УДК 624.074
DOI: https://doi.org/10.18664/1994-7852.174.2017.127581

РОЗРАХУНОК НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ СТРУКТУРНО-ВАНТОВОЇ КОНСТРУКЦІЇ

Доктори техн. наук Л. І. Стороженко, Д. А. Єрмоленко,
канд. техн. наук Г. М. Гасій (ПолтНТУ)

РАСЧЕТ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СТРУКТУРНО-ВАНТОВОЙ КОНСТРУКЦИИ

Доктора техн. наук Л. И. Стороженко, Д. А. Ермоленко,
канд. техн. наук Г. М. Гасий (ПолтНТУ)

CALCULATION OF STRESS-STRAIN STATE OF CABLE SPACE FRAMES

Dr. of techn. sciences L. I. Storozhenko, D. A. Yermolenko,
cand. of techn. sciences G. M. Gasii

Наведено методику розрахунку напружено-деформованого стану нових комбінованих конструкцій – структурно-вантових покриттів. Розглядається конструкція аркового типу, конструктивна схема якої складається із плоских жорстких дисків та вантових елементів. Математична модель розрахунку враховує геометричну нелінійність такої системи шляхом побудови її деформованого стану із урахуванням деформацій вантових конструктивних елементів. Заміна просторової схеми структурно-вантової конструкції аркового типу плоскою комбінованою системою спростила отримання компонентів визначальних співвідношень.

Ключові слова: *диск, проліт, вант, шарнір, сталезалізобетон.*

Приведена методика расчета напряженно-деформированного состояния новых комбинированных конструкций – структурно-вантовых покрытий. Рассматривается конструкция арочного типа, конструктивная схема которой состоит из плоских жестких дисков и вантовых элементов. Математическая модель расчета учитывает геометрическую нелинейность такой системы путем построения ее деформированного состояния с учетом деформаций вантовых конструктивных элементов. Замена пространственной схемы структурно-вантовой конструкции арочного типа плоской комбинированной системой упростила получение компонентов определяющих соотношений.

Ключевые слова: *диск, пролет, вант, шарнир, сталежелезобетон.*

The article presents the calculation of stress-strain state of the cable space frame that consists of space modular elements and flexible rods of the lower belt, which are connected with bolts. The cable space frame is double-layer roof system, consisting of spatial modules, connected to each other via bolted joints. The shaping of the structure is made through the flexible elements of the bottom chord, which are manufactured as cables. Taking into account the fact that the cable space frame is a completely new type of structure with the original design, the investigation of the stress-strain state of individual elements of the structure is a pressing issue. Therefore, the purpose of the work is to determine the specifics of the behavior and study the stress-strain state of cable space frame. The construction of an arched type a constructive scheme of which consists of flat hard drives and cable elements is considered. The mathematical model of calculation takes into account the geometric nonlinearity of such system.

Keywords: *disk, fly, cable, hinge, steel reinforced concrete.*

Вступ. Просторова структурно-вантова конструкція має оригінальне рішення, яке реалізує принципи раціонального використання матеріалів, а також модульності складових елементів [1–3]. На сьогодні просторові структурно-вантові конструкції вже ґрунтовно досліджені [4–7]. Установлена їх техніко-економічна перевага порівняно з традиційними рішеннями [8–10]. Запропоновані конструкції є ефективними системами, що мають просту будову й технологію. Конструктивні особливості структурно-вантових покриттів детально розглянуті в [11], однак слід зазначити те, що такі конструкції об'єднують у собі та забезпечують сумісну роботу жорстких просторових модулів і гнучких елементів (рис. 1), що необхідно враховувати на всіх стадіях виробництва таких конструкцій, зокрема і при розрахунках. Тому дослідження особливостей роботи просторових структурно-вантових сталезалізобетонних конструкцій під дією зовнішнього навантаження є актуальним.

Огляд останніх джерел і публікацій показав, що просторові структурно-вантові конструкції нагадують традиційні структурні конструкції [12], теорія розрахунку яких досить ґрунтовно розроблена та широко апробована [13]. В основу статичного розрахунку структурних конструкцій покладено уявлення про роботу елементів у пружній стадії. Такий підхід інколи призводить до значних перевитрат матеріалів та збільшення вартості конструкції. Тому доцільно при проектуванні великопролітних конструкцій ураховувати геометричну нелінійність [14].

Визначення мети та завдання дослідження. Метою роботи є розроблення методики визначення напружено-деформованого стану просторової структурно-вантової конструкції для можливості раціонального їх проектування. Для досягнення поставленої мети потрібно вирішити два завдання:

– обрати розрахункову схему структурно-вантової конструкції лінійного типу при дії вертикального навантаження;

– розробити математичну модель розрахунку на основі складених визначальних співвідношень з урахуванням особливостей деформування вантових елементів структурно-вантової конструкції.

