

**ДО ВОПРОСУ ВИЗНАЧЕННЯ НЕСТАЦІОНАРНОГО АЕРОДИНАМІЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ ВІД ВІТРОВОГО ЗБУДЖЕННЯ, ЩО ДІЄ НА ГОРИЗОНТАЛЬНУ ПЛАТФОРМУ**

Удовенко В.О., Альошечкіна Т.М.

**К ВОПРОСУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНОЙ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ ОТ ВЕТРОВОГО ВОЗМУЩЕНИЯ, ДЕЙСТВУЮЩЕГО НА ГОРИЗОНТАЛЬНУЮ ПЛАТФОРМУ**

Удовенко В.А., Алёшечкина Т.Н.

**ON THE DETERMINATION OF UNSTEADY AERODYNAMIC LOAD WIND LOADS ACTING ON THE HORIZONTAL PLATFORM**

V.A. Udovenko, T. N. Alyoshechkina

*У статті розглянуті аеродинамічні явища, що найбільш часто зустрічаються. У зв'язку з цим ставиться завдання визначення нестационарного аеродинамічного навантаження, що діє на платформу при впливі вітрового збурення постійної інтенсивності. В результаті досліджень були уточнені аеродинамічні коефіцієнти, характер обтікання і частота зміни навантаження. Запропонований у статті чисельний метод дозволяє визначати як інтегральні значення аеродинамічного навантаження, так і розподіл її по поверхні об'єкта.*

**Ключові слова:** аеродинаміка, турбулентність, математичні моделі.

*В статье рассмотрены наиболее часто встречающиеся аэродинамические явления. В связи с этим ставится задача определения нестационарной аэродинамической нагрузки, действующей на платформу при воздействии ветрового возмущения постоянной интенсивности. В результате исследований были уточнены аэродинамические коэффициенты, характер обтекания и частота изменения нагрузки. Предложенный в статье численный метод позволяет определять как интегральные значения аэродинамической нагрузки, так и распределение ее по поверхности обтекаемого объекта.*

**Ключевые слова:** аэродинамика, турбулентность, математические модели.

*The article describes the most common aerodynamic phenomenon. In this regard, the task of determining the unsteady aerodynamic loads acting on the platform under the influence of wind disturbance of constant intensity. The studies were refined aerodynamic coefficients, the nature and frequency of the flow load. The proposed article numerical method allows to determine how the integral values of aerodynamic load and its distribution over the surface of the streamlined object.*

**Keywords:** aerodynamics, turbulence, mathematical models

**Введение**

В связи с развитием современных численных методов аэрогидродинамики получила новый импульс развития и промышленная аэродинамика зданий и сооружений. Промышленная аэродинамика имеет дело с объектами, которые подвергаются воздействию воздушных

поток, включая порывы ветра, ураганы, воздействие турбулентности и т.д.

Основными источниками турбулентных течений в окрестности зданий и технических сооружений являются вихри. Причиной образования вихревых течений (пелен) является обтекание дозвуковым воздушным потоком острых кромок и изломов на поверхности тела, так как типичными

формами поперечных сечений промышленных зданий являются окружности (фабричные трубы, опоры рекламных щитов, газопроводы) и многоугольники (здания, различные опоры). В некоторых случаях, практический интерес представляет воздействие вихревых турбулентных следов одних технических объектов на другие (ансамбли застроек), определение характера распространения следов при выбросе в атмосферу вредных веществ в результате экологических катастроф и заданной розе ветров.

Важной проблемой промышленной аэродинамики является задача автоколебаний сооружений, ферм, трубопроводов и т.д. С точки зрения механики это явление можно рассматривать как автоколебания аэроупругих объектов. Энергия, поддерживающая колебания, черпается от набегающего воздушного потока. Характер поведения объекта определяется воздействием сил различной природы: аэродинамических, упругих, инерционных и демпфирующих. Причем, решающая роль принадлежит

аэродинамическим силам, которые во многом определяются структурой турбулентных течений за рассматриваемым объектом.

Современные математические модели, основанные на методе дискретных вихрей (МДВ) [1-5] позволяют моделировать сложные турбулентные течения, что можно рассматривать как новый этап в методологии численного эксперимента промышленной аэродинамики. Важной особенностью МДВ является то, что в процессе расчетов происходит отбор реальных (устойчивых) решений.

### 1. Постановка задачи

Рассматривается обтекание технического сооружения потоком идеального несжимаемого газа с скоростью  $V_\infty$ . Техническое сооружение состоит из горизонтальной платформы, установленной на вертикальных опорах (рис. 1). Задача состоит в определении нестационарной аэродинамической нагрузки, действующей на платформу при воздействии ветрового возмущения постоянной интенсивности.

