n) = \int_0^H \int_0^H S_{f,\Lambda}(z_1, z_2, n) \cdot \eta_{r,\Lambda}(z, z_1) \cdot \eta_{r,\Lambda}(z, z_2) dz_1 dz_2, \quad (15)$$

де $\eta_{r,\Lambda}(\bullet)$ - коефіцієнт впливу (influence factor) для r - реакції висотної споруди [2, с. 1759; 3, с. 29],

$$\eta_{d,\Lambda}(z, z') \cong \frac{1}{(2 \cdot \pi \cdot n_{\Lambda,1})^2 \cdot m_{\Lambda,1}} \cdot \psi_{1,\Lambda}(z) \cdot \psi_{1,\Lambda}(z'). \quad (16)$$

Перейшовши до безрозмірних змінних $y_1 = z_1 / H$ і $y_2 = z_2 / H$, матимемо

$$S_{r,x}(y, n) = 4 \cdot F_x^2(H) \cdot I_u^2(H) \cdot H^2 \cdot S_{u,ref}(H, n) \cdot b^2(y) \cdot C_D^2(y) / [C_D^2(H) \cdot b^2(H)] \times \\ \times \int_0^1 \int_0^1 y_1^{\alpha+\mu} \cdot y_2^{\alpha+\mu} \cdot \eta_{r,x}(y, y_1) \cdot \eta_{r,x}(y, y_2) \cdot \exp \left[-2 \cdot C_{zu} \cdot f_H \cdot \frac{|y_1 - y_2|}{y_1^\alpha + y_2^\alpha} \right] dy_1 dy_2. \quad (17)$$

З іншого боку, середня складова реакції висотної споруди на будь-якому рівні z може бути виражена формулою

$$R_{r,\Lambda}(z) = \int_0^H F_\Lambda(z') \cdot \eta_{r,\Lambda}(z, z') dz'. \quad (18)$$

Застосовуючи залежності (14), запишемо:

$$R_{r,x}(y) = \frac{F(H) \cdot H}{C_D(H) \cdot b(H)} \cdot \int_0^1 y_0^{2\alpha} \cdot C_D(y_0) \cdot b(y_0) \cdot \eta_{r,x}(y, y_0) dy_0. \quad (19)$$

Нехай точна оцінка реакції $R_{r,x}(y)$ нам відома і ми хочемо підібрати такі дві функції

$C_{D,ref}(y)$ і $b_{ref}(y)$, щоб вираз (19) стало можливим записати як

$$R_{r,x}(y) = \frac{F(H) \cdot H \cdot C_{D,ref}(y) \cdot b_{ref}(y)}{C_D(H) \cdot b(H)} \cdot \int_0^1 y_0^{2\alpha} \cdot \eta_{r,x}(y, y_0) dy_0. \quad (20)$$

На вигляд функцій $C_{D,ref}(y)$ і $b_{ref}(y)$, які інтерпретуватимемо як умовний лобовий опір та умовну ширину споруди, не накладаємо

ніяких обмежень. Головне, щоб для заданого рівня y вони задовольняли умову

$$C_{D,ref}(y) \cdot b_{ref}(y) = \int_0^1 y_0^{2\alpha} \cdot C_D(y_0) \cdot b(y_0) \cdot \eta_{r,x}(y, y_0) dy_0 \bigg/ \int_0^1 y_0^{2\alpha} \cdot \eta_{r,x}(y, y_0) dy_0. \quad (21)$$

Споруда з коефіцієнтом лобового опору $C_{D,ref}(y)$ і шириною $b_{ref}(y)$ буде еквівалентна заданій за середньою реакцією в напрямі потоку. Спектральна щільність динамічної реакції такої споруди визначатиметься за виразом (17) із

ототожненням функцій $C_D(y) \equiv C_{D,ref}(y)$ і $b(y) \equiv b_{ref}(y)$. Припускаючи, що спектри заданої та еквівалентної споруди будуть відрізнятися на нескінченно малу величину, остаточно для $S_{r,x}(y, n)$ отримаємо

$$S_{r,x}(y, n) = 4 \cdot I_u^2(H) \cdot R_{r,x}^2(y) \cdot S_{u,ref}(H, n) \cdot J_{x,1}^r(y, f_H) \cdot J_{x,2}^r(y), \quad (22)$$

