УДК 625.143.482 DOI: https://doi.org/10.18664/1994-7852.174.2017.127627

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМАНОГО СТАНУ ЕЛЕМЕНТІВ ЗАЛІЗНИЧНОЇ КОЛІЇ

Доктори техн. наук С. В. Панченко, О. М. Даренський,
канд. техн. наук О. В. Лобяк

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ПУТИ

Доктора техн. наук С. В. Панченко, А. Н. Даренский,
канд. техн. наук А. В. Лобяк

USING THE METHOD OF FINITE ELEMENTS FOR DETERMINING THE STRESSED-DEFORMED STATE OF ELEMENTS OF THE RAILWAY TRACK

Dr. sc. sciences S. V. Panchenko, A. N. Darenskiy, phd. tehn. A. V. Lobyak

Визначено основні принципи побудови і роботи програмного комплексу для оцінки напружено-деформованого стану конструктивних елементів верхньої будови колії під дією просторових сил від рухомого складу. В основу запропонованого програмного комплексу закладено поетапне визначення просторових сил взаємодії динамічної системи «екіпаж-колія» із подальшою оцінкою за методом скінченних елементів. Розроблено розрахункові моделі рейок, елементів проміжних рейкових скріплень, шпал і баласту. При моделюванні елементів колії враховувалися конструктивна і фізична нелінійність їх роботи, наявність сил тертя і односторонніх зв'язків між окремими вузлами і деталями.

Ключові слова: *моделювання, рейка, шпала, скріплення, баласт, екіпаж.*

Определены основные принципы построения и работы программного комплекса для оценки напряженно-деформированного состояния конструктивных элементов верхнего строения пути под действием пространственных сил от подвижного состава. В основу предложенного программного комплекса заложено поэтапное определение пространственных сил взаимодействия динамической системы «экипаж-путь» с последующей оценкой по методу конечных элементов. Разработаны расчетные модели рельсов, элементов промежуточных рельсовых скреплений, шпал и балласта. При моделировании элементов железнодорожного пути учитывались конструктивная и физическая нелинейность их работы, наличие сил трения и односторонних связей между отдельными узлами и деталями.

Ключевые слова: *моделирование, рельс, шпала, скрепление, балласт, экипаж.*

The main principles of the construction and operation of the software complex for estimating the stress-strain state of structural elements of the upper structure of the track under the influence of spatial forces from the rolling stock are determined. The proposed software package is based on a step-by-step definition of the spatial forces of interaction between the dynamic system "crew way" and subsequent evaluation by the finite element method. As a computer implementation of the finite element method, the program "Lira" was adopted. Design models of rails, elements of intermediate rail fasteners, sleepers and ballast are developed. The modeling is based on the modular principle,

which allows, depending on the nature of the task, to calculate the section of the railway track, practically of any length. The structural and physical non-linearity of their work, the presence of frictional forces and one-way connections between individual nodes and details were taken into account when modeling railway track elements.

Keywords: *modeling, rail, sleepers, fastening, ballast, carriage.*

Вступ. Для визначення працездатності тієї або іншої конструкції колії в конкретних умовах експлуатації або для визначення сфер застосування того чи іншого елемента верхньої будови (типу рейок, шпал, проміжних скріплень, матеріалу і конструктивних характеристик баласту) потрібно знати їх напружено-деформований стан.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В даний час, при розрахунках напружено-деформованого стану елементів колії [4, 10], розрахунок рейок зводиться в основному до розрахунків згинальних напружень в кромках головки і підошви під дією вертикальних, рідше – спільною дією вертикальних і горизонтальних сил. Однак, як показали дослідження, виконані в ЛПЗТ під керівництвом професора В. Ф. Яковлєва [1-3, 14], не завжди кромкові напруги в рейках визначають їх критичний стан.

Розрахунки шпал, які застосовані в інженерній практиці для визначення їх працездатності при високих осьових навантаженнях, обмежуються, як правило, визначенням напружень в підрейковій зоні при вертикальних навантаженнях. Рідше, в основному на стадії конструювання, виконуються розрахунки напружено-деформованого стану залізобетонних шпал з використанням розрахункової схеми у вигляді балки змінного (три ділянки) перерізу, що спирається на суцільну пружну основу вінклерівського типу. Тертя по нижній постілі і бічних гранях, однобічність зв'язків шпал і баласту, нелінійність характеристик основи не враховуються. Дія горизонтальних поперечних сил замінюється дією зосереджених моментів, прикладених по середині підрейкової зони [7].