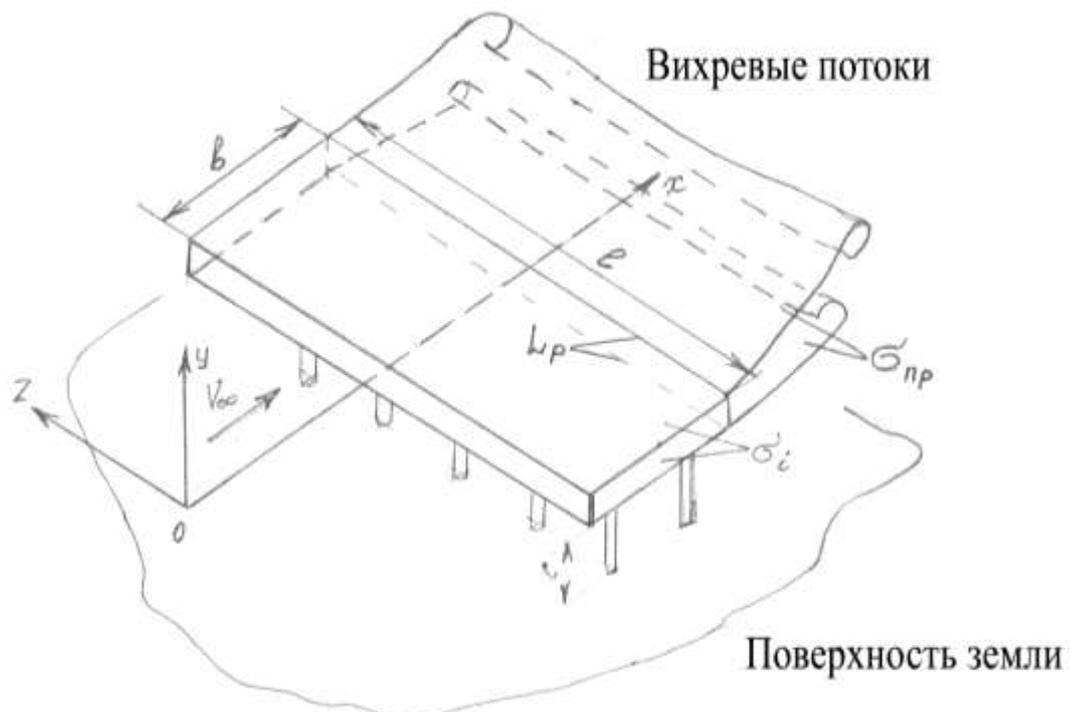


Рис. 1. Расчетная схема обтекания объекта воздушным потоком

Задача решается на основе метода дискретных вихрей [1-3]. В основе предлагаемой математической модели нелинейной аэродинамики лежат следующие положения.

Обтекаемая платформа моделируется набором  $m$  жёстких поверхностей  $\sigma_i$  ( $i=1, \dots, m$ ) (рис. 1). Поверхности  $\sigma_i$  представляют собой плоские грани платформы. Обтекание опор платформы в данном расчетном случае не рассматривается, поскольку

$$\operatorname{div} \vec{v} = 0, \operatorname{rot} \vec{v} = 0. \quad (1)$$

Данное уравнение позволяет ввести полный потенциал скорости  $\Phi(\vec{r}, \tau)$  и потенциал возмущённой скорости  $\varphi(\vec{r}, \tau)$ ,

$$\vec{v}(\vec{r}, \tau) = \nabla \Phi(\vec{r}, \tau) = \vec{V}_\infty + \nabla \varphi(\vec{r}, \tau), \quad (2)$$

где  $\vec{V}_\infty$  - скорость невозмущённого потока,  $\nabla$  - оператор градиента.

Для потенциала возмущённой скорости  $\varphi(\vec{r}, \tau)$  в любой точке области  $D$  выполняется уравнение Лапласа:

$$\Delta \varphi = 0. \quad (3)$$

Таким образом, для нахождения скорости газа в любой точке  $\vec{r} \in D$  следует найти потенциал скоростей  $\varphi(\vec{r}, \tau)$ , удовлетворяющий уравнению (1) и следующим граничным условиям:

1) на поверхностях  $\sigma_i$ ,  $i=1, \dots, m$  – условию непротекания, которое в связанной с  $\sigma_i$  системе координат заключается в равенстве нулю нормальных составляющих скорости газа

$$\frac{\partial \varphi(\vec{r}_\sigma, \tau)}{\partial n} = -\vec{V}_\infty \cdot \vec{n}(\vec{r}_\sigma, \tau) + \vec{w}^*(\vec{r}_\sigma, \tau) \cdot \vec{n}(\vec{r}_\sigma, \tau), \quad \vec{r}_\sigma \in \sigma_i, \quad (4)$$

2) на бесконечности – условию убывания возмущений:

$$\varphi(\vec{r}, \tau) \rightarrow 0, \quad |\nabla \varphi(\vec{r}, \tau)| \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad |\vec{r}| \rightarrow \infty; \quad (5)$$

3) след за обтекаемой платформой рассматривается как совокупность  $m_n$  вихревых пелен  $\sigma_{np}$ , ( $p=1, \dots, m_n$ ), представляющих свободные поверхности

тангенциального разрыва скорости [1-2], на которых выполняются кинематическое условие совместности течения и условие отсутствия перепада давлений:

$$\begin{aligned} (\vec{v}(\vec{r}_{\sigma_n}, \tau) \cdot \vec{n}(\vec{r}_{\sigma_n}, \tau))_- &= (\vec{v}(\vec{r}_{\sigma_n}, \tau) \cdot \vec{n}(\vec{r}_{\sigma_n}, \tau))_+, \\ (p(\vec{r}_{\sigma_n}, \tau))_- &= (p(\vec{r}_{\sigma_n}, \tau))_+, \quad \vec{r}_{\sigma_n} \in \sigma_n = \bigcup_{p=1}^{m_n} \sigma_{np}, \end{aligned} \quad (6)$$

где индексы “-” и “+” означают предельные значения параметров при стремлении к точке  $\vec{r}_{\sigma_n} \in \sigma_n$  с разных сторон от пелены;

геометрические размеры платформы существенно больше опор.