Основний матеріал і результати. Застосування просторових структурно-вантових конструкцій у будівлях та спорудах універсального призначення потребує розроблення математичного апарату розрахунку.

Основним складовим елементом структурно-вантових конструкцій є просторовий модуль тетраїдної форми у вигляді просторового плитно-стрижневого елемента [15]. Із просторових модулів складаються аркові конструкції лінійного типу (рис. 1). У свою чергу лінійні елементи утворюють просторову циліндричну конструкцію покриття.

Основними геометричними параметрами лінійних елементів є проліт L та стріла підйому f. Зазначені параметри є головними у формоутворенні запропонованих конструкцій, зокрема визначають їх геометрію. Зовнішня форма просторових структурно-вантових конструкцій задається окресленням верхнього поясу. При цьому ординати поздовжньої осі встановлюються за рівняннями кривих, а сама вісь проходить через центри верхніх шарнірів. Положення останніх у вертикальній площині встановлюється від початку координат у центрі лівої опори арки по дузі, що складає частину кола або еліпса, або параболи другого ступеня.

Система, що розглядається, має у своєму складі вантові елементи. Особливістю останніх як конструктивних елементів є те, що при малих деформаціях окремих тросів переміщення всієї системи стають відносно великими. Крім того, у вантових елементах є неприпустимим виникнення зусилля стиску. Тому структурно-вантові системи з механічної точки зору варто віднести до геометрично нелінійних.

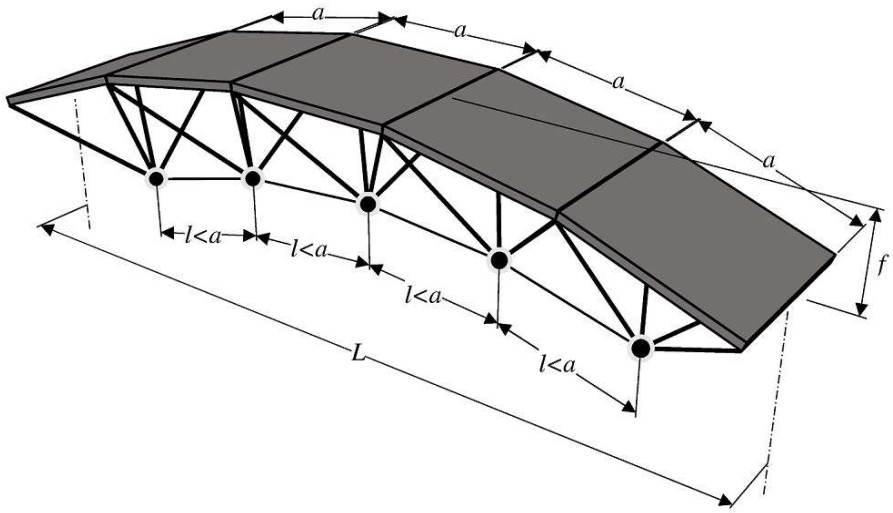

Рис. 1. Просторова структурно-вантова конструкція аркового типу

Дискретна модель структурно-вантової конструкції подана шарнірною стрижневою системою із жорсткими блоками. Як жорсткі блоки виступають модулі тетраїдної форми.

Поєднання елементів різних типів у єдину комбіновану систему відбувається через з'єднання у вигляді ідеального шарніра. Зовнішні зусилля вважаємо прикладеними строго у площині отриманої плоскої комбінованої системи. Кріплення цієї системи відбувається через шарнірні опори: з одного боку – рухому, з другого – нерухому.

На дію вертикального навантаження структурно-вантова конструкція у вигляді лінійного елемента розглядається як плоска. Окремі модулі замінюємо рамними трикутними елементами (рис. 2). Гнучкі елементи замінено стрижнями. Така заміна є обґрунтованою, тому що розглядаються системи із геометрією, яка не призводить до появи стискаючих зусиль у гнучких елементах.