Визначення мети та завдання дослідження. При розрахунках напружень в баласті і на основній площадці земляного полотна використовується або метод пружного клина, або пружного півпростору. Розрахунки виконуються, як правило, тільки на дію вертикальних сил. Інші елементи колії не розраховуються.

Таким чином, прийняті в даний час у практиці розрахунків напружено-деформованого стану верхньої будови колії в умовах високих осьових навантажень способи і моделі розрахунків мають високий ступінь ідеалізації і припущень, які можуть істотно спотворювати реальний стан, давати занижені результати.

Отже, метою даного дослідження є спроба оцінити реальний напружено-деформований стан залізничної колії за рахунок використання методу скінченних елементів із попередньою розробкою розрахункових моделей конструктивних елементів верхньої будови колії.

Основна частина дослідження. В основу вибору методу та моделі розрахунку напружено-деформованого стану елементів верхньої будови колії були прийняті наступні основні положення і допущення [5, 8].

1. Рейки спираються на окремі опори – шпали, просторові сили взаємодії рейок і шпал мають пружно-дисипативний характер, у ряді випадків існує їх одностороння дія.

2. Між кромками підошви рейок і ребордами підкладок проміжних скріплень існують зазори. Між підошвою рейки і клемами, підрейковими прокладками, а також нашпальними прокладками і шпалами виникають як пружні сили, так і дисипативні сили тертя.

3. Залізобетонні шпали мають досить складну форму, яка може істотно впливати на напруження і деформації, що виникають.

4. Залізобетонні шпали виготовляються попередньо напруженими. Попереднє напруження арматури складає 1170 МПа, загальна сила напруження всієї арматури – не менше 364 кН [18], що необхідно враховувати при розрахунках.

5. Між бічними та нижніми поверхнями шпал і баластом виникають як нелінійні пружні сили, так і сили зчеплення і тертя.

6. Матеріал баласту підпорядковується нелінійному закону деформування з різними межами опору розтягування і стиснення.

7. Грунти основного майданчика земляного полотна, як баласт, мають нелінійні характеристики.

Повною мірою цим положенням відповідає метод скінченних елементів (МСЕ) [15, 16], що є розвитком енергетичних методів розрахунків інженерних конструкцій. МСЕ, завдяки інтенсивному розвитку засобів обчислювальної техніки, отримав широке розповсюдження і визнання, став одним з основних. Це зумовлено універсальністю підходів, що лежать в його основі. Тіло або конструкція, що деформується, розділяється на окремі елементи найпростішої форми, робота яких визначена. Напружено-деформований стан цих елементів з'єднується між собою так, щоб задовольнялися умови спільної деформації і умови рівноваги.

При розрахунках об'ємних тіл методом скінченних елементів в лінійній постановці задачі (рейки, підкладки та клеми проміжних скріплень, бетон і сталь шпал) при роботі з напруженнями, що не перевищують розрахункові опори використовуються залежності для тривимірного напруженого стану. Ці залежності є найбільш загальними, тому що вільні від різних гіпотез та передумов, характерних для деяких окремих задач (гіпотези плоских перерізів для стрижнів, прямих нормалей для згинальних пластин і т. п.).

Для вирішення завдань тривимірного напруженого стану найбільш уживані кінцеві елементи у вигляді тетраедра, призми, паралелепіпеда, що мають по три невідомих вузлових переміщення в кожному вузлі і полілінійну апроксимацію переміщень u_x, u_y та u_z.

Матриці жорсткостей таких елементів наведені в ряді публікацій, наприклад, [6, 12, 15]. Бібліотека скінченних елементів, вбудована в програмний комплекс [16], дозволяє виконувати моделювання практично будь-яких конструкцій.