Среда плотностью  $\rho$  считается идеальной и несжимаемой, течение в области  $D$  (вне поверхностей  $\sigma_i$  платформы и следа за ними) является безвихревым [1] вне зоны вихревой пелены. Во всех точках области  $D$  (с радиус-векторами  $\vec{r} \in D$ ) в каждый момент времени  $\tau$  поле скоростей  $\vec{v}(\vec{r}, \tau)$  удовлетворяет уравнениям неразрывности и отсутствия завихренности:

4) на линиях  $L_p$  схода вихревых пелен  $\sigma_{np}$ ,  $p=1, \dots, m_n$  с поверхностями  $\sigma_i$  (эти линии считаются заданными) выполняется гипотеза Чаплыгина – Жуковского – Кутта (Ч-Ж-К) о конечности скорости [5].

Давления в точках  $\vec{r} \in D$  находятся с помощью интеграла Коши – Лагранжа:

$$C_p(\vec{r}, \tau) + (v(\vec{r}, \tau))^2 + 2 \frac{\partial \Phi(\vec{r}, \tau)}{\partial \tau} = f(\tau), \quad (7)$$

где  $f(\tau)$  – некоторая функция, определяемая из условия на бесконечности.

Зная величину давления в каждой точке поверхности  $\sigma_i$ , можно найти суммарные силы, действующие на тело со стороны газа:

$$\vec{R} = - \int_{\sigma_i} C_p(\vec{r}_\sigma, \tau) \vec{n}(\vec{r}_\sigma, \tau) d\sigma, \quad (8)$$

**2. Численный метод решения задачи**

Для численного решения сформулированной задачи модифицированный метод вихрей [5], в котором замкнутые вихревые рамки [1].

В соответствии с этим методом поверхности  $\sigma_i, \sigma_{np}$  заменяются замкнутыми вихревыми рамками, каждая из которых моделирует отдельный, охватываемый ею элемент (ячейку) поверхностей  $\sigma_\mu, \sigma_{np}$  (рис..2).

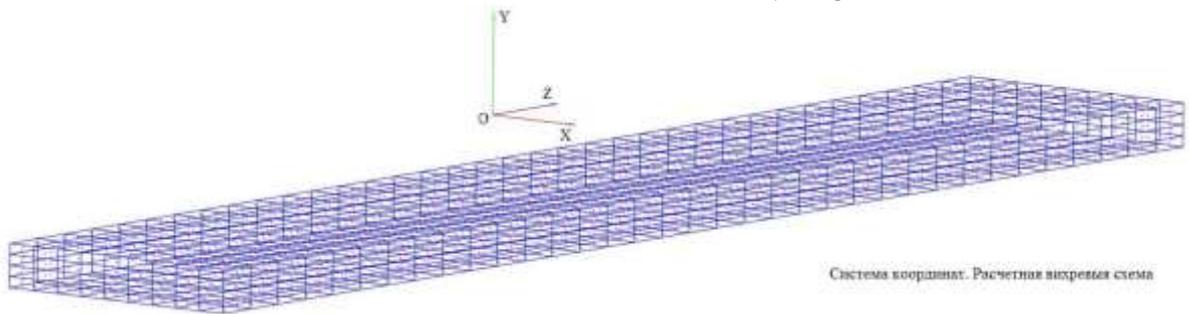


Рис.2. Расчетная вихревая схема горизонтальной платформы

Интенсивности  $G_{\sigma_j}$ ,  $j=1, \dots, N_\sigma$  и  $G_{\sigma_{aj}}$ ,  $j=1, \dots, N_{\sigma_n}$  этих рамок, где  $N_\sigma$  и  $N_{\sigma_n}$  - общее число ячеек на несущих поверхностях  $\sigma_i$  и на свободных поверхностях  $\sigma_n$ , определяем в ходе решения задачи. Возмущённый потенциал  $\varphi(\vec{r}, \tau)$  и вектор относительной

скорости среды  $\vec{v}(\vec{r}, \tau)$  в произвольной точке  $\vec{r}$  пространства определяем как суммы соответственно потенциалов и скоростей, индуцированных свободным потоком и всеми рамками, моделирующими обтекаемое тело:

$$\varphi(\vec{r}, \tau) \approx \frac{1}{4\pi} \left( \sum_{j=1}^{N_\sigma} \Theta_{\sigma_j}(\vec{r}, \tau) G_{\sigma_j}(\tau) + \sum_{j=1}^{N_{\sigma_n}} \Theta_{\sigma_{nj}}(\vec{r}, \tau) G_{\sigma_{nj}} \right), \quad (9)$$

$$\vec{v}(\vec{r}, \tau) \approx \vec{V}_\infty + \frac{1}{4\pi} \left( \sum_{j=1}^{N_\sigma} \vec{w}_{\sigma_j}(\vec{r}, \tau) G_{\sigma_j}(\tau) + \sum_{j=1}^{N_{\sigma_n}} \vec{w}_{\sigma_{nj}}(\vec{r}, \tau) G_{\sigma_{nj}} \right). \quad (10)$$

