

УДК 624.073.11:539.371

DOI: <https://doi.org/10.18664/1994-7852.153.2015.64555>

**НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ИЗОТРОПНЫХ ПЛИТ С СИММЕТРИЧНОЙ ПОПЕРЕЧНОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМ ЗАГРУЖЕНИИ**

к.т.н., доцент Орел Е.Ф., к.т.н., доцент Ватуля Г.Л., Игнатенко А.В.

**НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ІЗОТРОПНИХ ПЛИТ З СИМЕТРИЧНОЮ ПОПЕРЕЧНОЮ НЕОДНОРІДНІСТЮ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ**

к.т.н., доцент Орел Є.Ф., к.т.н., доцент Ватуля Г.Л., Ігнатенко А.В.

**STRESS-STRAIN STATE OF ISOTROPIC PLATES WITH SYMMETRIC TRANSVERSE DISSIMILARITY UNDER THE THERMAL FORCE LOADING**

PhD, Associated Professor Orel E.F., PhD, Associated Professor Vatulja G.L., Ignatenko A.V.

*В статье приведена методика расчета изгибаемых в двух направлениях сталебетонных плит с различными условиями опирания при силовых и температурных воздействиях с учетом нелинейности деформирования и трещинообразования бетона в условиях плоского напряженного состояния, пластических деформаций стального листа за пределом упругости, податливости объединения листа с бетоном. Получена полная система уравнений, описывающая напряженно-деформированное состояние сталебетонной плиты под действием поперечной нагрузки.*

**Ключевые слова:** *сталебетонная балка, огнестойкость конструкции, предел огнестойкости, стандартный температурный режим пожара, предельное состояние, темосиловое воздействие.*

У статті наведено методику розрахунку згинальних за двома напрямками сталобетонних плит з різними умовами опирання при силових та температурних впливах, з урахуванням нелінійності деформування і тріщиноутворення бетону в умовах плоского напруженого стану, пластичних деформацій сталевих листів за межею пружності, податливості об'єднання листа з бетоном. Отримано повну систему рівнянь, що описує напружено-деформований стан сталобетонної плити під дією навантаження.

**Ключові слова:** сталобетонна балка, вогнестійкість конструкції, границя вогнестійкості, стандартний температурний режим пожежу, граничний стан, термосилові впливи.

*The authors proposed the calculation methodology of steel concrete plates, bended in two directions. The discussed approach is grounded on different supporting conditions of the plates with symmetric transverse dissimilarity at the power and temperature influence, taking into account nonlinear concrete deformation in the conditions of plane stress, plastic deformations of steel sheet after yield limit, concrete and steel sheet joint compliance. It's assumed standard temperature range of fire in the room and instantaneous load. Cause and fire scenario are not considered. During the methodology argumentation the concrete nonstationary temperature-humidity conditions with flexible evaporation boundary were taken into account together with temperature variability of materials physical-mechanical properties. The obtained results were verified using finite element simulation. The three-dimensional models for fire resistance definition of examined plates were proposed using ANSYS software package. All investigations were done in order to provide the demanded range of fire resistance rating.*

**Keywords:** Steel-concrete beam, structure fire resistance, fire-resistance rating, fire standard temperature conditions, limiting state, thermal force loading.

**Введение.** Вопросам развития теории и методов расчета сталобетонных и сталежелезобетонных конструкций уделяется все больше внимания, вследствие использования таких конструкций при проектировании новых и реконструкции существующих зданий и сооружений. Наибольший эффект от внешнего армирования достигается в изгибаемых в двух направлениях плитах перекрытий и покрытий зданий и сооружений. Внешняя арматура в виде листов или прокатных профилей позволяет эффективно выполнять сталобетонные плиты с большим процентом армирования при ограниченных размерах сечений и при двойном армировании заменять ими стальные конструкции с экономией стали до 45 %.

**Обзор последних публикаций и исследований.** Наряду с оценкой несущей способности сталобетонных конструкций при различных условиях силового нагружения [1-5], немаловажным фактором, способствующим дальнейшему внедрению

таких конструкций в практику проектирования и строительства, является разработка методики их расчета на температурные воздействия при нестационарном температурно-влажностном поле с податливой границей парообразования, а также учета переменности физико-механических характеристик материалов при нагревании. Рассматриваемые в статье вопросы являются продолжением исследований [6-8].