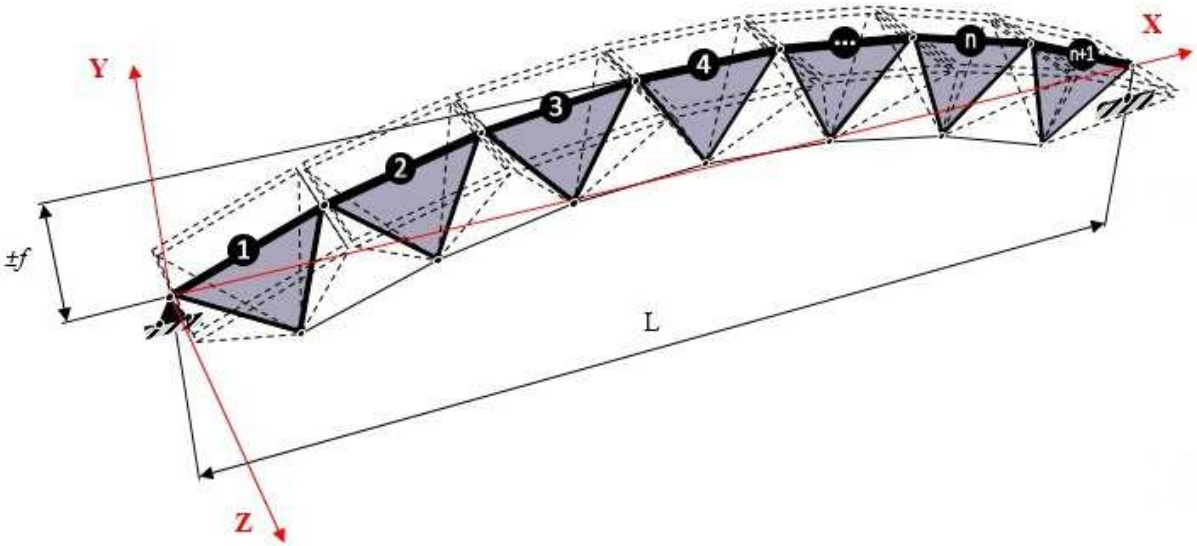

Рис. 2. Перехід від просторової геометричної схеми структурно-вантової конструкції до плоскої моделі

Загальний вигляд геометричної схеми плоскої структурно-вантової комбінованої системи наведено на рис. 3.

Модель лінійного елемента подана кінцевим числом ***n*** жорстких трикутних елементів (рис. 4, в), ***m*** гнучких елементів (рис. 4, г), ***i*** вузлів між жорсткими елементами у вигляді простих шарнірів (рис. 4, а) та ***j*** вузлів у вигляді кратних шарнірів (рис. 4, б). При цьому ***n*** = {1, 2, …}; ***m*** = {A, B, …}; ***i*** = {I, II, …}; ***j*** = {a, в, …}.

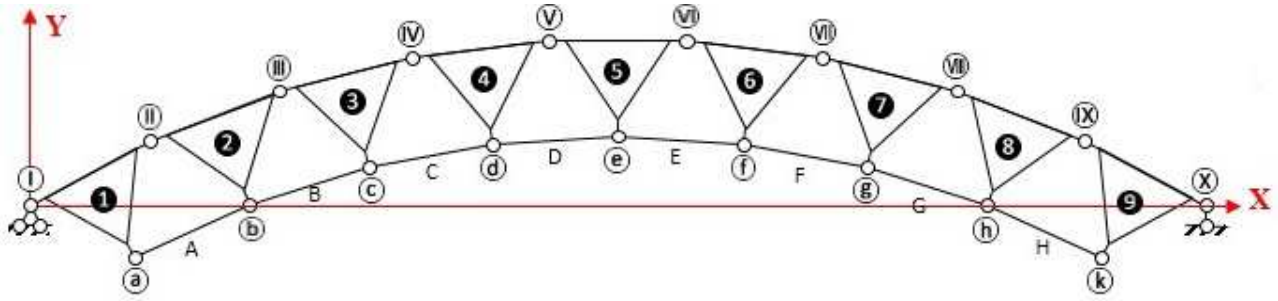

Рис. 3. Геометрична схема структурно-вантової конструкції

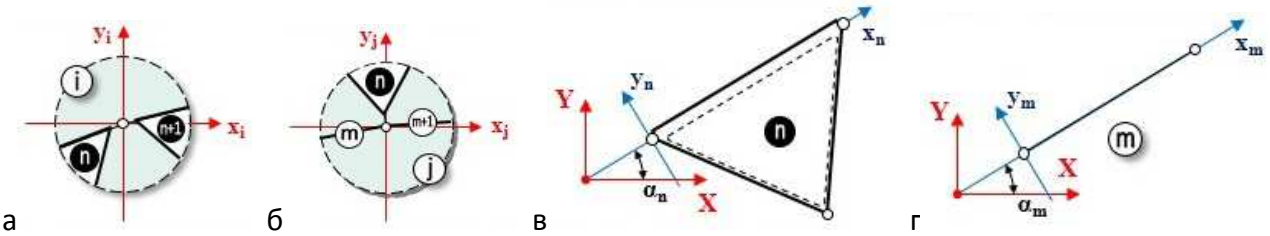

Рис. 4. Моделі елементів геометричної схеми:
а – вузли верхнього поясу; б – вузли нижнього поясу;
в – жорсткі трикутні елементи; г – гнучкі елементи

З кінематичного погляду положення жорстких вставок плоскої структурно-вантової системи як плоских фігур визначається трьома параметрами (x, y, φ). Тому вони мають три ступені вільності. Стрижні, що з'єднують плоскі фігури в реальній конструкції, працюють виключно на осьове навантаження. Таким чином, утворюється статично визначена система, у якій диски мають три точки з'єднання (шарніри), а стрижні (гнучкі елементи) – дві. Зовнішні зусилля приведено до вузлових і прикладено у місцях з'єднання жорстких трикутних елементів на верхній стороні конструкції.

