

ОСОБЛИВОСТІ ІНДУКТИВНОГО ЗВ'ЯЗКУ РЕЙОК ТА ЛОКОМОТИВНИХ КОТУШОК СИСТЕМИ АЛСН НА ДІЛЯНЦІ СТРІЛКОВОГО ПЕРЕВОДУ

Представив д-р техн. наук, проф. М.М. Бабаєв

Постановка завдання. При збільшенні швидкостей і інтенсивності руху поїздів відбувається викривлення кодових сигналів системи автоматичної локомотивної сигналізації (АЛСН), що знижує ефективність її роботи і як наслідок – безпеку руху. Тому актуальною є завдання проведення додаткових досліджень причин відмов існуючих пристроїв АЛСН з метою підвищення надійності їх роботи.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Аналіз умов функціонування

існуючих каналів передачі сигналів числових кодів сучасних систем АЛСН [1-3] вказує на низьку надійність їхньої роботи при підвищенні швидкості руху поїздів. Це потребує впровадження нових методів та засобів їх удосконалення.

Мета дослідження. Метою роботи є аналіз особливостей індуктивного зв'язку рейок та локомотивних котушок системи АЛСН.

Основна частина. Розглянемо ескіз ділянки ВФ стрілкового переходу при русі шунта прямою колією (рис. 1).

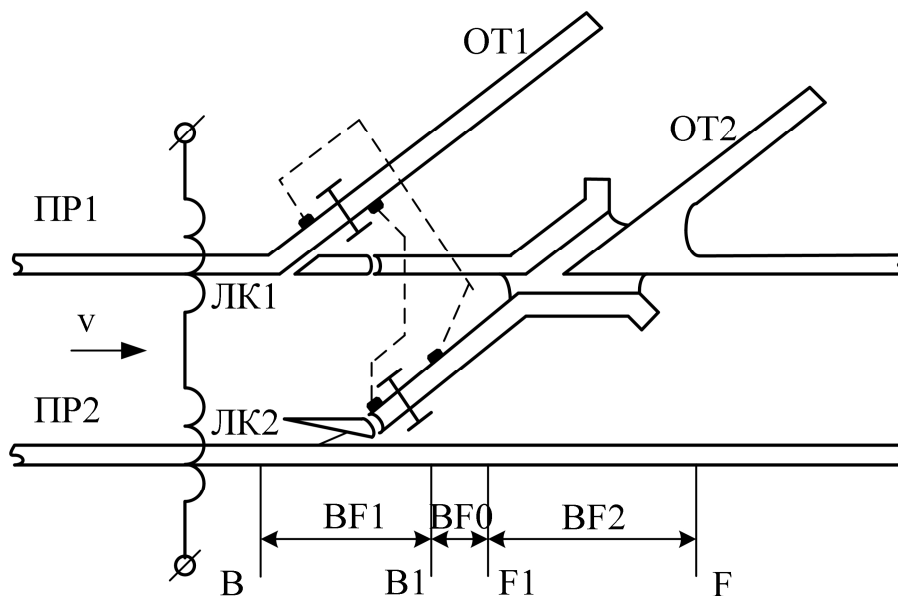


Рис. 1. Ділянка ВФ стрілкового переходу при русі шунта прямою колією:
v – швидкість локомотива

Рейки прямої колії та відгалуження позначимо відповідно як ПР1, ПР2, ОТ1 та

ОТ2; на ескізі вказані також ізолюючі стики та стрілкові з'єднувачі. В підділянці

ВФ можна виділити три мікроділянки: 1) ВФ1 між гостряками стрілки та ізолюючими стиками, на якій не можна нехтувати індуктивними зв'язками котушок та рейок відгалуження; 2) ВФ2 – мікроділянка хрестовини, на якій не можна нехтувати індуктивним зв'язком котушки ЛК1 з рейкою відгалуження ОТ2; 3) ВФ0 – мікроділянка, на якій зв'язки котушок з рейками відгалуження знехтувано малі в має місце тільки індуктивний зв'язок кожної котушки із відповідною їх рейкою прямої колії. Тому для котушки ЛК1 при русі від точки В до точки F має місце такий характер рейкової нитки: «розширення – звуження – окрема рейка – розширення (збігання двох рейок у хрестовині) – звуження – окрема рейка». Для котушки ЛК2 має місце такий характер рейкової нитки: «Окрема рейка – розширення – звуження – окрема рейка»; неоднорідність наявна лише на мікроділянці ВФ1. В даному контексті слово «звуження» характеризує розбігання рейок, при якому відбувається ослаблення індуктивного зв'язку з рейкою

відгалуження і залишається тільки зв'язок з рейкою прямої колії. Оскільки змінна в часі взаємна індуктивність рейок та локомотивних котушок має суттєвий вплив на їх електрорушійну силу ЕРС [4], а відтак – на вхідний сигнал локомотивного приймача системи АЛСН, то уявляється за необхідне виявити аналітичну залежність взаємної індуктивності окремої локомотивної котушки і відповідної їй рейки від ширини цієї рейки.

Одразу відмітимо, що феромагнітна природа рейки та осердя котушки робить проблематичним точне аналітичне розв'язання такої задачі [5]. Тому розглянемо можливі підходи до отримання спрощеного розв'язку, який базувався б на досить реалістичних припущеннях. Як перше наближення, адаптуємо до нашої системи «котушка-рейка» аналітичні результати, наведені в роботі [6] для системи двох неоднакових котушок з прямокутними перерізами обмоток і паралельними осями (рис. 2); вважатимемо нижню з цих котушок аналогом рейки.