Слід підкреслити, що загальні принципи побудови моделі колії з застосованим МСЕ практично повністю узгоджуються з прийнятою в [11, 13] загальною розрахунковою схемою колії як просторової конструкції у вигляді балок на багатьох пружних опорах-шпалах. Об'єднання програми розрахунку динамічної системи "екіпаж - колія" і програми розрахунку ділянки колії методом скінченних елементів утворює, по суті, програмний комплекс, здатний визначати напружено-деформований стан елементів верхньої будови колії практично в будь-яких умовах експлуатації залізничного транспорту.

Загальна логіка побудови і роботи такого програмного комплексу полягає в наступному.

На першому етапі розрахунків, при заданих характеристиках екіпажа та колії, визначаються просторові сили їх взаємодії, вертикальні і горизонтальні поперечні навантаження на шпали і, отже, згинальні і крутний моменти та поперечні сили в будь-яких потрібних перетинах рейок. На другому етапі розрахунків, з використанням моделей і програми розрахунків МСЕ, визначаються напружено-деформований стан елементів верхньої будови колії для заданого його відрізка. Вихідними даними розрахунків другого етапу є просторові сили впливу екіпажа на колію і, як граничні умови, внутрішні

згинальні і крутні моменти та поперечні сили в рейках на межах ділянки, прийнятого до розрахунків напружено-деформованого стану МСЕ.

Довжина такої ділянки може бути задана практично будь-якою, вона визначається характером розв'язуваної задачі і необхідною точністю розрахунків. Однак слід зазначити, що вирішення завдань з визначення напружено-деформованого стану в нелінійній постановці та з урахуванням односторонніх зв'язків, що виникають у конструкції, вимагає досить тривалих розрахунків і час розрахунків зростає в геометричній прогресії при збільшенні довжини ділянки, що розраховується. Так, наприклад, розрахунок відрізка колії довжиною 1,1 *мм* на двох шпалах займає більше двох годин, довжиною 2,2 *мм* на чотирьох шпалах – понад вісім і т. д.

Як комп'ютерна реалізація методу скінченних елементів в роботі був використаний програмний комплекс для розрахунків і проектування конструкцій «ЛІРА» [15, 16].

В основі моделювання колії МСЕ був прийнятий модульний принцип, при якому модуль складається з двох відрізків рейок, довжина яких дорівнює 1300, 1100 або 1000 мм (для решітки з епюр шпал 1600, 1840 і 2000 шт./км), і двох залізобетонних шпал, до яких рейки прикріплюються проміжними скріпленнями типу КБ. У залежності від характеру поставленої задачі і необхідної точності розрахунків загальна модель колії може складатися з одного, двох, трьох і більше модулів. Модулі з'єднуються між собою або з прилеглими ділянками колії за допомогою граничних умов кожного модуля – згинальні і крутні моменти та поперечні сили, які включені у вузли, розташовані в нейтральній осі перерізу рейки (рис. 1).

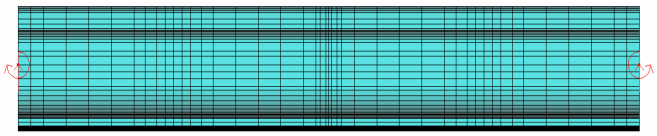

Рис. 1. Схема граничних умов модуля рейки

Передача навантажень від колісних пар може виконуватися в будь-якому модулі через грані скінченних елементів (СЕ), розташованих на поверхні кочення і на внутрішніх робочих гранях головки рейки (рис. 2). Передбачається можливість вертикального завантаження рейок з будь-яким ексцентриситетом. Площа зони контакту між поверхнею катання колеса, робочою гранню його реборди та відповідними поверхнями рейки встановлюються в залежності від їх зносу.

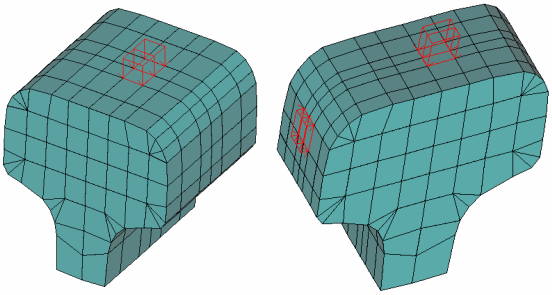

Рис. 2. Схеми контактних майданчиків коліс і рейок

Рейки моделювалися за допомогою двох типів СЕ:

- СЕ 34 універсальний просторовий шестивузловий ізопараметричний;
- СЕ 34 універсальний просторовий восьмивузловий ізопараметричний.

