

## БУДІВНИЦТВО ТА ЦИВІЛЬНА ІНЖЕНЕРІЯ

УДК 666. 983

### АНАЛИЗ ПРОЦЕССА ДВИЖЕНИЯ БИНГАМОВСКИХ ЖИДКОСТЕЙ ПО ТРУБОПРОВОДАМ КРУГЛОГО СЕЧЕНИЯ

Кандидаты техн. наук А. А. Задорожный, А. П. Ковревский (ХНУСА)

### АНАЛІЗ ПРОЦЕСУ РУХУ БІНГАМІВСКИХ РІДИН ПО ТРУБОПРОВОДАХ КРУГЛОГО ПЕРЕРІЗУ

Кандидати техн. наук А. О. Задорожний, А. П. Ковревський (ХНУБА)

### ANALYSIS OF THE MOVEMENT PROCESS OF BINGAM LIQUIDS ON ROUND PIPE RIBBONS

PhD, Associate Professor, A. A. Zadorozhnyi, A. P. Kovrevski

*Описан процесс движения бингамовских жидкостей (бетонные смеси) по трубопроводам круглого сечения с использованием формулы Букингема. Для определения расхода и скорости получены зависимости, позволяющие установить связь между напряжением сдвига слоев внутренней стенки трубопровода  $\tau_{w.cm}$  и ядром бетонной смеси  $\tau_y$ .*

*Приведены зависимости скорости и производительности от безразмерного параметра  $\tau_{\delta_0} = \frac{\tau_{w.cm}}{\tau_y}$ , учитывающие параметры бетонной смеси и диаметра трубопровода.*

**Ключевые слова:** производительность (расход) бетонной смеси, пластическая вязкость, трубопровод, безразмерный параметр, предел упругости жидкости, касательное напряжение.

Описано процес руху бінгамівських рідин (бетонні суміші) по трубопроводах круглого перерізу з використанням формули Букінгема. Для визначення витрати і швидкості отримано залежності, що дають змогу встановити зв'язок між напругою зсуву шарів внутрішньої стінки трубопроводу  $\tau_{w.cm}$  і ядром бетонної суміші  $\tau_y$ .

Наведено залежності швидкості і продуктивності від безрозмірного параметра  $\tau_{\sigma_0} = \frac{\tau_{w.cm}}{\tau_y}$ , що враховують параметри бетонної суміші і діаметр трубопроводу.

**Ключові слова:** продуктивність (витрата) бетонної суміші, пластична в'язкість, трубопровід, безрозмірний параметр, межа пружності рідини, дотичне напруження.

A description of the process of movement of Bingham liquids (concrete mixes) through pipelines of circular cross-section, using the Buckingham formula for determining the flow rate and speed, obtained dependences, which allow establishing a relationship between the shear stress of layers of the inner wall of the pipeline  $\tau_{w.cm}$  and the core of the concrete mixture  $\tau_y$ .

It is induced in the slidiness and productivity of the free parameter  $\tau_{\sigma_0} = \frac{\tau_{w.cm}}{\tau_y}$ , which determines the parameters of the concrete sum and the diameter of the pipeline.

**Keywords:** productivity (consumption) of concrete mix, plastic viscosity, pipeline, dimensionless parameter, elastic limit of liquid, tangential stress.

**Введение.** Исследование течения бингамовских сред при подаче бетононасосами и растворобетононасосами к месту проведения работ на сегодняшний день является актуальным.

При установившемся течении вязкопластичных сред в трубопроводе принудительное изменение начального (касательного) напряжения сдвига  $\tau_{w.cm}$ , возникающего между внутренней поверхностью трубы радиусом  $R_{тр}$  и бетонной смесью, определяется разностью давлений на рассматриваемом участке трубопровода, создаваемой рабочим поршнем бетононасоса или растворобетононасоса. Процесс перемещения таких бетонных смесей в трубопроводе характерен своей спецификой, которую необходимо учитывать при исследовании процессов течения и построении рабочих моделей для бетонных смесей.

**Обзор последних исследований и публикаций.** При исследовании процессов, протекающих в неньютоновских жидкостях, бетонные смеси рассматриваются как среда Шведова - Бингама. Бетонная смесь является многокомпонентной средой, подчиняющейся реологическим законам течения бингамовских жидкостей [1-3].