Рівняння рівноваги складаються для деформованого стану системи (рис. 5).

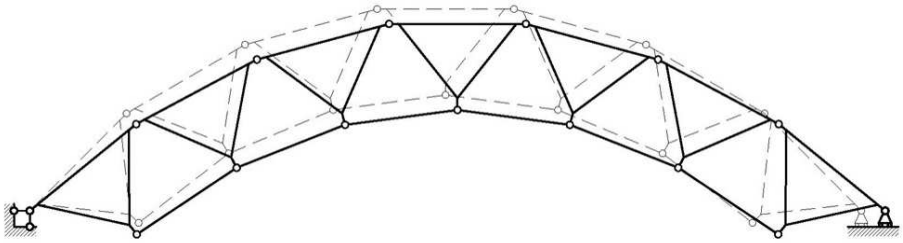

Рис. 5. Деформована схема структурно-вантової конструкції лінійного типу

Тобто матриця рівнянь рівноваги [A] буде залежати від вектора переміщень {u}. Тоді рівняння рівноваги для нелінійної системи структурно-вантової конструкції лінійного типу будуть такими:

$$[A]\,\{S\} = \{F\}. \qquad (1)$$

Нелінійний вигляд будуть мати і геометричні рівняння, що пов'язують деформації елементів системи із переміщеннями ключових точок:

$$\{\Delta\} = [A]^T\,\{u\}. \qquad (2)$$

При цьому вектор деформацій {Δ} повинен задовольняти обмеження – ванти можуть працювати лише на розтяг:

$$\{\Delta\} \geq \{0\}. \qquad (3)$$

Для побудови математичної моделі розрахунку структурно-вантової конструкції скористаємось екстремальним принципом про максимум додаткової роботи зовнішніх сил для кінематично допустимого вектора переміщень. З урахуванням (2) та (3) цей принцип має такий математичний вираз:

$$\begin{aligned} &(\{F\}^T - (1/2)\,\{\Delta\}^T[K]\{\Delta\}) \rightarrow \max; \\ &\{\Delta\} = [A]\,\{u\}; \qquad (4) \\ &\{\Delta\} \geq \{0\}, \end{aligned}$$

де [K] – матриця жорсткості системи.

Окремий жорсткий трикутний елемент ***n*** перебуває під дією зусиль (рис. 6, а) $\{S_i^n\} \equiv (N_i)^T$, $\{S_{i+1}^n\} \equiv (N_{i+1})^T$ та $\{S_j^n\} \equiv (N_j^m, N_j^{m+1})^T$. А окремий елемент ***m*** перебуває під дією зусиль $\{S_j^m\} \equiv (N_j^m)^T$, $\{S_{j+1}^m\} \equiv (N_{j+1}^m)^T$.

Вектор зусиль усієї моделі лінійного елемента складається з векторів зусиль окремих елементів і має загальний вигляд $\{S\} \equiv (\{N\})^T$.

Визначальні співвідношення розрахунку. Напружений стан ***n***-го елемента (рис. 6, а) описується поздовжніми силами N_i та N_{i+1}, що діють у вузлах верхнього поясу, і поздовжніми силами N_j^m та N_j^{m+1}, що діють у нижньому шарнірі. При цьому $N_j^m = N_j^{m+1} = N^m$.

Рівняння статики складаються на основі умов рівноваги у вузлах моделі у деформованому стані. У цій системі можна виділити два типи вузлів:

– вузол типу «***i***» – у ньому сходяться два жорстких трикутних елементи типу «***n***»;

– вузол типу «***j***» – у ньому сходяться один жорсткий трикутний елемент типу «***n***» та два гнучких елементи типу «***m***».

Розглянемо вузол типу «***i***» (рис. 6, а). На вузол діє зовнішнє навантаження $\{F_i\} \equiv (F_{xi}, F_{yi})^T$, а також зусилля $\{S^n\} \equiv (N_i^n)^T$ та $\{S^{n+1}\} \equiv (N_i^{n+1})^T$.