**Целью исследований** является усовершенствование методики оценки напряженно-деформированного состояния сталобетонных плит с симметричной и несимметричной поперечной неоднородностью на термосиловое воздействие с учетом различных условий их опирания.

**Основной материал исследований.** Рассмотрим плиту из изотропного материала, упругие и термические свойства которого изменяются по толщине по закону:

$$\begin{cases} E = E(z); \\ \nu = \nu(z); \\ \alpha_T = \alpha_T(z). \end{cases} \quad (1)$$

Предположим, что все эти функции являются симметричными относительно срединной плоскости плиты. В связи с неоднородностью материала здесь имеем дело с изменяющимся по толщине плиты коэффициентом теплопроводности  $\lambda(z)$ , вследствие чего температурное поле не будет линейно зависеть от  $z$ . Предполагая, что перенос тепла происходит только поперек плиты, запишем уравнение теплопереноса в неоднородном теле [7, 8] в виде

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[ \lambda(z) \frac{\partial T}{\partial z} \right] = 0, \quad (2)$$

где

$$T(x, y, z) = T_0(x, y) + \Delta T(x, y) \cdot f(z), \quad (3)$$

$$f(z) = \left( \int_0^z \frac{dz}{\lambda(z)} \right) / \left( \int_{-h/2}^{h/2} \frac{dz}{\lambda(z)} \right) \quad (4)$$

Опираясь на гипотезу Кирхгофа о прямых нормальных, можно определить деформации, а затем в соответствии с обобщенным законом Гука – напряжения:

$$\bar{\sigma} = E(\bar{\varepsilon}^0 + z\bar{\chi}) - \frac{E\alpha_T}{1-\nu}(T_0 + \Delta T f). \quad (5)$$

Частным случаем поперечно-неоднородной плиты является плита (рис.1), состоящая из нескольких (чаще всего трех) слоев и называемая плитой «сэндвич» [9, 10].

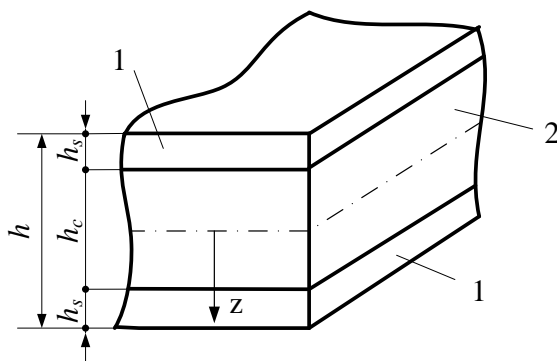


Рис. 3.1. Поперечное сечение плиты: 1 – стальной лист, 2 – бетон

Предположим, что температура на нижней и верхней поверхности плиты отличается на величину  $\Delta T$ . Сначала необходимо определить функцию  $f(z)$ . В знаменателе выражения (3.6) фигурирует интеграл

$$\int_{-h/2}^{h/2} \frac{dz}{\lambda(z)} = \frac{h_c}{\lambda_c} + \frac{h - h_s}{\lambda_s}. \quad (6)$$

Числитель дроби (4) выражается двояко в зависимости от координаты

$$\int_0^z \frac{dz}{\lambda(z)} = \begin{cases} \frac{z}{\lambda_c} & \text{при } 0 \leq z \leq \frac{h_c}{2} \\ \frac{h_c}{2\lambda_c} + \frac{2z - h_c}{2\lambda_s} & \text{при } \frac{\lambda_c}{2} \leq z \leq \frac{h}{2} \end{cases} \quad (7)$$

Определим коэффициенты, характеризующие трехслойную плиту.

