

УДК 624.04

DOI: <https://doi.org/10.18664/1994-7852.149.2014.82669>

**ПОИСК РАЦИОНАЛЬНОЙ ДЛИНЫ КОНСОЛЬНОГО УЧАСТКА  
КОНСТРУКТИВНО-МОНОТРОПНОГО ПЕРЕКРЫТИЯ ПРИ СТАТИЧЕСКОМ И  
ДИНАМИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИЯХ В УСЛОВИЯХ МНОВОВАРИАНТНОСТИ  
ЗАГРУЖЕНИЙ**

Д-р техн. наук, В.С. Шмуклер, ассистент И.А. Стебловский

**ПОШУК РАЦІОНАЛЬНОЇ ДОВЖИНИ КОНСОЛЬНОЇ ДІЛЯНКИ  
КОНСТРУКТИВНО-МОНОТРОПНОГО ПЕРЕКРИТТЯ ПРИ СТАТИЧНИХ І  
ДИНАМІЧНИХ ВПЛИВАХ В УМОВАХ БАГАТОВАРІАНТНОСТІ НАВНТАЖЕННЯ**

Д-р техн. наук, В.С. Шмуклер, асистент І.А. Стебловський

**DETERMINATION OF RATIONAL LENGTH OF THE CANTILEVER AREA OF A  
CONSTRUCTIVELY MONOTROPIC OVERLAP DURING STATIC AND DYNAMIC  
LOADS UNDER CONDITIONS OF MULTIVARIATE LOADING**

Doctor of technical sciences V.S. Shmukler, assistant I.A. Steblovskiy

*В статье рассмотрена многокритериальная задача по определению длины консольного участка перекрытия при статическом и динамическом воздействиях. В*

результате определена рациональная длина консольного участка конструктивно-монотропного перекрытия, минимальным образом отличающаяся от результатов решения всех локальных задач рационализации, соответствующих различным загрузкам.

**Ключевые слова:** многокритериальность, плотность потенциальной энергии деформации, рационализация, длина консольного участка, частота собственных колебаний.

У статті розглянута багатокритеріальна задача по визначенню довжини консольної ділянки перекриття при статичному і динамічному впливах. В результаті визначена раціональна довжина консольного ділянки конструктивно-монотропного перекриття, що мінімальним чином відрізняється від результатів вирішення всіх локальних задач раціоналізації, відповідних різним навантаженням.

**Ключові слова:** багатокритеріальність, щільність потенційної енергії деформації, раціоналізація, довжина консольного ділянки, частота власних коливань.

The article considers the multicriteria problem of determining length of the cantilever area of the overlap during static and dynamic loads. In solving the problem of rationalization as an external control parameter was accepted length cantilever portion of the plate. As a criterion of rationalization in the static exposure was accepted criterion of minimizing the potential energy of deformation. As a criterion of rationalization when under dynamic criterion was accepted to maximize the natural frequencies. Multicriteria decision was realized by finding a compromise on the method V.S. Shmukler. As a result, rational length of the cantilever area of a constructively monotropic overlap, minimally different from the results of all the local solutions of rationalization problems corresponding to different loadings, was determined. The proposed algorithm for solving multiobjective tasks can be used for different boundary conditions and types (character) loadings, ie is versatile.

**Keywords:** multicriteriality, strain energy density, rationalization, length of the cantilever area, natural vibration frequency.

**Вступление.** Настоящее исследование относится к области строительной техники, актуальной проблемой которой является разработка архитектурно-строительных систем, а также методов их проектирования. При этом, современное строительство требует создания и эксплуатации новых подходов, которые, в первую очередь, направлены на гармонизацию природы и человека.

**Постановка проблемы.** В связи с тем, что в настоящее время лидирующую позицию в строительстве зданий занимает монолитное возведение, то возникают проблемы уменьшения веса конструкций зданий и сооружений. Это, в свою очередь, предопределяет дальнейшее развитие прямого, то есть рационального проектирования. Искомое рациональное решение наиболее просто может быть достигнуто при эксплуатации энергетических экстремальных принципов. Однако на конструкцию в процессе ее жизни действует не одна, а сочетание нагрузок и воздействий. Поэтому, особенностью поставленной задачи являлась рационализация параметров

рассматриваемой конструкции в условиях многовариантности загрузений.