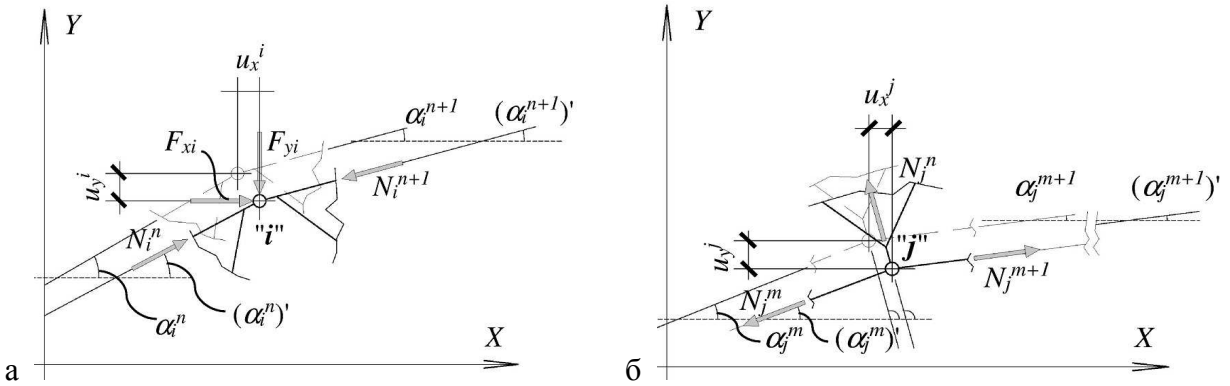

Рис. 6. Зусилля в елементах системи:
а – вузол верхнього поясу; б – вузол нижнього поясу

У випадку плоскої системи зовнішніх та внутрішніх сил можна скласти такі рівняння рівноваги:

$$-N_i^n \cdot \cos(\alpha_n)' + N_i^{n+1} \cdot \cos(\alpha_{n+1})' = F_{yi}; \quad (5)$$

$$N_i^n \cdot \sin(\alpha n)' - N_i^{n+1} \cdot \sin(\alpha_{n+1})' = F_{xi}. \quad (6)$$

Отримуємо значення косинусів та синусів (рис. 7, а):

$$cos(\alpha_n)' = \frac{x_i - x_{i-1} + u_x^i - u_x^{i-1}}{l_o^n}; \quad sin(\alpha_n)' = \frac{y_i - y_{i-1} - u_y^i + u_y^{i-1}}{l_o^n}; \quad (7)$$

$$cos(\alpha_{n+1})' = \frac{x_{i+1} - x_i + u_x^{i+1} - u_x^i}{l_o^{n+1}}; \quad sin(\alpha_{n+1})' = \frac{y_{i+1} - y_i - u_y^{i+1} + u_y^i}{l_o^{n+1}}, \quad (8)$$

де l_o^n та l_o^{n+1} – початкова довжина жорстких блоків між вузлами верхнього поясу. При цьому $l_o^n = l_o^{n+1} = \text{const}$.