$$S = \frac{E_s h}{1 - \nu_s^2} = \frac{h/2}{-h/2} \frac{E(z)}{1 - \nu^2(z)} dz = 2 \left[ \int_0^{h_c/2} \frac{E_c(z)}{1 - \nu_c^2(z)} dz + \int_{-h_c/2}^{h/2} \frac{E_s(z)}{1 - \nu_s^2(z)} dz \right] = \frac{E_c h_c}{1 - \nu_c^2} + \frac{E_s (h - h_c)}{1 - \nu_s^2};$$

$$\nu_s = \frac{2}{S} \left[ \int_0^{h_c/2} \frac{E_c \nu_c}{1 - \nu_c^2} dz + \int_{h_c/2}^{h/2} \frac{E_s \nu_s}{1 - \nu_s^2} dz \right] = \frac{\frac{E_c h_c}{1 - \nu_c^2} \nu_c + \frac{E_s (h - h_c)}{1 - \nu_s^2} \nu_s}{\frac{E_c h_c}{1 - \nu_c^2} + \frac{E_s (h - h_c)}{1 - \nu_s^2}};$$

$$\alpha_T = \frac{2}{S(1 - \nu_s)} \left[ \int_0^{h_c/2} \frac{E_c \alpha_{Tc}}{1 - \nu_c} dz + \int_{h_c/2}^{h/2} \frac{E_s \alpha_{Ts}}{1 - \nu_s} dz \right] = \frac{\frac{E_c h_c}{1 - \nu_c} \alpha_{Tc} + \frac{E_s (h - h_c)}{1 - \nu_s} \alpha_{Ts}}{(1 + \nu_s) \left[ \frac{E_c h_c}{1 - \nu_c^2} + \frac{E_s (h - h_c)}{1 - \nu_s^2} \right]};$$

$$D = 2 \left[ \int_0^{h_c/2} \frac{E_c z^2}{1 - \nu_c^2} dz + \int_{h_c/2}^{h/2} \frac{E_s z^2}{1 - \nu_s^2} dz \right] = \frac{1}{12} \left[ \frac{E_c h_c^3}{1 - \nu_c^2} + \frac{E_s (h^3 - h_c^3)}{1 - \nu_s^2} \right];$$

$$\nu_D = \frac{2}{D} \left[ \int_0^{h_c/2} \frac{E_c \nu_c z^2}{1 - \nu_c^2} dz + \int_{h_c/2}^{h/2} \frac{E_s \nu_s z^2}{1 - \nu_s^2} dz \right] = \frac{\frac{E_c h_c^3}{1 - \nu_c^2} \nu_c + \frac{E_s (h^3 - h_c^3)}{1 - \nu_s^2} \nu_s}{\frac{E_c h_c^3}{1 - \nu_c^2} + \frac{E_s (h^3 - h_c^3)}{1 - \nu_s^2}};$$

$$\alpha_{TD} = \frac{2h}{D(1 - \nu_D)} \left[ \int_0^{h_c/2} \frac{E_c \alpha_{Tc} \frac{z}{\lambda_c}}{(1 - \nu_c) \left( \frac{h_c}{\lambda_c} + \frac{h - h_c}{\lambda_s} \right)} dz + \int_{h_c/2}^{h/2} \frac{E_s \alpha_{Ts} \left( \frac{h_c}{2\lambda_c} + \frac{2z - h_c}{2\lambda_s} \right) z}{(1 - \nu_s) \left( \frac{h_c}{\lambda_c} + \frac{h - h_c}{\lambda_s} \right)} dz \right] =$$

$$= h \frac{\frac{E_c h_c^3}{(1 - \nu_c) \lambda_c} \alpha_{Tc} + \frac{E_s (h^2 - h_c^2)}{2(1 - \nu_s)} \left( \frac{3h_c}{\lambda_c} + \frac{2h + h_c}{\lambda_s} \right) \alpha_{Ts}}{(1 - \nu_D) \left[ \frac{E_c h_c^3}{1 - \nu_c^2} + \frac{E_s (h - h_c^3)}{1 - \nu_s^2} \right] \left( \frac{h_c}{\lambda_c} + \frac{h - h_c}{\lambda_s} \right)}.$$

После определения постоянных, дальнейший ход решения статических задач для трехслойной плиты аналогичен решению для однородной изотропной плиты. Для упрощения

предположим, что на плиту действуют только вертикальные нагрузки и постоянная разность температур, т.е.