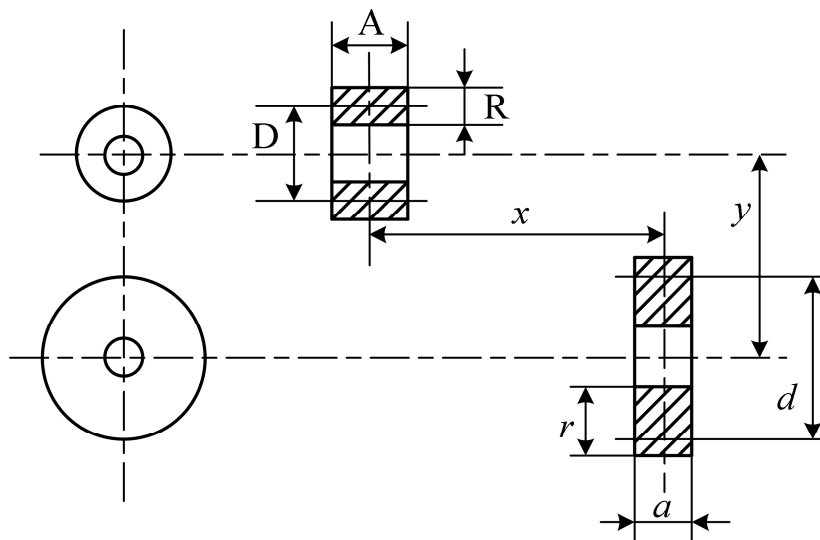


Рис. 2. Система двох неоднакових котушок з прямокутними перерізами обмоток і паралельними осями: R , r – товщини обмоток

Згідно з роботою [6] взаємна індуктивність такої пари котушок складає величину

$$M = \frac{\pi}{64} \mu_0 w W \frac{D^2 d^2}{A \cdot a} \left(\frac{Z_1}{b_1} - \frac{Z_2}{b_2} - \frac{Z_3}{b_3} + \frac{Z_4}{b_4} \right), \quad (1)$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м;

W та w – кількість витків відповідно верхньої та нижньої котушок;

D та d – середні діаметри котушок.

У виразі (1) величини Z_k та b_k є такими:

$$Z_k = \Theta_0 - \frac{1}{4} \alpha_k^2 \Theta_1 P_2(\gamma_k) + \frac{1}{8} \alpha_k^4 \Theta_2 P_4(\gamma_k) - \frac{5}{64} \alpha_k^6 \Theta_3 P_6(\gamma_k) + \frac{7}{128} \alpha_k^8 \Theta_4 P_8(\gamma_k) + \dots, \quad (2)$$

$$b_k = \sqrt{c_k^2 + y^2}, \quad (3)$$

де

$$c_1 = x - 0,5(A + a); \quad c_2 = x - 0,5(A - a);$$

$$c_3 = x + 0,5(A - a); \quad c_4 = x + 0,5(A + a);$$

$$\alpha_k = D/(2b_k); \quad \gamma_k = c_k/b_k; \quad \delta = d/D;$$

$$\Theta_0 = \rho'_2 \rho''_2; \quad \Theta_1 = \rho'_4 \rho''_2 + \delta^2 \rho'_2 \rho''_2;$$

$$\Theta_3 = \rho'_8 \rho''_2 + 6\delta^2 \rho'_6 \rho''_4 + 6\delta^4 \rho'_4 \rho''_6 + \delta^6 \rho'_2 \rho''_8;$$

$$\Theta_4 = \rho'_{10} \rho''_2 + 10\delta^2 \rho'_8 \rho''_4 + 20\delta^4 \rho'_6 \rho''_6 + 10\delta^6 \rho'_4 \rho''_8 + \delta^8 \rho'_2 \rho''_{10}.$$

У формулі (1) також використані позначення $P_n(\gamma_k)$ для поліномів Лежандра; позначення $\rho'_2, \rho'_4, \rho'_6, \dots$ – для функцій від $\rho' = R/D$; позначення

$\rho''_2, \rho''_4, \rho''_6, \dots$ – для функцій від $\rho'' = r/d$, де вказані функції визначені як

$$\rho_n = 1 + \frac{n(n-1)}{3!} \rho^2 + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{5!} \rho^4 + \dots + \frac{n(n-1)(n-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1}{(n+1)!} \rho^n. \quad (4)$$

Ряд (1) сходиться, якщо $b > (D + d)/2$, як відмічено в [6].

Вважатимемо, що локомотивна котушка нависає над еквівалентом рейки (нижньою котушкою на рис. 2) симетрично відносно її вертикальної осі тобто, що $x = 0$. Тоді

$$c_1 = -c_4 = -0,5(A + a), \quad (5)$$

$$c_2 = -c_3 = -0,5(A - a). \quad (6)$$

З урахуванням двох останніх виразів матимемо такі співвідношення для інших компонентів формули (1):

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= \sqrt{0,25(A + a)^2 + y^2}, \\ b_2 &= \sqrt{0,25(A - a)^2 + y^2}, \\ b_3 &= b_2, \\ b_4 &= b_1. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Тоді

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \alpha_4 = 0,5D/b_1, \\ \alpha_2 &= \alpha_3 = 0,5D/b_2; \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

а також

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{c_1}{b_1} = -1 / \sqrt{1 + \frac{y^2}{0,25(A + a)^2}}, \\ \gamma_2 &= \frac{c_2}{b_2} = -1 / \sqrt{1 + \frac{y^2}{0,25(A - a)^2}}, \\ \gamma_3 &= \frac{c_3}{b_3} = -\gamma_2, \\ \gamma_4 &= \frac{c_4}{b_4} = -\gamma_1. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Зауважимо також, що зміна ширини a (рис. 2) еквівалента рейки в формулі (1) не супроводжується зміною кількості W витків, бо ця зміна була б рівносильною зміні струму, який протікає перерізом рейки, чого насправді не відбувається.

Отримані спрощені співвідношення все ще не забезпечують наочного аналітичного зв'язку взаємної індуктивності із шириною рейки. Тому зробимо додаткове припущення про порівняно велику довжину A цієї котушки. Це приведе до нерівності

$$y \ll 0,5(A - a) \quad (10)$$

і, звідси, до нерівності $y \ll 0,5(A + a)$. З урахуванням цих співвідношень матимемо, що

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1 &\approx \gamma_2 \approx -1, \\ \gamma_3 &\approx \gamma_4 \approx 1; \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= b_4 \approx 0,5(A + a), \\ b_2 &= b_3 \approx 0,5(A - a); \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \alpha_4 \approx D/(A + a), \\ \alpha_2 &= \alpha_3 \approx D/(A - a). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Зважаючи на ту властивість поліномів Лежандра, що $P_n(-x) = (-1)^n P_n(x)$ [7], перепишемо вираз (2) як

$$Z_k = \Theta_0 + \left(-\frac{1}{4} \alpha_k^2 \Theta_1 + \frac{1}{8} \alpha_k^4 \Theta_2 - \frac{5}{64} \alpha_k^6 \Theta_3 + \frac{7}{128} \alpha_k^8 \Theta_4 \right). \quad (14)$$