де $J_{x,1}^r(y, f_H)$ і $J_{x,2}^r(y)$ - фундаментальні інтеграли реакції споруди.

$$J_{x,1}^r(f_H) = \int_0^1 \int_0^1 y_1^{\alpha+\mu} \cdot y_2^{\alpha+\mu} \cdot \eta_{r,x}(y, y_1) \cdot \eta_{r,x}(y, y_2) \cdot \exp \left[-2 \cdot C_{zu} \cdot f_H \cdot \frac{|y_1 - y_2|}{y_1^\alpha + y_2^\alpha} \right] dy_1 dy_2. \quad (23)$$

$$J_{x,2}^r(y) = \left(\int_0^1 y_0^{2\alpha} \cdot \eta_{r,x}(y, y_0) dy_0 \right)^{-2}. \quad (24)$$

Подальша конкретизація виразу (22) залежить від простору реакції споруди, який визначається відповідними коефіцієнтами впливу $\eta_{r,x}(\bullet)$, що мають різну математичну структуру. У якості прикладу розглянемо реакцію висотних споруд у просторі переміщень, оскільки саме він використовувався

А. Davenport [4, с. 12; 5, с. 189] і М.Ф. Барштейном [6, с. 93-102; 7, с. 306-309] для обґрунтування своїх квазістатичних моделей вітрового впливу на гнучкі висотні споруди.

Коефіцієнт впливу для простору переміщень $\eta_{d,x}(\bullet)$ залежить від обраної

кривої $\psi_{x,1}(z)$ власних коливань споруди. Аналіз багатьох робіт, наприклад [8, с. 145; 9, с. 937; 10, с. 336], дозволяє прийняти для неї степеневу залежність вигляду

$\psi_{x,1}(z) = (z/H)^\chi$. Підставляючи цей вираз у формулу для $\eta_{d,x}(\bullet)$, зможемо записати:

$$\eta_{d,x}(y, y') \cong y^\chi \cdot y'^\chi / \left[(2 \cdot \pi \cdot n_{x,1})^2 \cdot m_{x,1} \right]. \quad (25)$$

Фундаментальні інтеграли $J_{x,1}^r(f_H, n)$ і наберуть вигляду

$$J_{x,1}^d(f_H) = \frac{1}{(2 \cdot \pi \cdot n_{x,1})^4 \cdot m_{x,1}^2} \cdot \int_0^1 \int_0^1 y_1^\ell \cdot y_2^\ell \cdot \exp \left[-2 \cdot C_{zu} \cdot f_H \cdot \frac{|y_1 - y_2|}{y_1^\alpha + y_2^\alpha} \right] dy_1 dy_2, \quad (26)$$

$$J_{x,2}^d(y) = (2 \cdot \pi \cdot n_{x,1})^4 \cdot m_{x,1}^2 \cdot \left(\int_0^1 y_0^{2\alpha+\chi} dy_0 \right)^{-2}, \quad (27)$$

де $\ell = \alpha + \mu + \chi$ - узагальнений показник степеня.

Для другого інтегралу, позначивши $Y_{d,x} = 2\alpha + \chi + 1$, відразу маємо

$$J_{x,2}^d(y) = (2 \cdot \pi \cdot n_{x,1})^4 \cdot m_{x,1}^2 \cdot Y_{d,x}^2. \quad (28)$$

Інтеграл виразу (26) не виражається через елементарні функції і потребує залучення методів комп'ютерної математики. Для інженерних розрахунків це незручно. Крім

того, розв'язання даного інтегралу використовується при обчисленні стандарту квазістатичної реакції:

$$\sigma_{Qr,\Lambda}^2(z) = \int_0^{\Re} S_{r,\Lambda}(z, n) dn, \quad \sigma_{Br,\Lambda}^2(z) = \frac{\pi \cdot n_{\Lambda,1}}{4 \cdot \xi_{\Lambda,1}} \cdot S_{r,\Lambda}(z, n_{\Lambda,1}). \quad (29)$$

Як наслідок – наявність трикратного інтегралу, числова оцінка якого навіть для сучасного апаратного і програмного забезпечення не проста, а іноді нездійснена задача. Зважаючи на це, були виконані пошуки