Ці СЕ призначені для визначення напружено-деформованого стану континуальних об'єктів і масивних просторових конструкцій з однорідного ізотропного лінійно-пружного матеріалу в постановці тривимірної задачі теорії пружності. У параметри жорсткості цих СЕ входять модуль пружності рейкової сталі, коефіцієнт Пуассона і щільність матеріалу для врахування його власної ваги.

Розбивка поперечного перерізу рейки на СЕ показана на рис. 3.

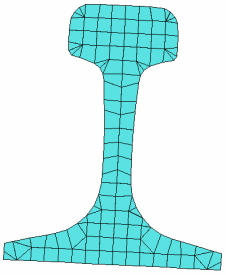

Рис. 3. Розбивка поперечного перерізу рейки на СЕ

Контактування підошви рейки і підрейкові прокладки виконано за допомогою СЕ 265, який призначений для моделювання контактної задачі. Цей скінченний елемент двовузловий односторонніх пружних зв'язків. У кожному вузлі встановлено по шість ступенів свободи, що визначаються щодо осей глобальної системи координат. Таким чином, за допомогою цього СЕ можна моделювати як лінійні, так і кутові зв'язки щодо осей X, Y, Z. СЕ 265 дозволяє враховувати нерівні граничні (прямі і протилежні) зусилля у зв'язках, наприклад, граничне зусилля розтягування у зв'язку можна задавати не рівним зусиллю стиснення. При розрахунках в моделях в цих скінченних елементах визначаються зусилля у зв'язках, накладених вздовж відповідних осей глобальної системи. Знаки цих зусиль визначаються знаками різниць відповідних переміщень або поворотів.

У параметри жорсткості СЕ 265 входить одностороння жорсткість на стиск вздовж вертикальної осі і одностороння горизонтальна жорсткість, що моделює в даному випадку тертя між нижньою межею підошви рейки і підрейковою прокладкою. Розміщення СЕ 265 показано на рис. 4.

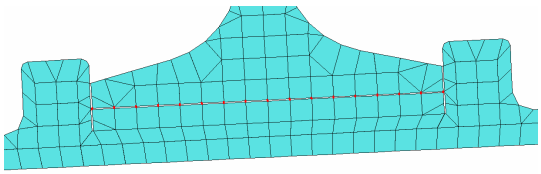

Рис. 4. Моделювання тертя підошви рейки по підрейковій прокладці і контактної задачі між гранями підошви і ребордами підкладки

Характеристики СЕ 265 дозволили також виконати моделювання контактування між боковими гранями підошви рейки і ребордами підкладки (рис. 4). У цьому випадку використана така характеристика цього КЕ, як одностороння жорсткість на стиск. Щоб уникнути ефекту заклинювання підошви рейки між ребордами при поворотах рейки, в параметри жорсткості СЕ 265 був введений зазор – величина допустимих деформацій у напрямку однобічного зв'язку. Тільки після вибірки зазора СЕ включається в роботу. Величина зазора була прийнята рівною 1 мм, що відповідає конструктивному зазору між бічними гранями підошви рейки і ребордами.

Підрейкова і нашпальна (рис. 5) прокладки моделювалися з використанням СЕ 34 і СЕ 36 – універсальні просторові ізопараметричні шести – і восьмивузлові кінцеві елементи. При цьому коефіцієнт Пуассона, з урахуванням рифлень

прокладок, приймався рівним 0,32 ÷ 0,41, а наведений модуль пружності прокладок визначався так:

$$E = \frac{U_{пр}^{дин} \cdot h}{F}, \text{ МПа},$$

де $U_{пр}^{дин}$ – жорсткість прокладки при її динамічному стисканні, Н/м;

F – опорний майданчик прокладки, м^2;

H – товщина прокладки, м.

Значення жорсткості прокладок при динамічних напругах прийняті за результатами досліджень, викладені в [9, 17].

Моделювання підкладок і жорстких клем також виконано із застосуванням СЕ 34 і СЕ 36. При цьому моделюванні модуль пружності, коефіцієнт Пуассона і щільність прийняті для конструкційної сталі Ст 7, з якої виготовляються ці елементи (рис. 6, 7).