**Анализ последних достижений.** Основа современной теории управления (рационализация) параметрами конструкций состоит в трудах таких авторов оригинальных методов и решений, как Н.П. Абовский, Н.И. Безухов, Р. Беллман, И.А. Биргер, Д.В. Вайнберг, Г.В. Васильков, А.С. Городецкий, А.И. Лурье, А.Р. Ржаницын, С.П. Тимошенко, В.С. Шмуклер и многих других. Среди всевозможного разнообразия критериев и методов рационализации, такое понятие, как рационализация в условиях многовариантности загрузений (многокритериальности) – отсутствует.

**Цели и задачи исследования.** Целью данной работы является разработка методов управления и рационализации внешних параметров конструктивно-монотропных плитных систем при статическом и динамическом воздействии в условиях многовариантности загрузений.

**Основная часть.** При решении задачи рационализации, в качестве внешнего параметра управления (не связанного с

изменением объема материала) была принята длина консольного участка плиты. В качестве критерия рационализации при статическом воздействии, был принят критерий минимизации потенциальной энергии деформации (критерий Г.В. Василькова) [1], в котором предлагается выбирать из всего множества возможных значений искомых параметров такие, при которых, потенциальная энергия деформаций (ПЭД) достигает своей нижней границы, то есть

$$U = \inf U^k, k = 1, 2, \dots, \quad (1)$$

где  $U$  – потенциальная энергия деформации,  
 $k$  – номер варианта.

В качестве критерия рационализации при динамическом воздействии, был принят критерий максимизации частоты собственных колебаний основного тона.

Особенностью, которая присуща любому практическому проектированию является, без сомнений, многокритериальность. Однако многокритериальность зачастую сводит к нулю эффект искомого рационального решения, которое соответствует какому-либо одному критерию. А если посмотреть с другой стороны, лишь в ограниченном количестве ситуаций возможно введение в задачу только одного критерия. Постулируемая концепция, которая базируется на регулировании потенциальной энергии деформаций, существенно расширяет возможности построения рациональных решений, но, при этом, очень зависит от конкретного нагружения конструкции. Таким образом, поиск рациональных решений в условиях многообразия критериев необходим, однако, сопряжен с большими вычислительными трудностями. Сказанное предопределило многокритериальность задачи, решение которой реализовывалось путем поиска компромисса по методу В.С. Шмуклера [2, 3, 4, 5].

Суть данного метода заключается в следующем. Сначала решаются последовательно все частные задачи оптимизации или регулирования. То есть, при одних и тех же записанных ограничениях разыскивается экстремум каждого в отдельности сформулированного критерия. При этом, для экстремального

значения рассматриваемого критерия определяются соответствующие величины остальных. Рассматривая критерии как координаты (в нашем случае координаты двумерного пространства), появляется возможность построения некоей области  $G$ , в пределах и на границе которой удовлетворены все ограничения задач. Данная область имеет характерные точки, в которых соответствующий критерий принимает экстремальное значение. Следуя предложенному подходу, в качестве решения для случая равнозначных критериев принимается точка  $R(X_0)$  на поверхности  $G$ , равноотстоящая от характерных точек:

$$Z(X_0) = \sum_{k=1}^N \gamma_k \left[ \sum_{L=1}^N (X_{kL} - X_{LR})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \rightarrow \inf \quad (2)$$

где  $N$  – количество характерных точек;

$X_{kL}$  –  $L$ -я координата  $k$ -ой характерной точки;

$X_{LR}$  –  $L$ -я координата искомой точки;

$\gamma_k$  – весовой коэффициент;

$Z(X_0)$  – сумма расстояний от точки

$R(X_0)$  до всех характерных точек.

В качестве примера рассматривалась конструктивно-монотропная плита перекрытия с размерами в плане 45х9,4м, имеющая консоль неизвестной длины. Плита защемлена с одного конца вдоль длинного пролета и шарнирно оперта также вдоль длинной стороны с другого. Под конструктивно-монотропными перекрытиями понимают такие системы, в которых внутренняя структура содержит полости, образованные верхней и нижней обшивками, а также однонаправленными ребрами жесткости (рис. 1).

Полости формируются путем захоронения вкладышей из легкого недорогого материала.

Анализ ребристых конструкций, в частности предложенной, показал, что поперечные напряжения пренебрежимо малы по сравнению с продольными. Сказанное позволяет сделать вывод о том, что конструкция плиты перекрытия работает по типу балки. В связи с этим, в качестве примера, были выбраны 5 вариантов нагружений балки (рис.2).