альтернативної функції, яка б при тих самих параметрах, що використовуються у виразі (26), змогла б описати останній з достатньою точністю:

$$\begin{aligned} \omega_{x,1}(f_H) &= \int_0^1 \int_0^1 y_1^\ell \cdot y_2^\ell \cdot \exp \left[-2 \cdot C_{zu} \cdot f_H \cdot \frac{|y_1 - y_2|}{y_1^\alpha + y_2^\alpha} \right] dy_1 dy_2 = \\ &= \frac{2}{(1+\ell)^2} \cdot \left\{ \frac{1}{f_H \cdot \ell_0} - \frac{1}{(f_H \cdot \ell_0)^2} \cdot [1 - \exp(-f_H \cdot \ell_0)] \right\}. \end{aligned} \quad (30)$$

$$\ell_0 = C_{zu} \cdot (1+\ell)^2 / (3.7 \cdot \ell^2 + c_{const}), \quad (31)$$

де C_{const} - константа нормалізації, яка залежить від числових значень ℓ ; у діапазоні можливої зміни параметрів μ , α та χ , а саме $\mu = 0 \div 1$, $\alpha = 0 \div 5$ та $\chi = 1.5 \div 4$, може бути прийнятою рівною нулю. Зазначимо, що

при $f_H \geq 2$ у виразі (30) можна знехтувати другою складовою у фігурних дужках.

Таким чином, поєднавши вирази (22), (28) і (31), для спектральної щільності переміщення споруди матимемо лаконічну замкнену форму

$$S_{d,x}(y,n) = 4 \cdot I_u^2(H) \cdot R_{d,x}^2(y) \cdot Y_{d,x}^2 \cdot S_{u,ref}(H,n) \cdot \omega_{x,1}(f_H). \quad (32)$$

Стандарт випадкового процесу динамічного переміщення $\sigma_{d,x}(d)$ шукатимемо відповідно до дуалістичного розкладання спектра $S_{d,x}(y,n)$ на резонансну $\sigma_{Bd,x}(z)$ і

квазістатичну $\sigma_{Qd,x}(z)$ складові. Для першої з них на основі другої формули (29) відразу маємо

$$\sigma_{Bd,x}(y) = 2 \cdot I_u(H) \cdot R_{d,x}(y) \cdot Y_{d,x} \cdot \sqrt{Z_g \cdot \omega_{x,1}(f_H)}, \quad (33)$$

де Z_g - коефіцієнт динамічної чутливості висотної споруди,

$$Z_g = S_{u,ref}(n_{x,1}) \cdot \frac{\pi \cdot n_{x,1}}{4 \cdot \zeta_x}. \quad (34)$$

Цікаво відмітити, що вираз вигляду $\sqrt{1+Z_g}$ за змістом тотожний коефіцієнту динамічності в методиці М.Ф. Барштейна, реалізованій у радянському СНиП 2.01.07-85. Проте в математичному плані – це два різних

коефіцієнти, для яких і використовуються різні назви.

Стандарт квазістатичної реакції відповідно до першого виразу (29) знаходимо шляхом інтегрування спектральної щільності (32) по частоті:

$$\sigma_{Qd,x}(y) = 2 \cdot I_u(H) \cdot R_{d,x}(y) \cdot Y_{d,x} \cdot \sqrt{\int_0^\infty S_{u,ref}(H,n) \cdot \omega_{x,1}(f_H) dn}. \quad (35)$$

Інтеграл під коренем формули (35) також не має аналітичного розв'язку і повинен знаходитися за допомогою прийомів

комп'ютерної математики. Проте виконаний нами детальний аналіз дозволив шукати його розв'язок у такій аналітичній формі:

$$\omega_{x,2}(f_H) = \int_0^\infty S_{u,ref}(H,n) \cdot \omega_{x,1}(f_H) dn = \left[1 - \ln \left(1 + k_1 \cdot \ell_\xi^{k_2} \right) \right] / (1 + \ell)^2, \quad (36)$$

де $\ell_\xi = \ell_0 \cdot f_H / \xi_H$ розцінюється як добуток коефіцієнта ℓ_0 на відношення координати Моніна f_H до відносної частоти ξ_H на висоті $z = H$; враховуючи формульне визначення f_H і ξ_H , у нагоді може стати корисним інший запис для коефіцієнта ℓ_ξ : $\ell_\xi = \ell_0 \cdot H / L_u(H)$;

k_1 та k_2 - безрозмірні коефіцієнти, числова оцінка яких залежить від співвідношення констант спектра пульсацій.