Внаслідок цього доданки, які розташовані в круглих дужках формули (1), набувають такого вигляду:

$$\frac{Z_1}{b_1} = \frac{2\Theta_0}{A+a} + 2 \left[-\frac{1}{4} \cdot \frac{D^2}{(A+a)^3} \Theta_1 + \frac{1}{8} \cdot \frac{D^4}{(A+a)^5} \Theta_2 - \frac{5}{64} \cdot \frac{D^6}{(A+a)^7} \Theta_3 + \frac{7}{128} \cdot \frac{D^8}{(A+a)^9} \Theta_4 \right], \quad (15)$$

$$\frac{Z_2}{b_2} = \frac{2\Theta_0}{A-a} + 2 \left[-\frac{1}{4} \cdot \frac{D^2}{(A-a)^3} \Theta_1 + \frac{1}{8} \cdot \frac{D^4}{(A-a)^5} \Theta_2 - \frac{5}{64} \cdot \frac{D^6}{(A-a)^7} \Theta_3 + \frac{7}{128} \cdot \frac{D^8}{(A-a)^9} \Theta_4 \right], \quad (16)$$

$$\frac{Z_3}{b_3} = \frac{Z_2}{b_2}, \quad (17)$$

$$\frac{Z_4}{b_4} = \frac{Z_1}{b_1}. \quad (18)$$

Підставивши ці результати в (1), отримаємо, що

$$\begin{aligned} M &= \frac{\pi}{64} \mu_0 w W \frac{D^2 d^2}{Aa} \left[\frac{Z_1}{b_1} - \frac{Z_2}{b_2} - \frac{Z_2}{b_2} + \frac{Z_1}{b_1} \right] = \\ &= \frac{\pi}{32} \mu_0 w W \frac{D^2 d^2}{Aa} \left[\frac{Z_1}{b_1} - \frac{Z_2}{b_2} \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

Беручи до уваги, що Z_1 та Z_2 залежать від параметрів Θ_k ($k = 0, \dots, 4$), кожен з яких, у свою чергу, являє собою суму деякого ряду, члени якого самі по собі є сумами рядів виду (4), отриманий результат (19) не можна вважати придатним для інженерної практики. Тобто шлях адаптації розрахункового співвідношення, наведеного в роботі [6] для системи двох котушок з паралельними

осями, до системи «котушка-рейка» призвів до незадовільного результату, що можна тлумачити як наслідок суттєвої розбіжності в геометрії двох вказаних систем. З цього витікає потреба в розробці моделі «локомотивна котушка – рейка», яка є більш адекватною реальним геометричним формам та просторовому розташуванню взаємодіючих елементів.

Такою новою моделлю може служити соленоїд, розташований над рейкою так, що

його вісь є перпендикулярною вертикальній осі рейки. При цьому струм у рейці уявлятимемо як сукупність елементарних ізольованих вздовжніх струмів, тобто уявлятимемо окрему суцільну рейкову нитку як об'єм, що повторює конфігурацію рейки, заповнений нескінченно тонкими ізольованими

провідниками. При такому підході базовою задачею є розрахунок магнітного потоку, який створює тонкий довгий провідник крізь площу, охоплену тонким окремим витком (рис. 3), що має прямокутну форму з довжиною l та шириною D .

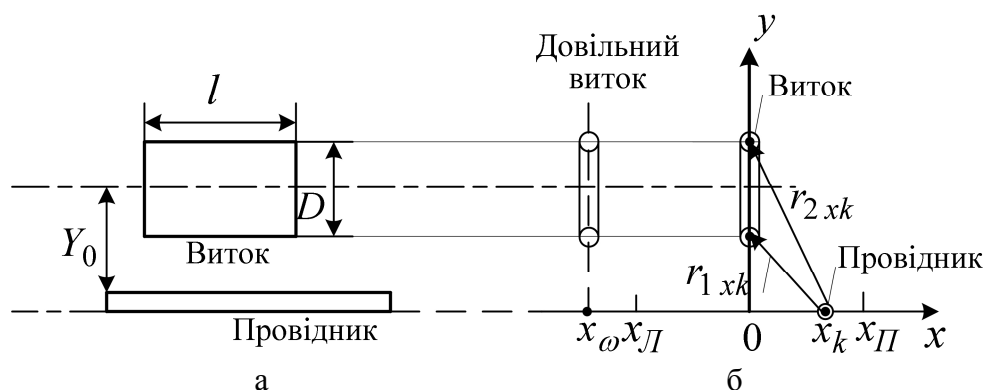


Рис. 3. Модель системи «локомотивна котушка – рейка»

Нехай провідником протікає струм, життєве значення якого позначимо як i . Магнітний потік із миттєвим значенням

\hat{O}_{xk} , який цей струм створює крізь виток, розташований з абсцисою 0, дорівнює [5]

$$\hat{O}_{xk} = \frac{\mu\mu_0 il}{2\pi} \ln \frac{r_{2xk}}{r_{1xk}} = \frac{\mu\mu_0 il}{2\pi} \ln \left[\frac{\sqrt{x_k^2 + (y_0 + 0,5D)^2}}{\sqrt{x_k^2 + (y_0 - 0,5D)^2}} \right] =$$

$$= \frac{\mu\mu_0 il}{4\pi} \ln \frac{x_k^2 + (y_0 + 0,5D)^2}{x_k^2 + (y_0 - 0,5D)^2}, \quad (20)$$

де μ – відносна магнітна проникність середовища, в якому розташовані виток і провідник.

