УДК 629.42:338.47

О.В. Рибаков,
канд. техн. наук. О.С. Крашенінін

МОДЕЛЮВАННЯ НАДІЙНОСТІ ЛОКОМОТИВІВ ЗА КРИТЕРІЄМ ОПТИМАЛЬНОГО ПРИБУТКУ ВІД ЇХ ВИКОРИСТАННЯ

Представив д-р техн. наук, професор А.П. Фалендиш

Постановка проблеми. Необхідність розроблення математичних моделей надійності локомотивів викликана тим, що дозволяє проводити порівняння різних варіантів стратегії їх утримання, у тому числі оптимально задовольняє поставлені цілі.

Аналіз багатьох задач оптимізації показує, що вони розв'язуються методами математичного програмування, особливо в тих випадках, коли поведінка систем залежить від багатьох змінних. Із існуючих методів програмування найбільш привабливим для розв'язання задач надійності різних систем є метод динамічного програмування, що не накладає жорсткі обмеження і допускає розроблення простих обчислювальних алгоритмів, що забезпечують швидку збіжність розв'язань [1, 2].

Мета статті. Розробити методику оцінки надійності локомотивів шляхом моделювання його станів за критерієм прибутку.

Виклад основного матеріалу. Для розв'язання задач визначення надійності обладнання локомотивів необхідні явні вирази показників надійності для оцінки загального очікуваного прибутку (або вартості) при різних варіантах його використання. Із сукупності варіантів обирається такий, який якнайкраще задовольняє деяку цільову функцію. Якби було k можливих варіантів, то потрібно було б розв'язати k окремих задач визначення надійності. Це означало б розв'язання k марковських матриць переходів.

Метод, розроблений Ховардом [3], дозволяє знаходити оптимальну поведінку, не розв'язуючи k матриць переходів. Елементи матриці переходів розташовуються послідовно, так що n-е розташування являє собою поведінку з великим прибутком, ніж у $(n-1)$-ї поведінки. Така процедура ґрунтується на принципі оптимальності Беллмана [3] для динамічного програмування. Цей принцип установлює, що оптимальна поведінка має ту властивість, що, який би не був початковий стан системи і розв'язання в початковий момент, наступні розв'язання повинні становити оптимальну поведінку відносно стану, що виходить в результаті першого розв'язання.

Для застосування цього принципу потрібно передусім знайти зв'язок між прибутками і марковским процесом. Розглянемо систему, яка може знаходитися в будь-якому з n можливих станів у довільний момент часу t. Під системою будемо розуміти експлуатований локомотив. Система приносить прибуток $q_i dt$, якщо вона знаходиться в стані E_i часі dt. Повний очікуваний прибуток від знаходження системи в стані E_i до моменту часу $t+dt$ є сумою прибутків, накопичених системою за dt, і прибутків, накопичених до моменту часу t. Виходячи з цього приходимо до такого рівняння:

$$V_i(t+dt) = q_i dt + \sum_{j=0}^{n} P_{ij} V_i(t), \qquad (1)$$

де $V_i(t)$ – повний очікуваний прибуток, який система принесе за час t, якщо вона виходить зі стану E_i.

З рівняння (1) переходимо звичайним методом до диференціального рівняння

$$V_i'(t) = q_i + \sum_{j=0}^{n} a_{ij} V_j(t). \qquad (2)$$

Використовуючи рівняння (2), можна вивести деякі загальні вирази для повного очікуваного прибутку, принесеного системою, якщо вона виходить зі стану E_i.

Розглянемо систему з такою матрицею інтенсивностей переходів A і вектором норми прибутку Q:

$$A = \begin{Vmatrix} -\lambda & \lambda \\ \mu & -\mu \end{Vmatrix}, \qquad Q = \begin{Vmatrix} q_0 \\ q_1 \end{Vmatrix}.$$

Тоді диференціальні рівняння відносно повних прибутків мають вигляд:

$$V_0'(t) = q_0 - \lambda V_0(t) + \lambda V_1(t),$$
$$V_1'(t) = q_1 + \mu V_0(t) - \mu V_1(t).$$

Припускаємо, що до моменту $t=0$ система має нульовий накопичений прибуток, тобто $V_0(0)=0$ і $V_1(0)=0$. Застосовуючи перетворення Лапласа [3], отримуємо:

$$(s+\lambda)V_0(s) - \lambda V_1(s) = \frac{q_0}{s},$$
$$-\mu V_0(s) + (s+\mu)V_1(s) = \frac{q_1}{s},$$

звідки

$$V_0(s) = \frac{q_0 s + \mu q_0 + \lambda q_1}{s^2\left[s + (\lambda+\mu\right]}, \quad \text{і} \quad V_1(s) = \frac{q_1 s + \lambda q_1 + \mu q_0}{s^2\left[s + (\lambda+\mu\right]}.$$

Використовуючи розкладання на прості дроби і зворотне перетворення Лапласа, отримуємо залежності, які мають у своїй структурі динаміку зміни прибутків та витрат за будь-який період експлуатації.