Детальным изучением процессов и моделей течения бингамовских жидкостей занимались такие авторы, как У.Л. Уилкинсон, А.В. Гноевой, В. Прагер, Б.М. Смольский, З.П. Шульман, В.В. Гориславец, С.С. Кутателадзе и др. Предложенные модели получили широкое распространение для жестковязкопластичных сред, одними из которых являются бетонные смеси и обобщили большинство классических уравнений реологического состояния текучих сред [4-7,11-13].

**Определение цели и задачи исследований.** Цель – выявление особенностей течения бетонных смесей во взаимосвязи с внутренним трением, возникающим в трубах круглого сечения в процессе подачи их бетононасосами и растворобетононасосами.

Задачей данной работы является определение производительности (расхода)

в зависимости от параметров бетонной смеси и диаметра трубопровода.

**Основная часть исследования.** Для достижения поставленной задачи исследований воспользуемся известной зависимостью Букингема производительности (расхода)  $Q_{б.см}$  для бингамовских несжимаемых жидкостей [8]:

$$\frac{Q_{б.см}}{\pi R_{mp}^3} = \frac{\tau_{w.см}}{\mu_{б.см}} \cdot \left[ \frac{1}{4} - \frac{1}{3} \cdot \frac{\tau_y}{\tau_{w.см}} + \frac{1}{12} \left( \frac{\tau_y}{\tau_{w.см}} \right)^4 \right], \quad (1)$$

где  $\tau_{w.см}$  – касательное напряжение на стенке трубы;

$\tau_y$  – предел упругости жидкости;

$\mu_{б.см}$  – пластическая вязкость бетонной смеси;

$R_{mp}$  – радиус трубы;

$Q_{б.см}$  – производительность (расход) бетонной смеси.

Введем безразмерный параметр  $\tau_{\delta_0}$  в виде соотношения напряжения сдвига слоев бетонной смеси  $\tau_{w.см}$ ,  $\tau_y$ , получим

$$\tau_{\delta_0} = \frac{\tau_{w.см}}{\tau_y}.$$

Предел упругости жидкости  $\tau_y$  выражается через радиус ядра потока  $r$  и радиус трубопровода  $R_{mp}$ . Используя касательное напряжение на стенке трубы  $\tau_{w.см}$ , получим  $\tau_y = \tau_{w.см} \cdot \frac{r}{R_{mp}}$ , тогда

$$\tau_y < \tau_{w.см}, \text{ а } \tau_{\delta_0} > 1.$$

Расход бетонной смеси  $Q_{б.см}$  через среднюю скорость течения  $v_{ср.б.см.}$  и радиус трубопровода  $R_{mp}$  выражается как  $Q_{б.см} = v_{ср.б.см.} \cdot \pi R_{mp}^2$ .

Тогда зависимость (1) примет вид

$$\frac{v_{ср.б.см.}}{R_{mp}} = \frac{\tau_{\delta_0} \cdot \tau_y}{\mu_{б.см}} \cdot \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{3 \cdot \tau_{\delta_0}} + \frac{1}{12 \cdot \tau_{\delta_0}^4} \right). \quad (2)$$

Введем безразмерный параметр скорости  $V_{б.п.}$ , равный  $V_{б.п.} = \frac{v_{ср.б.см.} \cdot \mu_{б.см}}{R_{mp} \cdot \tau_y}$ .

Тогда зависимость (2) в безразмерной форме будет иметь вид

$$V_{б.п.} = \left( \frac{\tau_{\delta_0}}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{12 \cdot \tau_{\delta_0}^3} \right). \quad (3)$$

Построим график зависимости  $V_{б.п.}$  от  $\tau_{\delta_0}$  в безразмерных координатах (рисунок), используя формулу скорости (3).