Тепер перейдемо від окремого провідника до провідникової стрічки, у вигляді якої ми відобразимо тонкий поверхневий шар головки рейки, в якому сконцентровано практично весь сигнальний

струм з огляду на поверхневий ефект. Нехай ця стрічка займає відрізок $[x_{\bar{E}}, x_{\bar{J}}]$ на осі x . Уявимо її як сукупність розташованих на цьому відрізку рівномірно із кроком Δx провідників кількістю N , кожним з яких протікає однаковий струм

$$i_{xk} = i_0 = i/N = i/[(x_{\bar{I}} - x_{\bar{E}})/\Delta x] = \frac{i}{x_{\bar{I}} - x_{\bar{E}}} \Delta x. \quad (21)$$

Абсцисою k -го провідника є $x_k = k\Delta x$. Тоді миттєве значення магнітного потоку, створюваного усіма N провідниками, дорівнює

$$\begin{aligned} \hat{O} &= \sum_{k=1}^N \hat{O}_{xk} = \sum_{k=1}^N \frac{\mu\mu_0 l}{4\pi} \cdot \frac{i}{x_{\bar{I}} - x_{\bar{E}}} \cdot \Delta x \cdot \ln \frac{(k\Delta x)^2 + (y_0 + 0,5D)^2}{(k\Delta x)^2 + (y_0 - 0,5D)^2} = \\ &= \frac{\mu\mu_0 l}{4\pi} \cdot \frac{i}{x_{\bar{I}} - x_{\bar{E}}} \cdot \sum_{k=1}^N \ln \frac{(k\Delta x)^2 + (y_0 + 0,5D)^2}{(k\Delta x)^2 + (y_0 - 0,5D)^2} \Delta x. \end{aligned} \quad (22)$$

При прямуванні Δx до нуля сукупність провідників перетворюється на пласку стрічку, а сума перетворюється на інтеграл

$$\hat{O} = \frac{\mu\mu_0 l}{4\pi} \cdot \frac{i}{x_{\bar{I}} - x_{\bar{E}}} \cdot \int_{x_{\bar{E}}}^{x_{\bar{I}}} \ln \frac{x^2 + (y_0 + 0,5D)^2}{x^2 + (y_0 - 0,5D)^2} dx. \quad (23)$$

Введемо такі позначення: $p = y_0 + 0,5D$, $q = y_0 - 0,5D$. Тоді

$$\begin{aligned} \hat{O} &= \frac{\mu\mu_0 l}{4\pi} \cdot \frac{i}{x_{\bar{I}} - x_{\bar{E}}} \cdot \int_{x_{\bar{E}}}^{x_{\bar{I}}} \ln \frac{x^2 + p^2}{x^2 + q^2} dx = \\ &= \frac{\mu\mu_0 l}{4\pi} \cdot \frac{i}{x_{\bar{I}} - x_{\bar{E}}} \cdot \left[\int_{x_{\bar{E}}}^{x_{\bar{I}}} \ln(x^2 + p^2) dx - \int_{x_{\bar{E}}}^{x_{\bar{I}}} \ln(x^2 + q^2) dx \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

Обидва інтеграли табличні [8] і відрізняються лише параметром (p або q). Маємо

$$\begin{aligned} \int_{x_{\bar{E}}}^{x_{\bar{I}}} \ln(x^2 + p^2) dx &= x_{\bar{I}} \ln(x_{\bar{I}}^2 + p^2) - x_{\bar{E}} \ln(x_{\bar{E}}^2 + p^2) - \\ &- 2(x_{\bar{I}} - x_{\bar{E}}) + 2p \left(\operatorname{arctg} \frac{x_{\bar{I}}}{p} - \operatorname{arctg} \frac{x_{\bar{E}}}{p} \right). \end{aligned}$$

Врахувавши відому рівність $\arctg\alpha - \arctg\beta = \arctg\frac{\alpha - \beta}{1 + \alpha\beta}$, останній вираз можна привести до вигляду

$$\int_{x_{\bar{E}}}^{x_{\bar{I}}} \ln(x^2 + p^2) dx = x_{\bar{I}} \ln(x_{\bar{I}}^2 + p^2) - x_{\bar{E}} \ln(x_{\bar{E}}^2 + p^2) - 2(x_{\bar{I}} - x_{\bar{E}}) + 2p \cdot \arctg\frac{p(x_{\bar{I}} - x_{\bar{E}})}{p^2 + x_{\bar{I}} x_{\bar{E}}}. \quad (25)$$

Аналогічним чином отримуємо, що

$$\int_{x_{\bar{E}}}^{x_{\bar{I}}} \ln(x^2 + q^2) dx = x_{\bar{I}} \ln(x_{\bar{I}}^2 + q^2) - x_{\bar{E}} \ln(x_{\bar{E}}^2 + q^2) - 2(x_{\bar{I}} - x_{\bar{E}}) + 2q \cdot \arctg\frac{q(x_{\bar{I}} - x_{\bar{E}})}{q^2 + x_{\bar{I}} x_{\bar{E}}}. \quad (26)$$

Підстановка виразів (25) та (26) до виразу (24) дасть нам величину магнітного потоку, створеного пласкою стрічкою із

струмом i крізь окремих виток, розташований з ординатою 0:

$$\hat{O} = \frac{\mu\mu_0 l}{4\pi} \cdot \frac{i}{x_{\bar{I}} - x_{\bar{E}}} \cdot \left[x_{\bar{I}} \cdot \ln\frac{x_{\bar{I}}^2 + p^2}{x_{\bar{I}}^2 + q^2} - x_{\bar{E}} \cdot \ln\frac{x_{\bar{E}}^2 + p^2}{x_{\bar{E}}^2 + q^2} + 2p \cdot \arctg\frac{p(x_{\bar{I}} - x_{\bar{E}})}{p^2 + x_{\bar{I}} x_{\bar{E}}} - 2q \cdot \arctg\frac{q(x_{\bar{I}} - x_{\bar{E}})}{q^2 + x_{\bar{I}} x_{\bar{E}}} \right]. \quad (27)$$

Для також витка, розташованого при абсцисі x_w (рис. 2,б) формула дещо видозміниться, оскільки в (20) квадрат відстані r тепер залежатиме від $(x_k - x_w)^2$:

$$\hat{O}_{xk} = \frac{\mu\mu_0 i l}{4\pi} \cdot \ln\frac{(x_k - x_w)^2 + (y_0 + 0,5D)^2}{(x_k - x_w)^2 + (y_0 - 0,5D)^2}.$$

Тому замість виразу (23) треба записати, що

$$\hat{O} = \frac{\mu\mu_0 l}{4\pi} \cdot \frac{i}{x_{\dot{I}} - x_{\dot{E}}} \cdot \int_{x_{\dot{E}}}^{x_{\dot{I}}} \ln \frac{(x_k - x_w)^2 + (y_0 + 0,5D)^2}{(x_k - x_w)^2 + (y_0 - 0,5D)^2} dx.$$