Здесь безразмерные скорости от вихревых рамок  $\vec{w}_{\sigma(\sigma_n)_j}(\vec{r}, \tau)$  вычисляем в соответствии с законом Био-Савара [5]:

$$\vec{w}_{\sigma(\sigma_n)_j}(\vec{r}, \tau) = \oint_{l(l_n)_j} \frac{d\vec{l} \times (\vec{r} - \vec{r}_l)}{|\vec{r} - \vec{r}_l|^3}, \quad (11)$$

Потенциал  $\varphi(\vec{r}, \tau)$ , определяемый по формуле (9), удовлетворяет уравнению Лапласа (3), а скорость  $\vec{v}(\vec{r}, \tau)$ , найденная в соответствии с (10), - уравнениям (1). Потенциал (9) убывает на бесконечности,

убывает и его градиент, тем самым выполняя условие (5).

Граничное условие непротекания (4) записывается для контрольных точек, расположенных на жестких поверхностях платформы,  $\vec{r}_{0k} \in S_k$  ( $k=1, \dots, N_\sigma$ ) в виде:

$$\sum_{j=1}^{N_\sigma} \vec{w}_{\sigma_j}(\vec{r}_{0k}, \tau) \cdot \vec{n}(\vec{r}_{0k}, \tau) G_{\sigma_j} = - \sum_{j=1}^{N_\sigma} \vec{w}_{\sigma_n j}(\vec{r}_{0k}, \tau) \cdot \vec{n}(\vec{r}_{0k}, \tau) G_{\sigma_n j} + 4\pi(-\vec{V}_\infty + \vec{w}^*(\vec{r}_{0k}, \tau)) \cdot \vec{n}(\vec{r}_{0k}, \tau), \quad k=1, \dots, N_\sigma. \quad (12)$$

Контрольные точки берутся в центре соответствующих ячеек. Их радиус-векторы могут быть вычислены как среднее арифметическое радиус-векторов вершин ячеек.

Равенство (12) рассматривается как система линейных алгебраических уравнений для определения неизвестных циркуляций  $G_{\sigma_j}$ ,  $j=1, \dots, N_\sigma$  вихревых ячеек.

Правые части в выражении (12) определяются невозмущённым потоком, движением поверхностей  $\sigma_i$  и влиянием вихревой пелены, которая строится в зависимости от типа решаемой задачи. Метод дискретных вихрей позволяет решать, как стационарные, так и нестационарные задачи.

Нестационарная задача решается по временным шагам. Условие (7) перемещения частиц пелены со скоростью, равной местной скорости газа, рассматривается как дифференциальное уравнение, которое выполняется для концов каждого отрезка вихревой пелены. Положение концов отрезков определяется на каждом расчетном

шаге  $\tau'$  путём численного интегрирования этого уравнения. Условие же сохранения интенсивности дипольного слоя для частицы пелены приводит в дискретной модели к условию сохранения циркуляций вихревых рамок пелены. Условие Чаплыгина-Жуковского-Кутта о конечности скорости выполняется на линиях  $L_p$ ,  $p=1, \dots, m_p$ , схода вихревых пелен (рис.1).

Таким образом, правые части системы линейных алгебраических уравнений (12) являются на каждом шаге по времени известными величинами, так что решение задачи обтекания заданных поверхностей сводится к нахождению неизвестных циркуляций вихревых рамок  $G_{\sigma_j}$ ,  $j=1, \dots, N_\sigma$ , моделирующих обтекаемое тело.

В случае, когда обтекаемая поверхность является тонкой (например, плоская пластина) и моделируется бесконечно тонкой вихревой поверхностью, матрица

$$A_\sigma = (a_{kj})_{k,j=1}^{N_\sigma} = (\vec{w}_{\sigma_j}(\vec{r}_{0k}, \tau) \cdot \vec{n}(\vec{r}_{0k}, \tau))_{k,j=1}^{N_\sigma} \quad (13)$$

системы (12) является невырожденной [5], так что данная система имеет единственное решение  $\{G_{\sigma_j}\}_{j=1}^{N_\sigma}$  при любых значениях правых частей. Это решение находится методом Гаусса.

При наличии замкнутых поверхностей  $\sigma_i$ , как показано в [3], матрица коэффициентов влияния  $A_\sigma$  (13) вырождена, и система (12) является несовместной. Для получения решения

задачи обтекания используются методы регуляризации, предложенные в работах [2,3].