Зазвичай вивчають поведінку системи при тривалій експлуатації. Тому визначимо через $V_i(t) = gt + \upsilon_i$ повний очікуваний прибуток для великих значень t, де υ_i -

складова повного доходу, що визначається перехідним режимом, а g є середнім прибутком в одиницю часу для сталого режиму. Підставляючи цей вираз $V_i(t)$ до формули (2), отримуємо

$$g = q_i + \sum_{j=0}^{n} a_{ij}(\upsilon_j + gt).$$

Так як

$$\sum_{j=0}^{n} a_{ij} = 0,$$

тоді

$$g = q_i + \sum_{j=0}^{n} a_{ij}\upsilon_j. \qquad (3)$$

Помножимо обидві частини (3) на ймовірності станів для сталого режиму P_i $(i = 0,1,...,n)$ і підсумуємо обидві частини отриманої рівності за всіма станами. Отримаємо

$$\sum_{i=0}^{n} g_i P_i = \sum_{i=0}^{n} q_i P_i + \sum_{j=0}^{n}\sum_{i=0}^{n} a_{ij}\upsilon_j P_i.$$

Так як

$$\sum_{i=0}^{n} P_i = 1$$

і

$$\sum_{i=0}^{n} a_{ij} P_i = 0,$$

тоді

$$g = \sum_{i=0}^{n} q_i P_i.$$

Для порівняння k можливих варіантів можна застосувати рівняння (3) і розробити алгоритм покращення розв’язання. Підставляючи значення ваг у всі k розв’язань, визначимо таке значення ваги, що максимізує g. Потім обчислимо прибуток і ваги для нового розв’язання. Цей процес продовжується до тих пір, поки новий розв’язок, обраний при $(N+1)$-й ітерації, буде забезпечувати більший прибуток, ніж розв’язання на N-й ітерації. Якщо збільшення прибутку в результаті наступних ітерацій досягти не можна, то оптимальне розв’язання знайдено. У рекурентній формі розв’язання на $(N+1)$-й ітерації має задовольняти таке рівняння:

$$g^k(N+1) = \max_k \left\{ q_i^k + \sum_{j=0}^{n} a_{ij}^k \upsilon_j(N) \right\}. \qquad (4)$$

Розглянемо задачу вибору одного або двох локомотивів (табл. 1), кожен з яких має різні інтенсивності відмов. Обладнання, якому властива висока інтенсивність відмов, буде забезпечувати і великий прибуток під час роботи.

Таблиця 1

Інтенсивність ремонту локомотивів

Стан	Варіанти ремонту	Інтенсивність переходів		Норми прибутку, q
		0	1	
0	A	$-\lambda_{A0}$	λ_{A1}	q_{A0}
	B	$-\lambda_{B0}$	λ_{B1}	q_{B0}
1	C	μ_{C0}	$-\mu_{C1}$	$-q_{C1}$
	D	μ_{D0}	$-\mu_{D1}$	$-q_{D1}$

Можна знайти оптимальне розв'язання, враховуючи, що в межі частки часу, проведеного системою в станах 0 і 1, дорівнює відповідно $\frac{\mu}{\lambda+\mu}$ і $\frac{\lambda}{\lambda+\mu}$.

Визначивши середній прибуток в одиницю часу як $\sum_{i=0}^{n} q_i P_i$, розглянемо табл. 2, в яку зведено всі чотири можливих варіанти.

Таблиця 2

Вибір варіантів утримання локомотивів

Варіант	Частина часу в стані P_i		Питомий прибуток		Повний очікуваний прибуток
	0	1	0	1	
$A \cup C$	$\frac{\mu_{C0}}{\lambda_{A0}+\mu_{C0}}$	$\frac{\lambda_{A1}}{\lambda_{A1}+\mu_{C1}}$	q_{A0}	$-q_{C1}$	$\sum_{i=0}^{1} q_i P_i$
$A \cup D$	$\frac{\mu_{D0}}{\lambda_{A0}+\mu_{D0}}$	$\frac{\lambda_{A1}}{\lambda_{A1}+\mu_{D1}}$	q_{A0}	$-q_{D1}$	$\sum_{i=0}^{1} q_i P_i$
$B \cup C$	$\frac{\mu_{C0}}{\lambda_{B0}+\mu_{C0}}$	$\frac{\lambda_{B1}}{\lambda_{B1}+\mu_{C1}}$	q_{B0}	$-q_{C1}$	$\sum_{i=0}^{1} q_i P_i$
$B \cup D$	$\frac{\mu_{D0}}{\lambda_{B0}+\mu_{D0}}$	$\frac{\lambda_{B1}}{\lambda_{B1}+\mu_{D1}}$	q_{B0}	$-q_{D1}$	$\sum_{i=0}^{1} q_i P_i$

Найкращим варіантом є варіант, де повний прибуток максимальний.

Висновки. При оцінці ефективності використання локомотивів у процесі експлуатації необхідно формувати базу даних щодо ймовірності станів їх функціонування при використанні різних стратегій технічного обслуговування і поточного ремонту. Критерієм ефективності доцільно обирати добуток, що характеризує вибір оптимального співвідношення складових витрат на утримання локомотивів.

Список літератури

1. Вентцель, Е.С. Теория вероятности [Текст] / Е.С. Вентцель. – М.: Наука, 1969. – 576 с.

2. Гнеденко, Б.В. Математические методы в теории надежности [Текст] / Б.В. Гнеденко, Ю.К. Беляев, А.Д. Соловьёв. – М.: Наука, 1965. – 524 с.

3. Половко, А.М. Основы теории надежности [Текст] / А.М. Половко, С.В. Гуров. – 2-е изд., перераб. и доп. – С.Пб.: БХВ – Петербург, 2006. – 704 с.

Ключові слова: локомотив, прибуток, експлуатація, інтенсивність відмов, моделювання надійності.

Анотації

Визначено підходи, що базуються на використанні математичних методів, які дозволяють моделювати зміну надійності локомотивів за критерієм оптимального добутку.

Определены подходы, основанные на использовании математических методов, которые позволяют моделировать изменение надежности локомотивов по критерию оптимального произведения.

The approaches based on the use of mathematical methods that can simulate the change in reliability of locomotives for the optimum product.