Підстановка аналітичного рішення (36) у формулу (35) дає для стандарту квазістатичної реакції споруди просту залежність

$$\sigma_{Qd,x}(y) = 2 \cdot I_u(H) \cdot R_{d,x}(y) \cdot Y_{d,x} \cdot \sqrt{\omega_{x,2}(f_H)} \quad (37)$$

Сумарний стандарт переміщення, як корінь квадратний із суми квадратів складових $\sigma_{Bd,x}(z)$ і $\sigma_{Qd,x}(z)$, запишеться як

$$\sigma_{d,x}(y) = 2 \cdot I_u(H) \cdot R_{d,x}(y) \cdot Y_{d,x} \cdot \sqrt{\omega_{x,2}(f_H) + Z_g \cdot \omega_{x,1}(f_H)} \quad (38)$$

Висновки з дослідження і перспективи, подальший розвиток у даному напрямку. Наведені у статті пропозиції з визначення вітрових навантажень на висотні споруди, не зважаючи на певну математичну громіздкість, являють собою автономну і повністю аналітичну методику розрахунку. Дана методика, базуючись на методологічних

принципах подання вітрового навантаження в загальноєвропейських нормах Eurocode, дозволяє точно і швидко виконувати оцінку реакції висотних споруд у напрямі вітрового потоку. Методика може знайти застосування при попередньому призначенні інерційно-жорсткісних параметрів висотних будівель і споруд.

Список використаних джерел

1. Пичугин, С.Ф. Ветровая нагрузка на строительные конструкции [Текст] / С.Ф. Пичугин, А.В. Махінко. – Полтава: АСМІ, 2005. – 342 с.
2. Kasperski, M. The L.R.C. (Load Response-Correlation) Method - a General Method for Estimating Unfavorable Wind Load Distributions for Linear and Non-linear structural behavior [Text] / M. Kasperski, H.J. Niemann // Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. – 1992. - №41-44. – P. 1753-1763.
3. Kasperski, M. Extreme Wind Load Distributions for Linear and Non-linear Design [Text] / M. Kasperski // Engineering Structures. – 1992. - №14 – P. 27-34.
4. Davenport, A.G. Gust Loading Factors [Text] / A.G. Davenport // Journal of Structural Division. – ASCE, 1967. – vol. 93. – № 3. –P. 11-34.
5. Davenport A.G. Note on the Distribution of the Largest Value of a Random Function with Application to Gust Loading [Text] / A.G. Davenport // Proc. Instn Civ. Engrs. - London, UK, 1964. - №24. – P. 187-196.
6. Руководство по расчёту зданий и сооружений на действие ветра [Текст] / [ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко]. – М.: Стройиздат, 1978. – 216 с.
7. Справочник по динамике сооружений [Текст] / [под.ред. Б.Г. Коренева, И.М. Рабиновича]. – М.: Стройиздат, 1972. – 511 с.
8. Piccardo, G. 3-D Gust Effect Factor for Slender Vertical Structures [Text] / G. Piccardo, G. Solari // Probabilistic Engineering Mechanics. – 2002. - №17. – P. 143-155.
9. Piccardo, G. 3D Wind-Excited Response of Slender Structures: Closed-Form Solution [Text] / G. Piccardo, G. Solari // Journal of Structural Engineering. - August, 2000. – Vol. 126, №8. – P. 936-943.
10. Repetto, M.P. Equivalent Static Wind Actions on Vertical Structures [Text] / M.P. Repetto, G. Solari // Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. – 2004. - Vol. 91, №12-15. – P. 335-357.

Махінко Антон Володимирович, д-р техн. наук, будівельна компанія «Етуаль». E-mail: pasargada@mail.ru.
 Махінко Наталія Олександрівна, канд. техн. наук, кафедра комп'ютерних технологій будівництва, Національний авіаційний університет. E-mail: pasargada@yandex.ua.

Makhinko Anton, doct. of techn. sciences, Construction Company "Etual" E-mail: pasargada@mail.ru.
 Makhinko Natalia, ph.d. in engineering, department of Computer Technology Building, National Aviation University. E-mail: pasargada@yandex.ua.

Стаття прийнята 09.11.2015 р.