### 3. Особенности обтекания тел с учетом их телесности и влияния поверхности экрана

В настоящей работе используется способ регуляризации системы (12), изложенный в [3]. Во-первых, для выделения единственного решения задачи обтекания задаётся условие

$$\sum_{\substack{j=1 \\ S_j \subset \sigma_i}}^{N_\sigma} G_{\sigma_j} = 0. \quad (14)$$

Во-вторых, для обеспечения более близкого совпадения поля скоростей внутри тела относительно его поверхности с нулевым, соответствующим точному решению задачи внутри тела могут задаваться  $N^d$  дополнительных

контрольных точек  $\vec{r}_{0k}^d, k=1, \dots, N^d$ , в которых требуется равенство суммарной скорости величине  $\vec{w}^*(\vec{r}_{0k}^d, \tau)$ :

$$\sum_{j=1}^{N_{\sigma}} \vec{a}_{kj}^{\partial} G_{\sigma_j} \equiv \sum_{j=1}^{N_{\sigma}} \vec{w}_{\sigma_j}(\vec{r}_{0k}^{\partial}, \tau) G_{\sigma_j} = - \sum_{j=1}^{N_{\sigma_n}} \vec{w}_{\sigma_n j}(\vec{r}_{0k}^{\partial}, \tau) G_{\sigma_n j} + 4\pi(-\vec{V}_{\infty} + \vec{w}^*(\vec{r}_{0k}^{\partial}, \tau)). \quad (15)$$

В решаемой задаче имеем одно тело, ограниченное замкнутой поверхностью  $\sigma_1$ , моделируемой  $N^{TM}$  рамками, и  $m-1$  тонких поверхностей  $\sigma_2, \dots, \sigma_m$ , на которых

размещается  $N^h$  ячеек. Тогда добавление условий (15) и (14) к системе (12) приводит к переопределённой системе уравнений

$$\begin{cases} A^{TM} G^{TM} + A^{hTM} G^h = B^{TM}, \\ A^{TMh} G^{TM} + A^{hh} G^h = B^h, \end{cases} \quad (16)$$

где

$$A^{TM} = \begin{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} \{a_{kj}\}_{k,j=1}^{N^{TM}}, N^{TM} \times N^{TM} \\ \{a_{k jx}^{JB}\}_{k=1}^{N^{JB}} \Big|_{j=1}^{N^{TM}}, N^{JB} \times N^{TM} \\ \{a_{k jy}^{JB}\}_{k=1}^{N^{JB}} \Big|_{j=1}^{N^{TM}}, N^{JB} \times N^{TM} \\ \{a_{k jz}^{JB}\}_{k=1}^{N^{JB}} \Big|_{j=1}^{N^{TM}}, N^{JB} \times N^{TM} \\ \{1\}_{j=1}^{N^{TM}}, 1 \times N^{TM} \end{matrix} \right\} \\ A^{TMh} = \left\{ \begin{matrix} \{a_{kj}\}_{k=N^{TM}+1}^{N^{TM}+N^h} \Big|_{j=1}^{N^{TM}}, N^h \times N^{TM} \\ \{a_{k jx}^{JB}\}_{k=N^{TM}+1}^{N^{TM}+N^h} \Big|_{j=N^{TM}+1}^{N^{TM}+N^h}, N^{JB} \times N^h \\ \{a_{k jy}^{JB}\}_{k=N^{TM}+1}^{N^{TM}+N^h} \Big|_{j=N^{TM}+1}^{N^{TM}+N^h}, N^{JB} \times N^h \\ \{a_{k jz}^{JB}\}_{k=N^{TM}+1}^{N^{TM}+N^h} \Big|_{j=N^{TM}+1}^{N^{TM}+N^h}, N^{JB} \times N^h \\ \{1\}_{j=1}^{N^h}, 1 \times N^h \end{matrix} \right\}, \end{pmatrix} \quad A^{hTM} = \begin{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} \{a_{kj}\}_{k=1}^{N^{TM}} \Big|_{j=N^{TM}+1}^{N^{TM}+N^h}, N^{TM} \times N^h \\ \{a_{k jx}^{JB}\}_{k=1}^{N^{JB}} \Big|_{j=N^{TM}+1}^{N^{TM}+N^h}, N^{JB} \times N^h \\ \{a_{k jy}^{JB}\}_{k=1}^{N^{JB}} \Big|_{j=N^{TM}+1}^{N^{TM}+N^h}, N^{JB} \times N^h \\ \{a_{k jz}^{JB}\}_{k=1}^{N^{JB}} \Big|_{j=N^{TM}+1}^{N^{TM}+N^h}, N^{JB} \times N^h \\ \{1\}_{j=1}^{N^h}, 1 \times N^h \end{matrix} \right\} \\ A^{hh} = \left\{ \begin{matrix} \{a_{kj}\}_{k=N^{TM}+1}^{N^{TM}+N^h} \Big|_{j=N^{TM}+1}^{N^{TM}+N^h}, N^h \times N^{TM} \\ \{a_{k jx}^{JB}\}_{k=N^{TM}+1}^{N^{TM}+N^h} \Big|_{j=N^{TM}+1}^{N^{TM}+N^h}, N^{JB} \times N^h \\ \{a_{k jy}^{JB}\}_{k=N^{TM}+1}^{N^{TM}+N^h} \Big|_{j=N^{TM}+1}^{N^{TM}+N^h}, N^{JB} \times N^h \\ \{a_{k jz}^{JB}\}_{k=N^{TM}+1}^{N^{TM}+N^h} \Big|_{j=N^{TM}+1}^{N^{TM}+N^h}, N^{JB} \times N^h \\ \{1\}_{j=1}^{N^h}, 1 \times N^h \end{matrix} \right\}, \end{pmatrix}$$