$$\vec{X} = \vec{p} = \vec{m} = \vec{0}, \quad \vec{N} = \vec{0}, \quad T^0 = 0, \quad \Delta T = \text{const.} \quad (8)$$

Принимая во внимание соотношение между кривизнами  $\vec{\chi}$  и прогибами плиты  $w$ , приведем выражение (3.8) к виду

$$\vec{\sigma} = -\frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} z \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + (1+\nu)\alpha_T \Delta T f \\ z \left( \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + (1+\nu)\alpha_T \Delta T f \\ z(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Исходя из уравнения равновесия  $d_I^T \vec{\sigma} + \frac{\partial \vec{\tau}}{\partial z} + \vec{X} = \vec{0}$  и учитывая предпосылки (8), запишем

$$\frac{\partial \vec{\tau}}{\partial z} = -d_I^T \vec{\sigma} = \frac{Ez}{1-\nu^2} d_2 \nabla^2 w, \quad (10)$$

Производные напряжений  $\vec{\tau}$  выразим непосредственно через поперечные силы  $\vec{Q}$ :

$$\frac{\partial \vec{\tau}}{\partial z} = -\frac{Ez}{1-\nu^2} \frac{\vec{Q}}{D}. \quad (11)$$

После интегрирования обеих частей равенства, принимая во внимание зависимость (3.13) и граничные условия на наружных поверхностях плиты, ( $\tau^d = \tau^g = 0$ ) получим

$$\vec{\tau} = \frac{12}{h^3} \frac{1-\nu_D^2}{E_D} \vec{Q} \int_z^{h/2} \frac{Ez}{1-\nu^2} dz. \quad (12)$$

Входящий в последнее выражение интеграл выражается по-разному в зависимости от переменного предела интегрирования  $z$ . Так, при  $\frac{h_c}{2} < |z| < \frac{h}{2}$ :

$$\int_z^{h/2} \frac{Ez}{1-\nu^2} dz = \left[ \frac{E_s}{1-\nu_s^2} \frac{z^2}{2} \right]_z^{h/2} = \frac{1}{8} \frac{E_s h^2}{1-\nu_s^2} (1-4\zeta^2),$$

при  $|z| < \frac{h_c}{2}$ :

$$\int_z^{h/2} \frac{Ez}{1-\nu^2} dz = \int_z^{h_c/2} \frac{E_c z}{1-\nu_c^2} dz + \int_{h_c/2}^{h/2} \frac{E_s z}{1-\nu_s^2} dz = \frac{1}{2} \cdot \frac{E_c h^2}{1-\nu_s^2} (\zeta_c^2 - \zeta^2) + \frac{1}{8} \cdot \frac{E_s h^2}{1-\nu_s^2} (1-4\zeta_c^2),$$

Подставив вычисленные интегралы в выражение (12), получим в итоге распределение напряжений  $\bar{\tau}$  по толщине плиты:

$$\bar{\tau} = \begin{cases} \frac{3}{2} \frac{\bar{Q}}{h} (1 - 4\zeta^2) e_s & \text{для } \frac{h_c}{2} < |z| < \frac{h}{2}, \\ \frac{3}{2} \frac{\bar{Q}}{h} \left[ 4e_c (\zeta_c^2 - \zeta^2) + e_s (1 - 4\zeta_c^2) \right] & \text{для } |z| < \frac{h_c}{2}, \end{cases} \quad (13)$$

где

$$e_s = \frac{E_s}{E_D} \frac{1 - \nu_D^2}{1 - \nu_s^2}, \quad e_c = \frac{E_c}{E_D} \frac{1 - \nu_D^2}{1 - \nu_c^2}. \quad (14)$$

**Выводы.** Таким образом, используя метод конечных разностей, получены разрешающие уравнения для оценки напряженно-деформированного состояния плит с симметричной поперечной неоднородностью при термосиловых воздействиях. Отметим, что для трехслойной плиты, средняя часть которой менее жесткая

чем наружные, напряжения  $\bar{\tau}$  выравниваются в большей степени, чем в случае однородной плиты, для которой мы имели бы чисто параболическое очертание. В связи с этим наибольшее тангенциальное напряжение при  $z = 0$  меньше, чем в однородной плите.