Цим визначено магнітний потік, створений пласкою стрічкою крізь довільний окремий виток, розташований при абсцисі x_w . Зробивши заміну змінної $\chi = x - x_w$, приведемо останній вираз до вигляду

$$\hat{O}(x_w) = \frac{\mu\mu_0 l}{4\pi} \cdot \frac{i}{x_{\dot{I}} - x_{\dot{E}}} \cdot \int_{x_{\dot{E}} - x_w}^{x_{\dot{I}} - x_w} \ln \frac{\chi^2 + (y_0 + 0,5D)^2}{\chi^2 + (y_0 - 0,5D)^2} d\chi.$$

Зробивши ті ж самі перетворення, що й при виводі формули (27), отримаємо

$$\begin{aligned} \hat{O}(x_w) = & \frac{\mu\mu_0 l}{4\pi} \cdot \frac{i}{x_{\dot{I}} - x_{\dot{E}}} \cdot \left[(x_{\dot{I}} - x_w) \cdot \ln \frac{(x_{\dot{I}} - x_w)^2 + p^2}{(x_{\dot{I}} - x_w)^2 + q^2} - \right. \\ & - (x_{\dot{E}} - x_w) \cdot \ln \frac{(x_{\dot{E}} - x_w)^2 + p^2}{(x_{\dot{E}} - x_w)^2 + q^2} + 2p \cdot \operatorname{arctg} \frac{p(x_{\dot{I}} - x_{\dot{E}})}{p^2 + (x_{\dot{I}} - x_w)(x_{\dot{E}} - x_w)} - \\ & \left. - 2q \cdot \operatorname{arctg} \frac{q(x_{\dot{I}} - x_{\dot{E}})}{q^2 + (x_{\dot{I}} - x_w)(x_{\dot{E}} - x_w)} \right] \end{aligned} \quad (28)$$

Загальне потокозчеплення соленоїда, утвореного W витками, дорівнює

$$\Psi = \sum_{w=1}^W \hat{O}(x_w) \quad (29)$$

Підстановка сюди виразу (28) не приведе до отримання компактного виразу, оскільки до таких виразів не призводять ряди логарифмів і арктангенсів того виду, що складатимуть знов утворений вираз. Тому оберемо інший шлях. Нехай в координатній системі, зображеній на рис. 3,б крайній лівий виток соленоїда має абсцису $A_{\dot{E}}$, а крайній правий – абсцису $A_{\dot{I}}$, тобто довжина соленоїда дорівнює

$\dot{A} = A_{\dot{I}} - A_{\dot{E}}$. Міжвиткова відстань при цьому нехай складає (на прикладі двох витків, зображених на рис. 3, б) величину $x_w = A/W$. Потік зовнішнього магнітного поля на ділянці між двома сусідніми витками можна уявити як суму елементарних потоків $\Delta\hat{O}$ уявних витків, які заповнюють цю ділянку із кроком Δx , який прямує до нуля. Вважаючи, що на ділянці довжиною x_w магнітний потік $\hat{O}(x)$ не змінюється (тобто розсіювання є знехтуване малим), зробимо такі формальні перетворення. Спочатку запишемо безумовну рівність $\hat{O}(x) = \frac{\hat{O}(x)}{x_w} x_w$. Потім поділимо обидві її частини на кількість

$N = x_w / \Delta x$ уявних витків, що розташовані на інтервалі шириною x_w :

$$\frac{\hat{O}(x)}{N} = \frac{\hat{O}(x)}{x_w} \cdot x_w \cdot \frac{1}{x_w / \Delta x} = \frac{\hat{O}(x)}{x_w} \Delta x.$$

Врахувавши, що $x_w = A/W$, отримаємо таке співвідношення:

$$\frac{\hat{O}(x)}{N} = \frac{\hat{O}(x)W}{A} \Delta x. \quad (30)$$

Ліву частину цієї рівності можна трактувати як елементарний потік $\Delta \hat{O}(x)$ уявного витка, розташованого при абсцисі x :

$$\Delta \hat{O}(x) = \frac{\hat{O}(x)W}{A} \Delta x.$$

Спрямувавши Δx до нуля, отримаємо, що

$$d\hat{O}(x) = \frac{\hat{O}(x)W}{A} dx \quad (31)$$

Потокозчеплення усього соленоїда дорівнюватиме

$$\Psi = \int_{A_{\bar{E}}}^{\dot{A}_I} d\hat{O}(x) = \frac{W}{A} \int_{A_{\bar{E}}}^{\dot{A}_I} \hat{O}(x) dx. \quad (32)$$

Підставимо сюди вираз (28), замінивши в ньому x_w на довільну абсцису x :

$$\begin{aligned} \Psi = \frac{\mu\mu_0 l}{4\pi A} \cdot \frac{iW}{x_I - x_{\bar{E}}} \cdot \left[\int_{A_{\bar{E}}}^{\dot{A}_I} (x_I - x_{\bar{E}}) \ln \frac{(x_I - x)^2 + p^2}{(x_I - x)^2 + q^2} dx - \right. \\ \left. - \int_{A_{\bar{E}}}^{\dot{A}_I} (x_{\bar{E}} - x) \ln \frac{(x_{\bar{E}} - x)^2 + p^2}{(x_{\bar{E}} - x)^2 + q^2} dx + 2p \cdot \int_{A_{\bar{E}}}^{\dot{A}_I} \operatorname{arctg} \frac{p(x_I - x_{\bar{E}})}{p^2 + (x_I - x)(x_{\bar{E}} - x)} dx - \right. \\ \left. - 2q \cdot \int_{A_{\bar{E}}}^{\dot{A}_I} \operatorname{arctg} \frac{q(x_I - x_{\bar{E}})}{q^2 + (x_I - x)(x_{\bar{E}} - x)} dx \right]. \quad (33) \end{aligned}$$

Позначивши перший, другий, третій та четвертий доданки відповідно як Θ_1 , Θ_2 , Θ_3 та Θ_4 , визначимо окремо кожен з них.

$$\Theta_1 = \int_{A_{\bar{E}}}^{\dot{A}_I} (x_I - x_{\bar{E}}) \ln \frac{(x_I - x)^2 + p^2}{(x_I - x)^2 + q^2} \cdot dx = \int_{A_{\bar{E}} - x_I}^{\dot{A}_I - x_I} y \cdot \ln \frac{y^2 + p^2}{y^2 + q^2} dy,$$

де $y = x - x_I$.