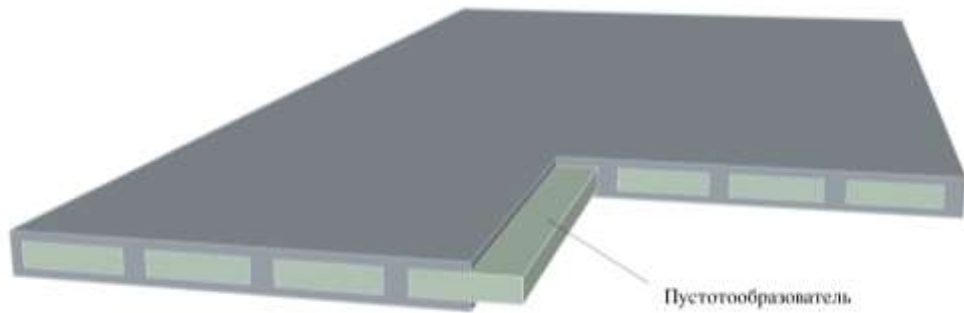


Рис. 1. Конструкция плиты перекрытия

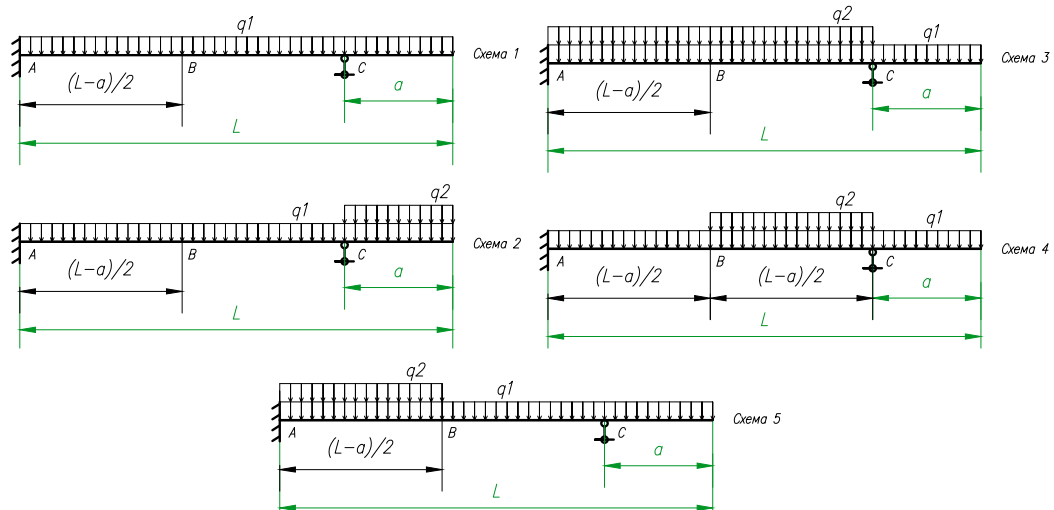


Рис. 2. Схемы загрузки конструкции

Для упрощения вида выражений для изгибающего момента, был введен коэффициент  $k$ , при помощи которого выражается временная нагрузка  $q2$  через постоянную  $q1$ . Для того, чтобы по максимуму отобразить решение, коэффициент  $k$  принимался равным 0; 0,5 и 1. Однако при коэффициенте  $k=0$  задача приобретает вид, моделирующей нагрузку только от собственного веса.

Выражение для объема материала выглядит следующим образом:

$$V = \beta \int_0^L \sqrt{|M(x)|} dx \quad (3)$$

где  $\beta$  – коэффициент, который также зависит от сечения балки;

$V$  – объем материала.

В свою очередь, выражение для потенциальной энергии деформации определяется по:

$$U = \alpha \int_0^L M^2(x) dx \quad (4)$$

где  $\alpha$  – коэффициент, который зависит от сечения балки;

$M$  – изгибающий момент в балки.

Анализируя (3) и (4), можно сделать вывод, что расходы материала прямо пропорционально зависят от ПЭД.

Применив теорему Ферма, определим положение консоли, при котором ПЭД минимальна, т.е.:

$$\frac{dU}{da} = 0 \quad (5)$$

Подставив найденное значение длины консоли  $a$  в (4), получим минимальное значение  $U_{min}$ .

Для проверки результатов рационального решения каждой из задач, в (4) были подставлены новые значения длины консоли, отличающиеся от рационального на 5% от длины.

Результаты решения задач рационализации при статическом воздействии ( $k=1,0$ ) представлены в аналитическом виде и представлены в таблице 1 и на рисунке 3.