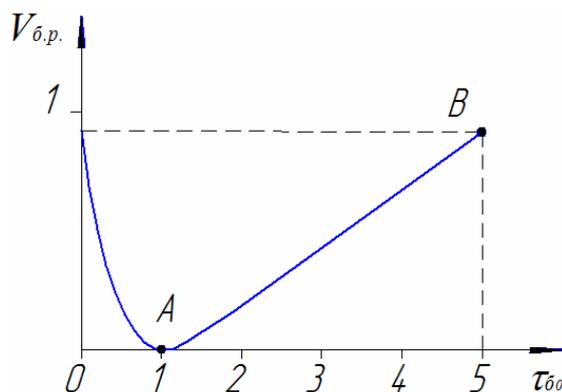


Рис. График зависимости  $V_{б.п.}$  от  $\tau_{\delta_0}$  в безразмерных координатах

Из рисунка видно, что при  $\tau_{\delta_0} > 1$  график зависимости  $V_{\delta.p.}$  от  $\tau_{\delta_0}$  – практически прямая линия. При  $\tau_{\delta_0} = 1$ ,  $V_{\delta.p.} = 0$

В дальнейших исследованиях при  $\tau_{\delta_0} > 1$  рассмотрим соответствующий участок графика АВ (рисунок).

Соответственно уравнение прямой АВ, проходящей через точки А (0,1) и В (5,092), будет иметь вид

$$\tau_{\delta_0} = 4,362 \cdot V_{\delta.p.} + 1, \quad (4)$$

$$\text{или } \tau_w = (4,362 \cdot V_{\delta.p.} + 1) + \tau_y. \quad (5)$$

Если же участок АВ графика аппроксимировать прямой, проходящей через точки (5; 0,917) и (1,1; 0,0035), то уравнение прямой имеет вид

$$\tau_{\delta_0} = 4,270 \cdot V_{\delta.p.} + 1,085. \quad (6)$$

Как будет показано ниже, такое изменение коэффициентов не сказывается на профиле распределения скоростей по радиусу трубы.

В дальнейшем будет использоваться формула (5).

Касательное напряжение на стенках  $\tau_w$  [9,10] связано с разностью давлений на участке длиной L соотношением

$$\tau_w = \frac{\Delta P \cdot R}{2 \cdot L}. \quad (7)$$

Учитывая, что секундный расход (иногда его называют секундной скоростью)  $Q_{\delta.cm} = v_{\delta.cm} \cdot \pi R^2$ , из (4) или (5) найдем

$$a \cdot Q_{\delta.cm} = \tau_{\delta_0} - 1, \quad (8)$$

где  $\tau_{\delta_0} = \frac{\tau_{w.cm}}{\tau_y}$  – безразмерный параметр;

$a$  – характеристика наклона прямой участка АВ

$$a = \frac{4,362 \cdot \mu_{\delta.c.}}{\pi R_{mp}^3 \cdot \tau_y}. \quad (9)$$

Следовательно,

$$Q_{\delta.cm} = \frac{(\tau_{\delta_0} - 1)}{a}. \quad (10)$$

Без линейной аппроксимации формула расхода  $Q_{\delta.cm}$  имеет вид (1). Запишем ее в следующей форме (через параметр  $\tau_{\delta_0}$ ):

$$Q_{\delta.cm} = \frac{\pi R_{mp}^3}{\mu_{\delta.cm}} \cdot \tau_y \cdot \left( \frac{\tau_{\delta_0}}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{12\tau_{\delta_0}^3} \right). \quad (11)$$

Приравнявая правые части выражений (10) и (11), получим

$$\frac{\tau_{\delta_0} - 1}{a} = \frac{\pi R_{mp}^3 \cdot \tau_y}{\mu_{\delta.cm}} \cdot \left( \frac{\tau_{\delta_0}}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{12\tau_{\delta_0}^3} \right). \quad (12)$$

Учитывая, что параметр  $a = \frac{4,362 \cdot \mu_{\delta.c.}}{\pi R_{mp}^3 \cdot \tau_y}$ , из (12) получим

$$\frac{\tau_{\delta_0} - 1}{4,362} = \frac{\tau_{\delta_0}}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{12\tau_{\delta_0}^3}. \quad (13)$$

Отсюда можно найти значение  $\tau_{\delta_0}$ , при котором возможна линейная аппроксимация зависимости  $v_{\delta.p.}$ . Уравнение (13) теперь можно записать в виде

$$0,104 - 0,0207\tau_{\delta_0} - 0,0833\tau_{\delta_0}^{-3} = 0. \quad (14)$$

1-й корень уравнения очевидный:  $\tau_{\delta_0}^{(1)} = 1$ . Это означает, что  $\tau_{w.cm} = \tau_y$ , что практически невозможно.