$$B^{\phi} = \begin{pmatrix} \left\{ - \sum_{j=1}^{N_{\sigma_n}} \vec{w}_{\sigma_n j}(\vec{r}_{0k}, \tau) \cdot \vec{n}(\vec{r}_{0k}, \tau) G_{\sigma_n j} + 4\pi(-\vec{V}_{\infty} + \vec{w}^*(\vec{r}_{0k}, \tau)) \cdot \vec{n}(\vec{r}_{0k}, \tau) \right\}_{k=1}^{N^{\phi}} \\ \left\{ - \sum_{j=1}^{N_{\sigma_n}} w_{\sigma_n jx}(\vec{r}_{0k}^{\partial}, \tau) G_{\sigma_n j} + 4\pi(-V_{\infty x} + w_x^*(\vec{r}_{0k}^{\partial}, \tau)) \right\}_{k=1}^{N^{\partial}} \\ \left\{ - \sum_{j=1}^{N_{\sigma_n}} w_{\sigma_n jy}(\vec{r}_{0k}^{\partial}, \tau) G_{\sigma_n j} + 4\pi(-V_{\infty y} + w_y^*(\vec{r}_{0k}^{\partial}, \tau)) \right\}_{k=1}^{N^{\partial}} \\ \left\{ - \sum_{j=1}^{N_{\sigma_n}} w_{\sigma_n jz}(\vec{r}_{0k}^{\partial}, \tau) G_{\sigma_n j} + 4\pi(-V_{\infty z} + w_z^*(\vec{r}_{0k}^{\partial}, \tau)) \right\}_{k=1}^{N^{\partial}} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (17)$$

$$B^k = \left\{ - \sum_{j=1}^{N_{\sigma_n}} \vec{w}_{\sigma_n j}(\vec{r}_{0k}, \tau) \cdot \vec{n}(\vec{r}_{0k}, \tau) G_{\sigma_n j} + 4\pi(-\vec{V}_{\infty} + \vec{w}^*(\vec{r}_{0k}, \tau)) \cdot \vec{n}(\vec{r}_{0k}, \tau) \right\}_{k=N^{\phi}+1}^{N^{\phi}+N^k}.$$

Решение этой системы находят, применяя к первому матричному уравнению метод наименьших квадратов [3]. Для этого левая и правая части этого уравнения

умножаются на транспонированную к  $A^{TM}$  матрицу  $A^{TM\Box}$ , что приводит к системе

$$\begin{cases} AG^{TM} + A^{TM\Box} A^{hTM} G^h = A^{TM\Box} B^{TM}, \\ A^{TMh} G^{TM} + A^{hh} G^h = B^h, \end{cases} \quad (18)$$

где  $A = A^{TM\Box} A^{TM}$ .

Матрица этой системы получается квадратной формата  $(N^{TM} + N^h) \times (N^{TM} + N^h)$ . Решая систему (18), находим циркуляции  $G_{\sigma_j}$ . Достаточно просто этот алгоритм обобщается и на случай, когда имеются одновременно несколько замкнутых тел.

При решении задач с учетом влияния поверхности экрана (поверхности Земли) необходимо учитывать, что на ней должно выполняться условие непротекания газа. Это условие можно обеспечить путем введения, в расчетную схему зеркально отображенных, относительно граничной поверхности, вихревых рамок противоположной циркуляции. Метод зеркального отображения подробно рассмотрен в работе [5].

#### 4. Результаты расчетов

При решении данной задачи горизонтальная платформа рассматривалась как объемный параллелепипед заданных размеров, который моделировался 982-мя вихревыми ячейками, расположенными на гранях параллелепипеда. Сход свободных вихревых поверхностей (вихревой пелены) задавался на линиях  $L_p$  (см. рис.1 и 2).

На рис. 3 представлена вихревая структура обтекания платформы воздушным потоком постоянной интенсивности  $V_{\infty} = \text{const}$ . Из данного рисунка следует, что на поверхности экрана выполняется условие непротекания и вихревая пелена за обтекаемым телом распространяется над поверхностью земли.

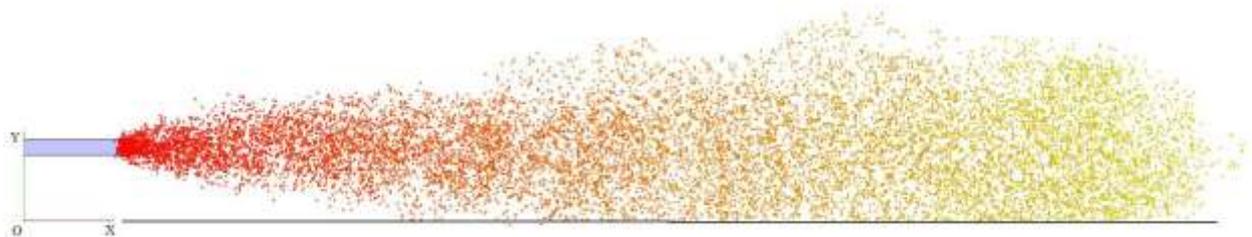


Рис. 3. Вихревая пелена за обтекаемым телом с учетом влияния близости земли

Более детальную информацию о структуре вихревого течения за платформой дают векторные поля скоростей в окрестности изучаемого объекта. На рис. 4 показаны векторные поля скоростей для двух сечений- в срединной плоскости платформы и продольной плоскости. Из представленных

полей скоростей следует, что обтекание рассмотренного тела является нестационарным. В свободном вихревом следе за обтекаемым телом образуются завихренности различной интенсивности, характерные для вихревой дорожки Кармана.