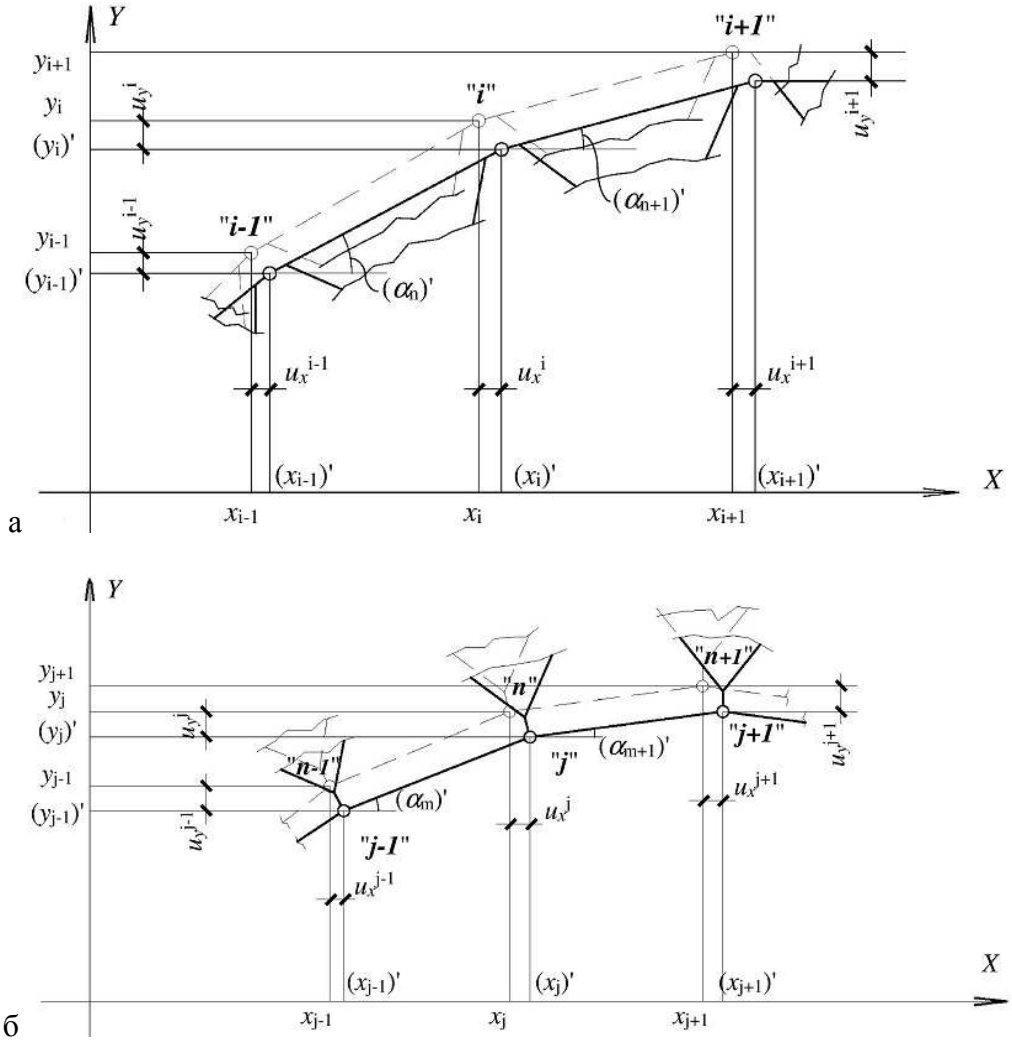

Рис. 7. Деформований стан елементів верхнього (*а*) та нижнього (*б*) поясів

Тоді матриця компонентів рівняння (1) для вузлів верхнього поясу буде мати такий вигляд:

$$[A_i] \equiv \cdot \begin{bmatrix} -\dfrac{\left(x_i - x_{i-1} + u_x^i - u_x^{i-1}\right)}{l_o^n} & \dfrac{x_{i+1} - x_i + u_x^{i+1} - u_x^i}{l_o^n} \\ \dfrac{y_i - y_{i-1} - u_y^i + u_y^{i-1}}{l_o^n} & -\dfrac{\left(y_{i+1} - y_i - u_y^{i+1} + u_y^i\right)}{l_o^n} \end{bmatrix}$$

Розглянемо вузол типу «***j***» (рис. 6, б). На вузол не діє зовнішнє навантаження, але діють зусилля $\{S^m\} \equiv (N_j^m)^T$, $\{S^{m+1}\} \equiv (N_j^{m+1})^T$ та $\{S^n\} \equiv (N_i^n)^T$.

У випадку плоскої системи зовнішніх та внутрішніх сил можна скласти такі рівняння рівноваги:

$$N_j^m \cdot \cos(\alpha_j^{m+1})' - N_j^n \cdot \sin(\alpha_j^n)' - N_j^m \cdot \cos(\alpha_j^m)' = 0; \quad (9)$$

$$N_j^{m+1} \cdot \sin(\alpha_j^{m+1})' + N_j^n \cdot \cos(\alpha_j^n)' - N_j^m \cdot \sin(\alpha_j^m)' = 0. \quad (10)$$

Отримуємо значення косинусів та синусів (рис. 7, б):

$$cos\left(\alpha_j^m\right)' = \frac{x_j - x_{j-1} + u_x^j - u_x^{i-1}}{\left(l_o^m\right)'}; \quad sin\left(\alpha_j^m\right)' = \frac{y_j - y_{j-1} - u_y^j + u_y^{j-1}}{\left(l_o^m\right)'}; \quad (11)$$

$$cos\left(\alpha_j^{m+1}\right)' = \frac{x_{j+1} - x_j + u_x^{j+1} - u_x^j}{\left(l_o^{m+1}\right)'}; \quad \sin\left(\alpha_j^{m+1}\right)' = \frac{y_{j+1} - y_j - u_y^{j+1} + u_y^j}{\left(l_o^{m+1}\right)'}, \quad (12)$$

де

$$\left(l_o^m\right)' = l_o^m + \Delta^m = \sqrt{\left(x_j - x_{j-1} + u_x^j - u_x^{j-1}\right)^2 + \left(y_j - y_{j-1} - u_y^j + u_y^{j-1}\right)^2};$$

$$\left(l_o^{m+1}\right)' = l_o^{m+1} + \Delta^{m+1} = \sqrt{\left(x_{j+1} - x_j + u_x^{j+1} - u_x^j\right)^2 + \left(y_{j+1} - y_j - u_y^{j+1} + u_y^j\right)^2}.$$

$$cos\left(\alpha_j^n\right)' = \frac{x_j + u_x^j - \frac{1}{2}\left(x_i + x_{i+1} + u_x^i + u_x^{i+1}\right)}{h^n}; \quad sin\left(\alpha_j^n\right)' = \frac{y_j - u_y^j - \frac{1}{2}\left(y_i + y_{i+1} - u_y^i - u_y^{i+1}\right)}{h^n}; \quad (13)$$

де h^n – висота модуля.