Продовжуючи перетворення, отримаємо

$$\begin{aligned}
 \Theta_1 &= - \int_{A_{\bar{E}} - x_{\bar{I}}}^{A_{\bar{I}} - x_{\bar{I}}} y \ln(y^2 + p^2) dy + \int_{A_{\bar{E}} - x_{\bar{I}}}^{A_{\bar{I}} - x_{\bar{I}}} y \cdot \ln(y^2 + q^2) dy = \\
 &= 0,5 \left\{ - \left[(A_{\bar{I}} - x_{\bar{I}})^2 + p^2 \right] \cdot \ln \left[(A_{\bar{I}} - x_{\bar{I}})^2 + p^2 \right] + \right. \\
 &\quad + \left[(A_{\bar{E}} - x_{\bar{I}})^2 + p^2 \right] \cdot \ln \left[(A_{\bar{E}} - x_{\bar{I}})^2 + p^2 \right] + \\
 &\quad + \left[(A_{\bar{I}} - x_{\bar{I}})^2 + q^2 \right] \cdot \ln \left[(A_{\bar{I}} - x_{\bar{I}})^2 + q^2 \right] - \\
 &\quad \left. - \left[(A_{\bar{E}} - x_{\bar{I}})^2 + q^2 \right] \cdot \ln \left[(A_{\bar{E}} - x_{\bar{I}})^2 + q^2 \right] \right\} = \\
 &= 0,5 \left\{ (A_{\bar{E}} - x_{\bar{I}})^2 \cdot \ln \frac{(A_{\bar{E}} - x_{\bar{I}})^2 + p^2}{(A_{\bar{E}} - x_{\bar{I}})^2 + q^2} - \right. \\
 &\quad \left. - (A_{\bar{E}} - x_{\bar{I}})^2 \cdot \ln \frac{(A_{\bar{I}} - x_{\bar{I}})^2 + p^2}{(A_{\bar{I}} - x_{\bar{I}})^2 + q^2} + \right. \\
 &\quad \left. + p^2 \cdot \ln \frac{(A_{\bar{E}} - x_{\bar{I}})^2 + p^2}{(A_{\bar{I}} - x_{\bar{I}})^2 + p^2} - q^2 \cdot \ln \frac{(A_{\bar{E}} - x_{\bar{I}})^2 + q^2}{(A_{\bar{I}} - x_{\bar{I}})^2 + q^2} \right\}. \tag{34}
 \end{aligned}$$

Виконавши аналогічні перетворення, отримаємо другий доданок виразу (33) у такому вигляді:

$$\begin{aligned}
 \Theta_2 &= - \int_{A_{\bar{E}}}^{A_{\bar{I}}} (x_{\bar{E}} - x) \cdot \ln \frac{(x_{\bar{E}} - x)^2 + p^2}{(x_{\bar{E}} - x)^2 + q^2} dx = \\
 &= 0,5 \left\{ (A_{\bar{I}} - x_{\bar{E}})^2 \cdot \ln \frac{(A_{\bar{I}} - x_{\bar{E}})^2 + p^2}{(A_{\bar{I}} - x_{\bar{E}})^2 + q^2} - \right. \\
 &\quad \left. - (A_{\bar{E}} - x_{\bar{E}})^2 \cdot \ln \frac{(A_{\bar{E}} - x_{\bar{E}})^2 + p^2}{(A_{\bar{E}} - x_{\bar{E}})^2 + q^2} + \right. \\
 &\quad \left. + p^2 \cdot \ln \frac{(A_{\bar{I}} - x_{\bar{E}})^2 + p^2}{(A_{\bar{E}} - x_{\bar{E}})^2 + p^2} - q^2 \cdot \ln \frac{(A_{\bar{I}} - x_{\bar{E}})^2 + q^2}{(A_{\bar{E}} - x_{\bar{E}})^2 + q^2} \right\}. \tag{35}
 \end{aligned}$$

Для знаходження Θ_3 використаємо відому тригонометричну рівність $\operatorname{arctg} \frac{\alpha - \beta}{1 + \alpha\beta} = \operatorname{arctg} \alpha - \operatorname{arctg} \beta$. Оскільки

$$\frac{p(x_{\bar{I}} - x_{\bar{E}})}{p^2 + (x_{\bar{I}} - x)(x_{\bar{E}} - x)} = \frac{\frac{x_{\bar{I}} - x}{p} - \frac{x_{\bar{E}} - x}{p}}{1 + \frac{x_{\bar{I}} - x}{p} \cdot \frac{x_{\bar{E}} - x}{p}},$$

то позначивши, що $\alpha = (x_{\bar{I}} - x)/p$ та $\beta = (x_{\bar{E}} - x)/p$, матимемо

$$\begin{aligned} \Theta_3 &= 2p \int_{A_{\bar{E}}}^{A_{\bar{I}}} \operatorname{arctg} \frac{x_{\bar{I}} - x}{p} dx - 2p \int_{A_{\bar{E}}}^{A_{\bar{I}}} \operatorname{arctg} \frac{x_{\bar{E}} - x}{p} dx = \\ &= -2p \int_{A_{\bar{E}} - x_{\bar{I}}}^{A_{\bar{I}} - x_{\bar{I}}} \operatorname{arctg} \frac{y}{p} dy + 2p \int_{A_{\bar{E}} - x_{\bar{E}}}^{A_{\bar{I}} - x_{\bar{E}}} \operatorname{arctg} \frac{z}{p} dz, \end{aligned}$$

де $y = x - x_{\bar{I}}$, $z = x - x_{\bar{E}}$.