2-й корень найдем численно, используя метод Ньютона для уточнения корней уравнения (14):

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}.$$

Если обозначить левую часть уравнения (14) как  $f(\tau_{\delta_0})$ , то производная по  $\tau_{\delta_0}$  будет равна  $f'(\tau_{\delta_0}) = -0,0207 + 0,250\tau_{\delta_0}^{-4}$ .

Задаем нулевое приближение корня  $\tau_{\delta_0}^{(0)} = 5$ .

Первое приближение дает  $\tau_{\delta_0}^{(1)} = 5,204$ .

Второе приближение равно  $\tau_{\delta_0}^{(2)} = 4,992$ .

Третье приближение снова равно  $\tau_{\delta_0}^{(3)} = 4,992$ .

Принимаем для второго корня уравнения (12) решение  $\tau_{\delta_0} = 4,992$ .

Следовательно, при движении бингамовской жидкости должно выполняться соотношение  $\tau_{w.cm} \approx 5\tau_y$ .

Теперь связь секундного расхода  $Q_{\delta.cm}$  с остальными параметрами (при линеаризации зависимости  $V_{\delta.p.}$ ) устанавливается по формуле (10)  $a \cdot Q_{\delta.cm} = 4,992 - 1$ , или

$$Q_{\delta.cm} = \frac{3,992}{a} = \frac{3,992 \cdot \pi R_{mp}^3 \cdot \tau_y}{4,362 \cdot \mu_{\delta.cm}} = 0,915 \cdot \frac{\pi R_{mp}^3 \cdot \tau_y}{\mu_{\delta.cm}} = 2,875 \cdot \frac{R_{mp}^3 \cdot \tau_y}{\mu_{\delta.cm}}. \quad (15)$$

Если  $\tau_{\delta_0} = 4,963$ , тогда

$$Q_{\delta.cm} = \frac{3,963}{a} = 0,908 \cdot \frac{\pi R_{mp}^3 \cdot \tau_y}{\mu_{\delta.cm}} = 0,915 \cdot \frac{\pi R_{mp}^3 \cdot \tau_y}{\mu_{\delta.cm}} = \frac{2,875 \cdot R_{mp}^3 \cdot \tau_y}{\mu_{\delta.cm}}. \quad (16)$$

Очевидно, что подставляя  $\tau_{\delta_0} = 4,992$  в формулу (14), получаем тот же самый результат.

Как видно, расход пропорционален кубу радиуса трубы, поэтому даже небольшое уменьшение радиуса вследствие разного рода отложений на стенках заметно сказывается на пропускной способности трубопровода и потерях энергии.

**Выводы из исследования и перспективы, дальнейшее развитие в данном направлении.** Для трубопроводов с движущимися в них бетонными смесями получены зависимости между напряжением

сдвига слоев  $\tau_{\delta_0}$  и  $\tau_{w.cm}$ , ( $\tau_{w.cm} = 5\tau_{\delta_0}$ ). Эта связь позволяет установить характеристику  $\tau_y$  по известной  $\tau_{w.cm}$ . Последнюю можно получить, измеряя давление на участке трубы длиной L. При изменении сечения на различных участках трубопровода соотношение  $\frac{\tau_{w.cm}}{\tau_y} \approx 5$  будет сохраняться, что в свою очередь позволяет определить производительность бетононасосов и растворобетононасосов исходя из зависимости (16).

#### Список использованных источников

1. Уилкинсон, У. Л. Неньютоновские жидкости [Текст] / У. Л. Уилкинсон. – М.: Мир, 1964. – 216 с.