#### Список использованной литературы

1. Чихладзе Э.Д. Теория деформирования сталебетонных плит [Текст] / Чихладзе Э.Д., Арсланханов А.Д. // Совершенствование методов расчета и проектирования конструкций и сооружений // Сборник научных трудов - Харьков, ХарГАЖТ. - 1996. – Вып. 27 – С. 4-39.
2. Chikhladze E.D. Experimental Researches of Steel-Concrete Plates [Текст] / Chikhladze E.D., Vatulya G.L. // Shells and spatial structures: from resent past to the next millennium // Proceedings of the IASS 40<sup>th</sup> Anniversary Congress - Madrid, - 1999 – vol.1. - С. 13-18.
3. Орел Е.Ф. Моделирование напряженно-деформированного состояния трехслойных сталебетонных плит [Текст] / Орел Е.Ф. // Сборник научных трудов - Луганск, ЛНАУ. - 2007. – Вып. 71(94) – С. 22-26.
4. Ong K.C.G. Flexural Test of Steel-Concrete Open Sandwiches [Текст] / Ong K.C.G., Mays G.C., Cusens A.R. // Magazine of Concrete Research. - 1982. - vol. 34. - No.120, pp.130-138.
5. Клименко Ф.Е. Сталебетонные конструкции с внешним полосовым армированием / Ф.Е. Клименко. – Киев: Будівельник, 1984. – 88 с.
6. Э.Д. Чихладзе Огнестойкость бетонных и сталебетонных конструкций / Э.Д. Чихладзе, А.И. Жакин, М.А. Веревичева и др. – Х.: ХарГАЖТ, 2000. – 97с.
7. Основы расчета и проектирования комбинированных и сталебетонных конструкций / [Чихладзе Э.Д., Ватуля Г.Л., Китов Ю.П. и др.]; под ред Э.Д. Чихладзе – Киев: Транспорт Украины, 2006. – 104с.
8. Ватуля Г.Л. Влияние пожара на напряженно-деформированное состояние сталебетонных плит [Текст] / Ватуля Г.Л., Орел Е.Ф., Берестянская С.Ю. // 36. наук. праць – Харків: УкрДАЗТ, 2013. - Вип. 135 – С.308-314.
9. Dundrova V. Teorie ohybu sendivicovych desek [Текст] / V. Dundrova, V. Kovarik, P. Slapak. – Praha: akademie ved, 1965. – 231 p.
10. Димитриенко Ю.И. Многмасштабное конечно-элементное моделирование трехслойных сотовых композитных конструкций [Текст] / Димитриенко Ю.И., Федонюк Н.Н., Губарева Е.А., Сборщиков С.В., Прозоровский А.А // Наука и образование. Эл №ФС77 - 4. 07, 2014. - С. 243-265.

## **Будівельні матеріали, конструкції та споруди**

---

Рецензент: д.т.н., професор Плугин А.А.

Орел Евгений Федорович, к.т.н., доцент, доцент кафедры «Путь и путевое хозяйство», контактный тел. 057 -730-1067 (10-67)

Ватуля Глеб Леонидович, к.т.н., доцент, заведующий кафедрой строительной механики и гидравлики, контактный тел. 057 -730-1070 (10-70)

Игнатенко Андрей Васильевич, ассистент кафедры «Мосты, конструкции и строительная механика» Харьковского национального автомобильно-дорожного университета, контактный тел. 057 -730-1070 (10-70)

Orel Yevhen Fedorovich, PhD, Associated Professor, Associated Professor of Track and Track Facilities Department, Tel. 057 -730-1067 (10-67)

Vatulia Glib Leonidovich, PhD, Associated Professor, Head of Building Mechanics and Hydraulics Department, Tel. 057 -730-1070 (10-70)

Ignatenko Andrii Vasilevich, Assistant of Lecturer of Bridge, Structures and Building Mechanics Department Kharkiv National Road University, Tel. 057 -730-1070 (10-70)

*Статья поступила 20.05.2015*