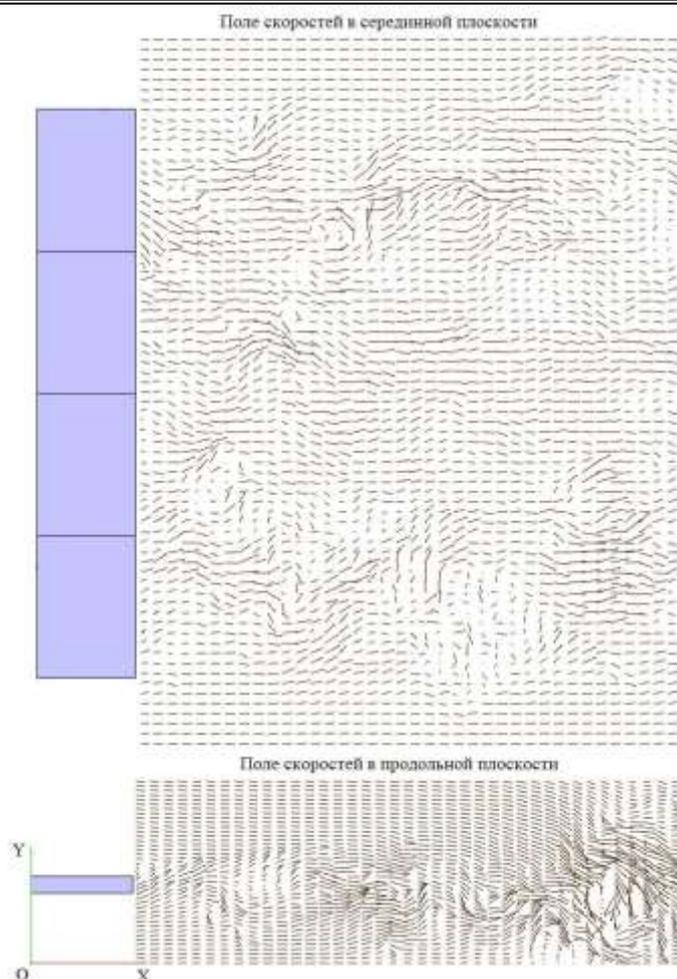


Рис. 4. Поле скоростей за обтекаемым объектом в двух плоскостях

Интегральные аэродинамические нагрузки, действующие на обтекаемое тело, определяемые в процессе решения задачи с помощью (8), представим в виде:

$$R_y = Y = C_y q S, \quad R_x = X = C_x q S, \quad (19)$$

где  $Y$  - нормальная сила, действующая перпендикулярно горизонтальной поверхности платформы (вдоль оси  $Oy$  принятой системы координат);

$X$  - тангенциальная сила, действующая вдоль оси  $Ox$  системы координат  $Oxyz$  (рис. 1);

$q = \rho V_\infty^2 / 2$  - скоростной напор набегающего потока;

$S = l \cdot b$  - характерная площадь (в рассматриваемом случае принимаем  $S = l \cdot b = 302.4 \text{ м}^2$ ).

Безразмерные аэродинамические коэффициенты  $C_y$  и  $C_x$ , определяющие интегральные значения нагрузки на платформу в процессе развития обтекания платформы воздушным потоком, показаны на рис. 5.

Характер развития обтекания можно разделить на две области. Первая область соответствует безразмерному времени  $\tau = V_\infty t / b = 0 \dots 8$ , в течение которого

формируется структура течения. Вторая область соответствует устойчивому сформировавшемуся нестационарному течению при  $\tau \geq 8$ . Эта область характеризуется устойчивым постоянным периодическим изменением аэродинамических коэффициентов во времени.