Тоді матриця компонентів рівняння (2) для вузлів нижнього поясу буде мати такий вигляд:

$$A_j] \equiv \begin{array}{|c|c|c|} \hline \dfrac{x_{j+1}-x_j+u_x^{j+1}-u_x^j}{\left(l_o^{m+1}\right)'} & -\dfrac{x_j+u_x^j-\frac{1}{2}\left(x_i+x_{i+1}+u_x^i+u_x^{i+1}\right)}{h^n} & -\dfrac{x_j-x_{j-1}+u_x^j-u_x^{i-1}}{\left(l_o^m\right)'} \\ \hline \dfrac{y_{j+1}-y_j-u_y^{j+1}+u_y^j}{\left(l_o^{m+1}\right)'} & \dfrac{y_j-u_y^j-\frac{1}{2}\left(y_i+y_{i+1}-u_y^i-u_y^{i+1}\right)}{h^n} & -\dfrac{y_j-y_{j-1}-u_y^j+u_y^{j-1}}{\left(l_o^m\right)'} \\ \hline \end{array}$$

Вигляд матриці рівняння сумісності деформацій та переміщень отримано на підставі геометричного дослідження деформованої схеми (рис. 7). Довжина деформованого вантового елемента визначається з залежності

$$\left(l_o^m+\Delta^m\right)^2=\left[\left(x_j-x_{j-1}\right)+\left(u_x^j-u_x^{j-1}\right)\right]^2+\left[\left(y_j-y_{j-1}\right)+\left(u_y^j-u_y^{j-1}\right)\right]^2.$$

Беручи до уваги, що $\left(l_o^m\right)^2=\left(x_j-x_{j-1}\right)^2+\left(y_j-y_{j-1}\right)^2$, а $\Delta^m<<2l_o^m$, тоді деформація вантового елемента визначається так:

$$\Delta^m=\frac{2\left(x_j-x_{j-1}\right)+\left(u_x^j-u_x^{j-1}\right)}{2l_o^m}u_x^j-\frac{2\left(x_j-x_{j-1}\right)+\left(u_x^j-u_x^{j-1}\right)}{2l_o^m}u_x^{j-1}+$$
$$+\frac{-2\left(y_j-y_{j-1}\right)+\left(u_y^j-u_y^{j-1}\right)}{2l_o^m}u_y^j-\frac{-2\left(y_j-y_{j-1}\right)+\left(u_y^j-u_y^{j-1}\right)}{2l_o^m}u_y^{j-1}.$$

Тоді матриця компонентів рівняння (2) для вантів буде мати такий вигляд:

$$[\ \overline{A_m}]^{\text{т}}\equiv \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \dfrac{2\left(x_j-x_{j-1}\right)+\left(u_x^j-u_x^{j-1}\right)}{2l_o^m} & -\dfrac{2\left(x_j-x_{j-1}\right)+\left(u_x^j-u_x^{j-1}\right)}{2l_o^m} & \dfrac{-2\left(y_j-y_{j-1}\right)+\left(u_y^j-u_y^{j-1}\right)}{2l_o^m} & -\dfrac{-2\left(y_j-y_{j-1}\right)+\left(u_y^j-u_y^{j-1}\right)}{2l_o^m} \\ \hline \end{array}$$

А вектор переміщень

$$\{u\}_m\equiv\left(u_x^{j-1};u_x^j;u_y^{j-1}u_y^j;\right).$$

Так як розглядається випадок, коли у вантах не можуть виникати стискаючі зусилля і тому не виникають відповідні деформації, тоді система визначальних рівнянь буде мати остаточний вигляд:

$$\begin{aligned} &[A]\ \{S\} = \{F\};\\ &\{\Delta\} = [\ \overline{A}]^{\text{т}}\ \{u\}; \qquad (14)\\ &[K]\ \{\Delta\} = \{N\}. \end{aligned}$$

Розв’язання цієї системи рівнянь дає змогу отримати компоненти напружено-деформованого стану структурно-вантових конструкцій аркового типу за умови завантаження їх у вузлах верхнього поясу зосередженим навантаженням.

Висновки. За результатами проведеного дослідження було розроблено методику розрахунку напружено-деформованого стану нових комбінованих конструкцій – просторових структурно-вантових покриттів, суть якого полягає в умовному приведенні проектованої конструкції до плоскої системи, яка складається з жорстких дисків. Відповідно до поставлених задач дослідження зроблено нижченаведені висновки:

1. Заміна просторової схеми структурно-вантової конструкції аркового типу у вигляді плоскої комбінованої системи значно спрощує аналіз її поведінки під дією зовнішнього навантаження, приведеного до вузлового. Запропонована схема є геометрично незмінною і статично визначеною.

2. У результаті розв'язання задачі встановлюється напружено-деформований стан окремими елементами структурно-вантових конструкцій лінійного типу, що дає змогу виконати підбір несучих елементів модулів тетраїдної форми та гнучких елементів, а також установити межі раціонального застосування структурно-вантових конструкцій як покриття будівель та споруд універсального призначення.

Список використаних джерел

1. Стороженко, Л. І. Просторові сталезалізобетонні структурно-вантові покриття [Текст]: монографія / Л. І. Стороженко, Г. М. Гасій, С. А. Гапченко. – Полтава: АСМІ, 2015. – 218 с.