Таблица 1

Значения длины консоли и потенциальной энергии деформации при  $k=1,0$

N Схемы	Значения длины консоли и потенциальной энергии деформации при $k=1,0$		Эпюра моментов
	Значение $a$	Значение $U$	
1	$0,29 \cdot L$	$\frac{1,77 \cdot 10^{-4} \cdot L^5 \cdot q^2}{E \cdot J}$	
2	$0,224 \cdot L$	$\frac{2,52 \cdot 10^{-4} \cdot L^5 \cdot q^2}{E \cdot J}$	
3	$0,366 \cdot L$	$\frac{4,49 \cdot 10^{-4} \cdot L^5 \cdot q^2}{E \cdot J}$	
4	$0,342 \cdot L$	$\frac{3,13 \cdot 10^{-4} \cdot L^5 \cdot q^2}{E \cdot J}$	
5	$0,325 \cdot L$	$\frac{3,14 \cdot 10^{-4} \cdot L^5 \cdot q^2}{E \cdot J}$	



Рис.3. Значения ПЭД при различных загрузения и положений опоры

Учитывая вышесказанное, запишем критерий (2) для рассматриваемого примера и определим рациональное положение опоры в условиях многокритериальности при статическом воздействии:

$$\Delta = \sum_{i=1}^5 \gamma_i \cdot \sqrt{(a_i - a_x)^2 + (U_i - U_x)^2} \rightarrow \inf \quad (6)$$

где  $\gamma_i$  - весовой коэффициент;

$a_i, U_i$  - значение длины консоли и потенциальной энергии деформации  $i$ -й точки соответственно;

$a_x, U_x$  - искомые значение длины консоли и потенциальной энергии деформации соответственно.

Используя теорему Ферма, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{d\Delta}{da_x} = 0 \\ \frac{d\Delta}{dU_x} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

Для определения искомых значений длины консоли и потенциальной энергии

деформации необходимо решить систему, состоящую из 2-х нелинейных уравнений. Используя вычислительный комплекс MathCAD, получим:

при  $k=0,5$

$$a_x = 0,318 \cdot L, \quad U_x = 2,42 \cdot \frac{10^{-4} \cdot L^5 \cdot q^2}{EJ}$$

при  $k=1,0$

$$a_x = 0,338 \cdot L, \quad U_x = 3,13 \cdot \frac{10^{-4} \cdot L^5 \cdot q^2}{EJ}$$

На рисунке 4 представлена диаграмма значений ПЭД для каждого частного решения задачи рационализации при рациональной и компромиссной длине консоли.

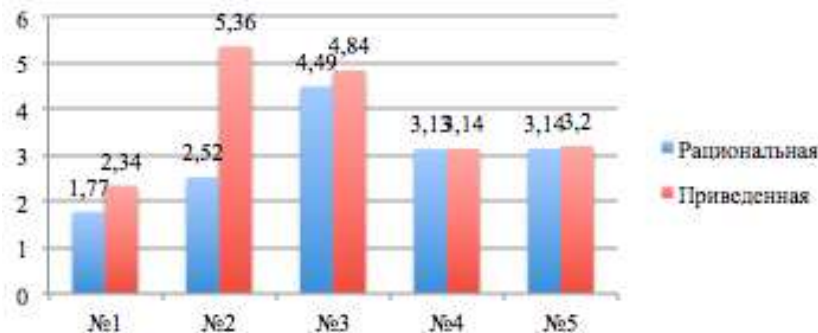


Рис. 4. Значения ПЭД при рациональной и приведенной длине консоли

Основываясь на [1], используя ПК «Лира 9,6» [6] определим методом перебора значение длины консоли при котором частота собственных колебаний стремится к максимуму. Результаты расчета представлены в таблице 2.

Запишем критерий (2) для рассматриваемого примера и определим рациональное положение опоры в условиях многокритериальности при динамическом воздействии:

$$\Delta = \sum_{i=1}^5 \gamma_i \cdot \sqrt{(a_i - a_x)^2} \rightarrow \inf \quad (8)$$

где  $\gamma_i$  - весовой коэффициент;

$a_i$  – значение длины консоли  $i$ -й точки;

$a_x$  – искомое значение длины консоли.

Применив теорему Ферма, определим положение консоли, при котором сумма собственных частот первых 5-ти форм колебаний максимальна:

$$\frac{d\Delta}{da_x} = 0 \quad (9)$$

В результате решения (9) получим:  
при  $k=1,0$

$$a_x = 0,212 \cdot L,$$

Таблица 2

Значение длины консоли и сумма частот собственных колебаний первых 5-ти форм

N Схемы	Значение а	$\sum_{i=1}^5 \omega_i$ , Гц
1	$0,2 \cdot L$	2748
2	$0,15 \cdot L$	2515
3	$0,25 \cdot L$	2137
4	$0,23 \cdot L$	2348
5	$0,23 \cdot L$	2437