Обидва ці інтеграли табличні [8], тож матимемо, що

$$\begin{aligned} \Theta_3 &= -2p \left[(A_{\bar{I}} - x_{\bar{I}}) \operatorname{arctg} \frac{A_{\bar{I}} - x_{\bar{I}}}{p} - (A_{\bar{E}} - x_{\bar{I}}) \operatorname{arctg} \frac{A_{\bar{E}} - x_{\bar{I}}}{p} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{p}{2} \ln \frac{(A_{\bar{E}} - x_{\bar{I}})^2 + p^2}{(A_{\bar{I}} - x_{\bar{I}})^2 + p^2} \right] + \\ &+ 2p \left[(A_{\bar{I}} - x_{\bar{E}}) \operatorname{arctg} \frac{A_{\bar{I}} - x_{\bar{E}}}{p} - (A_{\bar{E}} - x_{\bar{E}}) \operatorname{arctg} \frac{A_{\bar{E}} - x_{\bar{E}}}{p} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{p}{2} \ln \frac{(A_{\bar{E}} - x_{\bar{E}})^2 + p^2}{(A_{\bar{I}} - x_{\bar{E}})^2 + p^2} \right]. \end{aligned} \quad (36)$$

Виконавши аналогічні перетворення, отримаємо четвертий доданок виразу (33) у такому вигляді:

$$\begin{aligned}
 \Theta_4 &= -2q \int_{\dot{A}_{\bar{E}}}^{\dot{A}_{\bar{I}}} \operatorname{arctg} \frac{q(x_{\bar{I}} - x_{\bar{E}})}{q^2 + (x_{\bar{I}} - x)(x_{\bar{E}} - x)} dx = \\
 &= 2q \left[(A_{\bar{I}} - x_{\bar{I}}) \operatorname{arctg} \frac{A_{\bar{I}} - x_{\bar{I}}}{q} - (A_{\bar{E}} - x_{\bar{I}}) \operatorname{arctg} \frac{A_{\bar{E}} - x_{\bar{I}}}{q} + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{q}{2} \ln \frac{(A_{\bar{E}} - x_{\bar{I}})^2 + q^2}{(A_{\bar{I}} - x_{\bar{I}})^2 + q^2} \right] - \\
 &= 2q \left[(A_{\bar{I}} - x_{\bar{E}}) \operatorname{arctg} \frac{A_{\bar{I}} - x_{\bar{E}}}{q} - (A_{\bar{E}} - x_{\bar{E}}) \operatorname{arctg} \frac{A_{\bar{E}} - x_{\bar{E}}}{q} + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{q}{2} \ln \frac{(A_{\bar{E}} - x_{\bar{E}})^2 + q^2}{(A_{\bar{I}} - x_{\bar{E}})^2 + q^2} \right]. \quad (37)
 \end{aligned}$$

Враховуючи отримані результати, можна записати формулу (33) у вигляді

$$\Psi = \frac{\mu\mu_0 l}{4\pi A} \cdot \frac{iW}{x_{\bar{I}} - x_{\bar{E}}} \cdot \sum_{k=1}^4 \Theta_k, \quad (38)$$

де величини Θ_k визначені співвідношеннями (34) – (37).

Оскільки миттєве значення потокозчеплення Ψ прямо пропорційно миттєвому значенню i струму в стрічці, тобто $\Psi = M \cdot i$, то шукана величина взаємної індуктивності складає

$$M = \frac{\Psi}{i} = \frac{\mu\mu_0 l W}{4\pi A(x_{\bar{I}} - x_{\bar{E}})} \cdot \sum_{k=1}^4 \Theta_k. \quad (39)$$

Враховуючи, що $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, останній вираз після підстановки до нього усіх величин у основних одиницях набуває такого вигляду:

$$M = \frac{10^{-7} \mu l W}{A(x_{\bar{I}} - x_{\bar{E}})} \cdot \sum_{k=1}^4 \Theta_k. \quad (40)$$

Це є співвідношенням, що визначає взаємну індуктивність прямокутного соленоїда та пласкої стрічки. Неважко впевнитися, що при нескінченному зростанні ширини $(x_{\bar{I}} - x_{\bar{E}})$ стрічки величина M прямує до нуля. В менш екстремальному випадку цю величину визначають конкретні координати $x_{\bar{E}}$ та $x_{\bar{I}}$ країв стрічки, довжина A соленоїда, а також зведені до узагальнених параметрів p та q висота D витка соленоїда та висота y_0 підвісу соленоїда.

На рис. 4, наведені графіки, які ілюструють залежність величини M від ширини $\Delta x_{\bar{A}}$ стрічки при $W = 200$, $l = 370$ мм, $D = 240$ мм, $A_{\bar{E}} = -420$ мм, $\dot{A}_{\bar{I}} = 320$ мм, $x_{\bar{E}} = -37$ мм, для трьох значень величини y_0 висоти підвісу соленоїда – 100 мм, 180 мм та 240 мм.

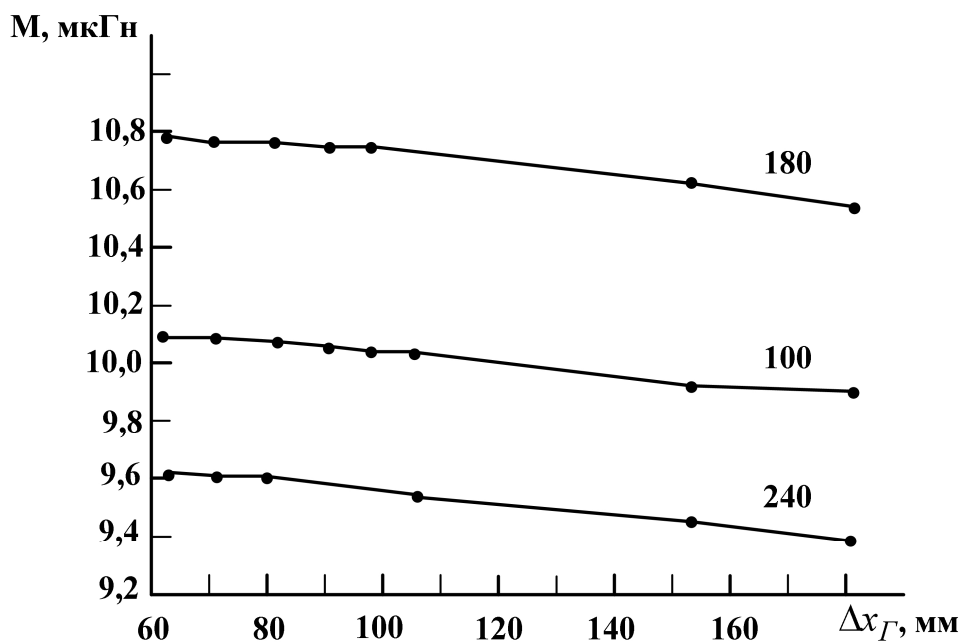


Рис. 4. Залежність взаємної індуктивності прямокутного соленоїда та плоскої стрічки від її ширини

З них впливає, що існує деяка оптимальна величина y_0 , яка при інших незмінних параметрах забезпечує максимум взаємної індуктивності.