2. Gasii, G. M. Connections systems of the composite cable space frame [Text] / G. M. Gasii // Сучасні технології, матеріали і конструкції в будівництві. – 2017. – Т. 22, № 1. – С. 5–10.

3. Gasii, G. M. Types of steel and concrete composite cable space frames [Text] / G. M. Gasii // Science and Transport Progress. Bulletin of Dnipropetrovsk National University of Railway Transport. – 2016. – № 6 (66). – P. 158–165. DOI: 10.15802/stp2016/90514.

4. Гасій, Г. М. Скінченно-елементний аналіз НДС вузла з'єднання елементів верхнього пояса структурно-вантової сталезалізобетонної конструкції [Текст] / Г. М. Гасій // Зб. наук. праць Укр. держ. ун-ту залізнич. трансп. – Харків: УкрДУЗТ, 2017. – Вип. 171. – С. 69–76.

5. Експериментальне дослідження моделей структурно-вантової сталезалізобетонної конструкції [Текст] / Л. І. Стороженко, Д. А. Єрмоленко, Г. М. Гасій, Ю.Л. Гладченко // Зб. наук. праць [Полтавського національного технічного університету ім. Ю. Кондратюка]. Сер. Галузеве машинобудування, будівництво. – Полтава: ПолтНТУ, 2012. – № 3 (33). – С. 243–249.

6. Стороженко, Л. І. Визначення переміщень вузлів просторової структурно-вантової сталезалізобетонної конструкції експериментальним шляхом [Текст] / Л. І. Стороженко, Г. М. Гасій // Зб. наук. праць Укр. держ. ун-ту залізнич. трансп. – Харків: УкрДУЗТ, 2017. – Вип. 169. – С.118–128.

7. Стороженко, Л. І. Експериментальне дослідження деформативності окремих несучих елементів сталезалізобетонного структурно-вантового покриття [Текст] / Л. І. Стороженко, Г. М. Гасій // Строительство, материаловедение, машиностроение: сб. научных трудов. – Днепропетровск, 2015. – № 82. – С. 219–225.

8. Gasii, G. Estimate of technical and economic benefits of a new space composite structure [Text] / G. Gasii, O. Hasii, O. Zabolotskyi // MATEC Web of Conferences. – 2017. – № 116. DOI:10.1051/matecconf/201711602014.

9. Gasii, G. M. Comparative characteristics of the spatial grid-cable steel-concrete composite slab [Text] / G. M. Gasii // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Теорія і практика будівництва. – 2016. – № 844. – С. 260–265.

10. Стороженко, Л. И. Особенности конструкции и технологии монтажа новых пространственных сталежелезобетонных структурно-вантовых покрытий [Текст] /

Л. И. Стороженко, Г. М. Гасий, С. А. Гапченко // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2014. – № 1 (70). – Т. 4. – С. 67–72. DOI: 10.15587/1729-4061.2014.26041.

11. Стороженко, Л. І. Просторове сталезалізобетонне структурно-вантове покриття [Текст] / Л. І. Стороженко, Г. М. Гасій // Строительство, материаловедение, машиностроение: сб. научных трудов. – Днепропетровск, 2015. – № 82. – С. 226–230.

12. Трофимов, В. И. Легкие металлические конструкции зданий и сооружений [Текст] : монография / В. И. Трофимов, А. М. Каминский. – М.: АСВ, 2002. – 573 с.

13. Канчели, Н. В. Строительные пространственные конструкции [Текст] : учеб. пособие / Н. В. Канчели. – М.: АСВ, 2009. – 112 с.

14. Шимановский, А. В. Теория и расчет сильнонелинейных конструкций [Текст] / А. В. Шимановский, В. К. Цихановский. – К.: Сталь, 2005. – 432 с.

15. Стороженко, Л. І. Великопролітні структурно-вантові сталезалізобетонні покриття для будівель і споруд аеропортів [Текст] / Л. І. Стороженко, Г. М. Гасій // Проблеми розвитку міського середовища. – 2016. – № 2 (16). – С. 72–79.

Стороженко Леонід Іванович, д-р техн. наук, професор, професор кафедри конструкцій із металу, дерева і пластмас Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка.
Єрмоленко Дмитро Адольфович, д-р техн. наук, доцент, професор кафедри конструкцій із металу, дерева і пластмас Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка.
Гасій Григорій Михайлович, канд. техн. наук, доцент, докторант кафедри конструкцій із металу, дерева і пластмас Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка.

Storozhenko Leonid Ivanovych – D.Sc, Professor, Professor of Department of Structures from metal, wood and plastics. Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University.
Yermolenko Dmytro Adolfovych – D.Sc, Associate Professor, Professor of Department of Structures from metal, wood and plastics. Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University.
Grygorii Gasii – Ph.D., Associate Professor, Doctoral candidate of Department of Structures from metal, wood and plastics. Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University.

Стаття прийнята 15.12.2017 р.