2. Гноевой, А. В. Основы теории течений бингамовских сред [Текст] / Д. М. Климов, В. М. Чесноков. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 272 с.
3. Прагер, В. Введение в механику сплошных сред [Текст] / В Прагер. – М.: Изд-во иностр. л-ры, 1963. – 406 с.
4. Смольский, Б. М. Реодинамика и теплообмен нелинейно-вязкопластичных материалов [Текст] / Б. М. Смольский, З. П. Шульман, В. М. Гориславец. – Минск: Наука и техника, 1970. – 240 с.
5. Гориславец, В. В. Конвективный теплообмен при ламинарном течении композитных материалов в круглой трубе [Текст] / В. В. Гориславец, Б. М. Смольский, З. П. Шульман. – В кн.: Тепло- и массоперенос. – Минск: Наука и техника, 1968. – Т. 3.
6. Яхно, О. М. Дестабилизация потока в канале с изменяющимся по длине расходом [Текст] / О. М. Яхно, Н. В. Семинская, С. В. Стась // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2014. – № 3/7(69). – С. 45-49. ISSN 1729-3774.
7. Носко, С. В. Исследования гидро-динамических русловый входа в каналах технологического оборудования [Текст] / С. В. Носко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2014. – №3/7 (69). – С. 49-54. ISSN 1729-3774.
8. Емельянова, И. А. Предпосылки для исследования процесса транспортирования бетонных смесей с помощью двухпоршневых гидравлических бетононасосов [Текст] / И. А. Емельянова, А. А. Задорожный, Н. А. Меленцов // Зб. наук. праць. Сер. Галузеве машинобудування будівництво. – Полтава: ПНТУ, 2011. – Вип. №2(30). – С. 23-24.
9. Емельянова, И. А. К вопросу построения математической модели, процесса движения бетонной смеси по трубопроводам различных направлений [Текст] / И. А. Емельянова, А. А. Задорожный, Н. А. Меленцов // Сб. науч. тр. по итогам междунар. науч.-техн. конф. “Новые материалы и технологии в машиностроении”. – Брянск: БГИТА, 2013. – Вип. 17. – С. 105-109.
10. Емельянова, И. А. Определение производительности гидравлических бетононасосов, исходя из анализа реологических моделей движения бетонных смесей по трубопроводам [Текст] / И. А. Емельянова, А. А. Задорожный, Н. А. Меленцов // Инновации в науке – инновации в образовании: материалы междунар. науч.-техн. конф. «Интерстроймех-2013» 1-2 октября 2013. – Новочеркасск: ЮРГПУ(НПИ), 2013. – С. 89-94.
11. Емельянова, И. А. Влияние технологических параметров процесса транспортирования бетонных смесей по трубопроводам на производительность растворобетононасосов (бетононасосов) [Текст] / И. А. Емельянова, А. А. Задорожный, Н. А. Меленцов // Зб. наук. праць (галузеве машинобудування, будівництво); ПНТУ ім. Юрія Кондратюка. – Полтава, 2014. – Вип. 1 (40). – С. 3-7.
12. Lipscomb, G.G. Flow of Bingham fluids ill complex geometries [Text] / G.G. Lipscomb, M.M. Denn // Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics.— 1984.— V. 14. – P. 337-346.
13. Weipert, D. Rheology der Lebensmittel [Text] / D. Weipert // H.-D.-Tscheuschner, E.-Windhab.-Hamburg: Behrs, 1993. – 620 s.

---

Задорожний Андрій Олексійович, канд. техн. наук, доцент кафедри механізації будівельних процесів Харківського національного університету будівництва та архітектури. Тел.: (066) 931-28-78. E-mail: zsnj1971@ukr.net.

Ковревський Артур Петрович, канд. техн. наук, професор кафедри теоретичної механіки Харківського національного університету будівництва та архітектури. Тел.: (066) 644-43-93. E-mail: marine63@inbox.ru.

Zadorozhnyi Andrii Alexeyevich, PhD, Associate Professor Department of mechanization of construction processes, Kharkiv National University of Construction and Architecture. Tel.: (066) 931-28-78. E-mail: zsnj1971@ukr.net.  
Kovrevski Artur, PhD, Professor Department of theoretical mechanics, Kharkiv National University of Construction and Architecture. Tel.: (066) 644-43-93. E-mail: marine63@inbox.ru.

Стаття прийнята 22.03.2017 р.