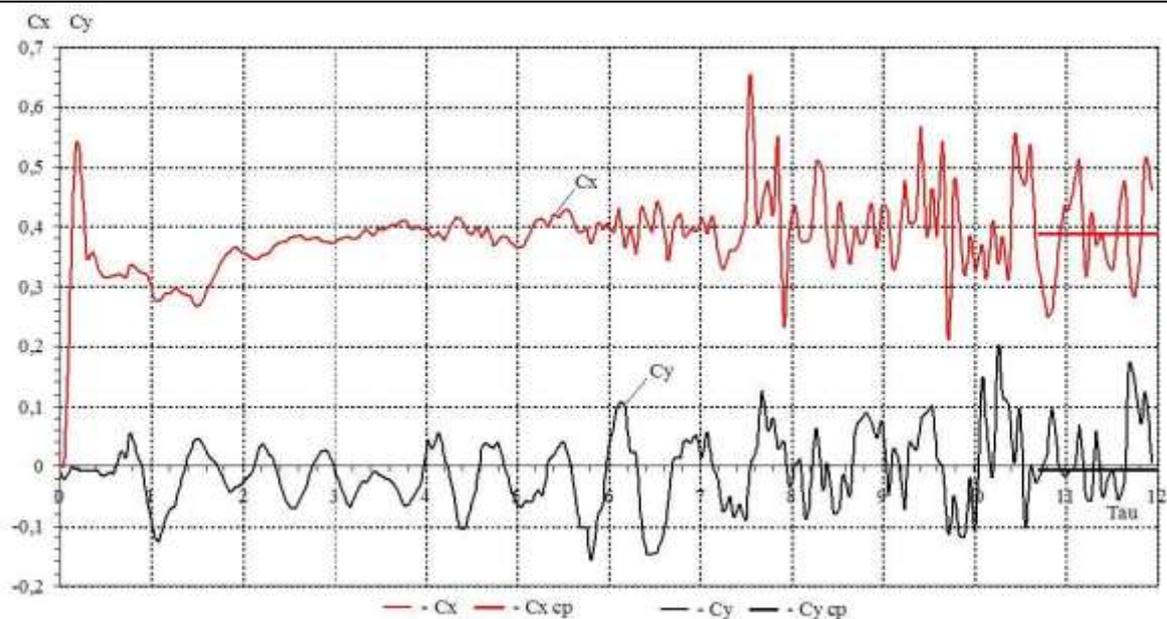


Рис. 5. Изменение безразмерных аэродинамических коэффициентов суммарной аэродинамической нагрузки

Из представленных графиков следует, что при  $\tau \geq 10$  изменение аэродинамических коэффициентов происходит относительно некоторых средних значений (сплошные горизонтальные линии на рис.5). Для количественной оценки степени нестационарности процесса обтекания платформы можно определить среднеквадратичные отклонения аэродинамических коэффициентов  $C_y$  и  $C_x$ , частоту изменения нагрузки и т.д.

Предложенный численный метод позволяет определять как интегральные

значения аэродинамической нагрузки, так и распределение ее по поверхности обтекаемого объекта. В качестве иллюстрации на рис. 6 показано распределение коэффициента давления  $p$  по поверхности платформы в заданный расчетный момент времени ( $\tau = 12$ ). По картине распределения давления можно определить характер нагружения различных поверхностей платформы от воздействия вихревых нагрузок.

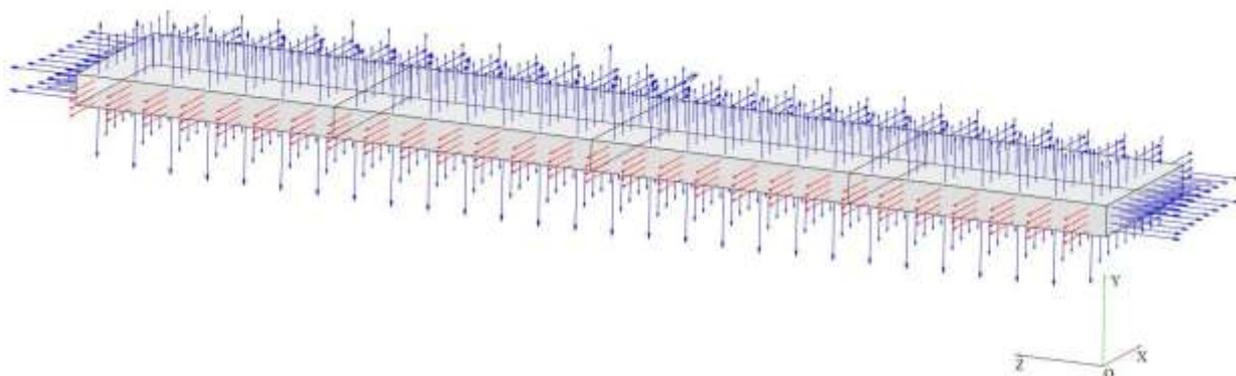


Рис. 5. Распределение поля давлений по поверхности платформы

### Список использованных источников

1. Апаринов В. А. Метод дискретных вихрей с замкнутыми вихревыми рамками/ В. А. Апаринов, А. В. Дворак// Труды ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1986. - Вып. 1313. - с.424-429.

2. Лифанов И. К. Методы сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент/ И. К. Лифанов. - М.: ТОО "Янус", 1995 - 504 с.

3. Удовенко В. А К расчету обтекания замкнутых тел./ В. А Удовенко, А.В.,Дворак// Научно-методические материалы по аэродинамике летательных аппаратов. – М.: ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1989. – Часть 2. - с.19-36.

4. Дворак А. В. Применение квадратичной аппроксимации к определению аэродинамической нагрузки на несущих поверхностях /А. В. Дворак, В.А. Удовенко// Научно-методические материалы по аэродинамике летательных аппаратов. – М.: ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1987. - С. 117-125.

5. Белоцерковский С.М. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью/С.М. Белоцерковский, М.И. Ништ. М.:Наука, 1978. – 352 с.

Рецензент: д.т.н., профессор В.Б Гринёв

*Удовенко Владимир Алексеевич, E-mail: [uva333@mail.ru](mailto:uva333@mail.ru)*

*Алёшечкина Татьяна Николаевна, старший преподаватель кафедры строительной механики ХНУСА. , Тел.: (057) 706-20-63. , E-mail: [alyoshechkina\\_t@mail.ru](mailto:alyoshechkina_t@mail.ru)*

*Udovenko Vladimir Alekseevich, E-mail: [uva333@mail.ru](mailto:uva333@mail.ru)*

*Alyoshechkina Tatyana Nikolaevna, senior lecturer department of structural mechanics KhNUBA, tel.: (057) 706-20-63. , E-mail: [alyoshechkina\\_t@mail.ru](mailto:alyoshechkina_t@mail.ru)*

**Статья поступила 29.04.2015**