На рис. 5 безпосередньо наведено залежність $M(y_0)$ для тієї ж самої

комбінації параметрів; оптимальна висота підвісу в цьому випадку має величину 120 мм. Втім, з практичних міркувань висоту підвісу, можливо, доведеться вибрати більшою за цю величину.

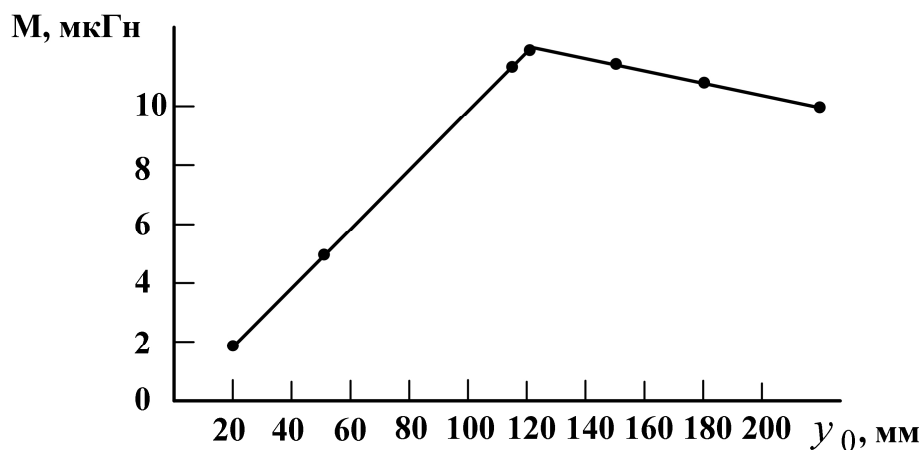


Рис. 5. Залежність взаємної індуктивності прямокутного соленоїда та плоскої стрічки від висоти підвісу котушок

Висновки. У результаті аналізу особливостей індуктивного зв'язку рейок та локомотивних котушок системи АЛСН на ділянці стрілкового перевалу встановлено, що на тих підділянках

стрілкового перевалу, де ширина рейок зростає, величина взаємної індуктивності локомотивної котушки з відповідною їй рейкою зменшується при розширенні останньої.

Список літератури

1. Соболев, Ю.В. Математична модель каналу передачі сигналів числового коду АЛСН [Текст] / Ю.В. Соболев, М.Г. Давиденко, О.М. Ананьєва, В.О. Сотник: зб. наук. праць. – Харків: УкрДАЗТ, 2010. – Вип. 119. – С. 78-88.
2. Ананьєва, О.М. Динамічна модель каналу передачі сигналів АЛСН [Текст] / О.М. Ананьєва: зб. наук. праць. – Харків: УкрДАЗТ, 2011. – Вип. 121. – С. 120-132.
3. Ананьєва, О.М. Математична модель блок-ділянки рейкового кола як формувача струму в перерізі приймання сигналів АЛСН [Текст] / О.М. Ананьєва, М.Г. Давиденко: зб. наук. праць. – Харків: УкрДАЗТ, 2011. – Вип. 122. – С. 43-51.
4. Лисенков, В.М. Індуктивна зв'язь з поездами [Текст] / В.М. Лисенков. – М.: Транспорт, 1976. – 112 с.
5. Инкин, А.И. Электромагнитные поля и параметры электрических машин [Текст] / А.И. Инкин. – Новосибирск: ООО «Изд-во ЮКЭА», 2002. – 464 с.
6. Калантаров, П.Л. Расчет индуктивностей: справочная книга [Текст] / П.Л. Калантаров, Л.А. Цейтлин. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. Отд-ние, 1986. – 486 с.
7. Справочник по специальным функциям [Текст] / М. Абрамовиц, Д. Липман, А. МакНиш [и др.]; под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. – М.: Наука, 1979. – 832 с.
8. Прудников, А.П. Интегралы и ряды. Элементарные функции [Текст] / А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев. – М.: Наука, 1981. – 800 с.

Ключові слова: шунта, блок-ділянка, локомотивна котушка, магнітний потік, обмотка, стрілковий перевід, рейка, електрорушійна сила.

Анотації

Проведено аналіз особливостей індуктивного зв'язку рейок та локомотивних котушок системи АЛСН на ділянці стрілкового перевалу. Отримано співвідношення, що забезпечують аналітичний зв'язок взаємної індуктивності котушки із шириною рейки. Розроблена модель «локомотивна котушка – рейка», яка є більш адекватною реальним геометричним формам та просторовому розташуванню взаємодіючих елементів. Встановлено, що на тих підділянках стрілкового перевалу, де ширина рейок зростає, величина взаємної індуктивності локомотивної котушки з відповідною їй рейкою зменшується при розширенні останньої.

Проведен анализ особенностей индуктивной связи рельсов и локомотивных катушек системы АЛСН на участке стрелочного перевала. Получены соотношения, которые описывают аналитическую связь взаимной индуктивности катушки с шириной рельса. Разработана модель «локомотивная катушка – рельс», которая является более адекватной

реальным геометрическим формам и пространственному расположению взаимодействующих элементов. Установлено, что на тех участках стрелочного перевода, где ширина рельсов возрастает, величина взаимной индуктивности локомотивной катушки с соответствующим ей рельсом уменьшается при расширении последнего.

The Organized analysis of the particularities inductive relationship rail and locomotive spool systems ALSN on area of the arrowshaped translation. They Are Received correlations, which describe the analytical relationship to mutual inductance of the spool with width of the rail. The Designed model " locomotive spool - a rail", which is an more identical real geometric forms and spatial location interacting element. It Is Installed that on that area of the arrowshaped translation, where width rail increases, value to mutual inductance locomotive`s spools with corresponding to her rail decreases at expansion of the last.