Окончательно рациональная длина консоли, которая удовлетворяет динамическим и статическим воздействиям в условиях многовариантности нагружений:

$$a = \frac{0,338 + 0,212}{2} \cdot L = 0,275 \cdot L \quad (10)$$

## Выводы:

На примере плиты перекрытия была определена рациональная длина консоли для

каждого варианта загруженный при статическом и динамическом воздействии;

В результате решения многокритериальной задачи путем поиска компромисса, было определено положение опоры, минимальным образом отличающееся от результатов решения всех локальных задач оптимизации, соответствующих различным загружениям при статическом и динамическом воздействии;

Предложенный алгоритм решения многокритериальной задачи может быть использован при различных краевых условиях и видах (характера) загружений: т.е. является универсальным;

Предложенные конструкции были внедрены при строительстве спортивно-оздоровительного комплекса «Мисто».

Проведены натурные эксперименты, результаты которых показали репрезентативность изложенных материалов [7,8,9,10].

### Список использованных источников

1. Васильков Г.В. Эволюционные задачи строительной механики. Синергетическая парадигма. / Г.В. Васильков. – Ростов-на-Дону: Инфосервис, 2003.
2. Шмуклер В.С. Каркасные системы облегченного типа / В.С.Шмуклер, Ю.А. Климов, Н.П. Бурак. – Харьков: Золотые страницы, 2008. – 336с.
3. Городецкий А.С., Информационные технологии расчета и проектирования строительных конструкций. /А.С. Городецкий, В.С. Шмуклер, А.В. Бондарев– Харьков: НТУ «ХПИ», 2003. – 889с.
4. Шмуклер В.С., Формирование расчетной модели в условиях регулирования напряженно-деформированным состоянием конструкции. /В.С. Шмуклер, А.С. Городецкий //Науковий вісник будівництва. Вип. 43 – Х.: ХДТУБА, 2007.
5. Shmukler V. S. About One Possibility of Compromise-Criterion Construction in Structure Parameter Rationalization Task Dundee. /V.S. Shmukler, Scotland, 2008
6. Городецкий А.С., Метод конечных элементов: теория и численная реализация. Програмный комплекс «Лира». / А.С. Городецкий, И.Д. Евзеров, Е.Б. Стрелецкий и др., - Киев: Факт, 1997. – 137с.
7. Bozzo L.M., The Santa Fe II Tower. // Concrete International. Vol. 36, No 9, 2014.
8. Бережная Е.В. Натурные испытания эффективного железобетонного перекрытия. / Е.В. Бережная, И.А. Стебловский, М.Д. Помазан, В.Е. Заика. //Науковий вісник будівництва: ХДТУБА, ХОТБ АБУ, 2011.- вип. 66. – с. 145-151.
9. Бережная Е.В. Анализ результатов второго этапа натурных испытаний конструктивно-монотропного железобетонного перекрытия. / Е.В. Бережная, И.А. Стебловский //Будівельні конструкції: Міжвідомчий науково-технічний збірник наукових праць (будівництво) / Державне підприємство “Державний науково-дослідний інститут будівельних конструкцій” Міністерства регіонального розвитку, будівництва та житлово-комунального господарства України. – Вип. 79. – Київ, ДП НДІБК, 2013 с. 347-355.
10. Бережная Е.В., Серия натурных испытаний эффективного железобетонного перекрытия. / Е.В. Бережная, И.А. Стебловский // Строительство, реконструкция и восстановление зданий городского хозяйства: материалы III Международной научно-технической интернет-конференции. – Харьков: ХНАГХ, 2012. с. 237-240.

---

Шмуклер Валерий Семенович заведующий кафедры «Строительных конструкций», доктор технических наук Харьковского национального университета городского хозяйства им А.Н. Бекетова, профессор кафедры «Мостов, конструкций и строительной механики» Харьковского национального автомобильно-дорожного университета. Тел.: (057) 707 – 33 -77

Стебловский Илья Арчилович ассистент кафедры «Мостов, конструкций и строительной механики» Харьковского национального автомобильно-дорожного университета. Тел.: (057) 707 - 37 - 22

Shmukler Valeriy Semenovich Head of the “Building Construction”, Doctor of technical sciences Department of O.M. Beketov National University of Urban Economy in Kharkov, professor of Bridges, Structures and Building Mechanics Department of Kharkov National Automobile and Highway University. Tel.: (057) 707-33-77

Steblovskiy Ilya Archilovich Assistant of Bridges, Structures and Building Mechanics Department of Kharkov National Automobile and Highway University. Tel.: (057) 707-33-77