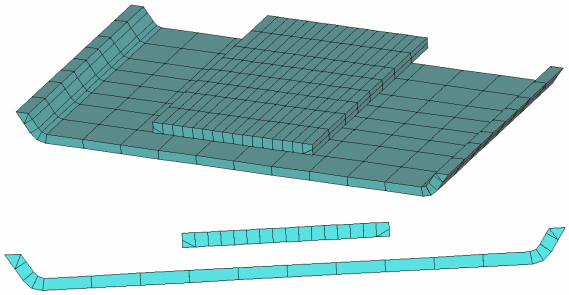

Рис. 5. Моделі підрейкової і нашпальної прокладок

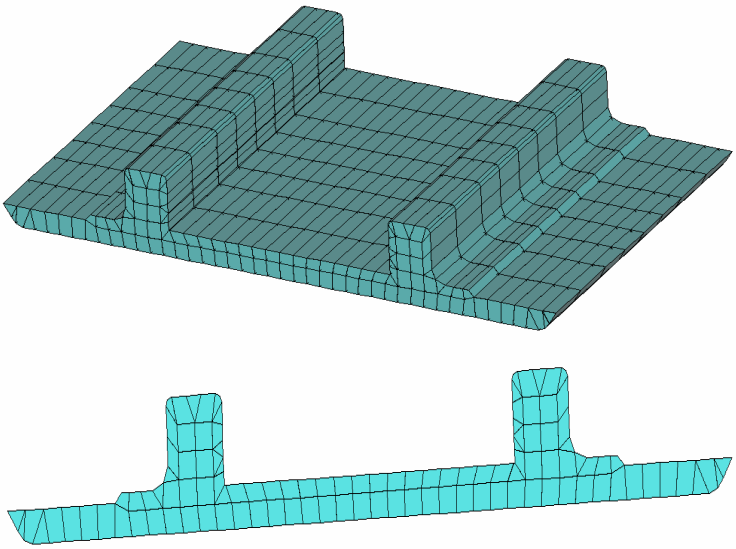

Рис. 6. Модель підкладки скріплення КБ

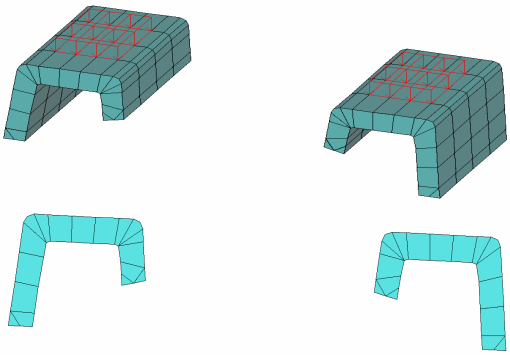

Рис. 7. Модель жорсткої клеми скріплення КБ

Зусилля, що передаються на підкладки при закручуванні гайок закладних і клемних болтів, задавалися навантаженням вузлів, розташованих на місці отворів для закладних болтів і пазів реборд підкладок. Отвори для закладних болтів, пази реборд і самі заставні та клемні болти не моделювалися. Кріплення підкладки до шпал моделюється об'єднанням переміщень відповідних вузлів, розташованих на осі закладного болта.

Передача навантаження на клеми від клемних болтів виконана через грані дев'яти СЕ загальною площею 8 $см^2$. Рівнодійна цього рівномірно розподіленого навантаження відповідає силі натягу клемного болта.

Контактні задачі між клемами і підкладкою, клемами і підошвою рейки вирішувалися за допомогою СЕ 252 (рис. 8). Цей двовузловий СЕ однобічного зв'язку з урахуванням граничного зусилля призначений для моделювання одностороннього (сприймаючого або розтягування, або стиснення) лінійного зв'язку між двома контактуючими поверхнями. Напрямок зв'язків вибудовується відповідно до координат вузлів, що описують ці СЕ, і збігається з поздовжньою віссю x_1. Оскільки в конструкції скріплення клеми притискають рейки до підкладки, у параметри жорсткості СЕ 252 включена жорсткість контактів клеми - підошва рейки і клема - підкладка на стиск.

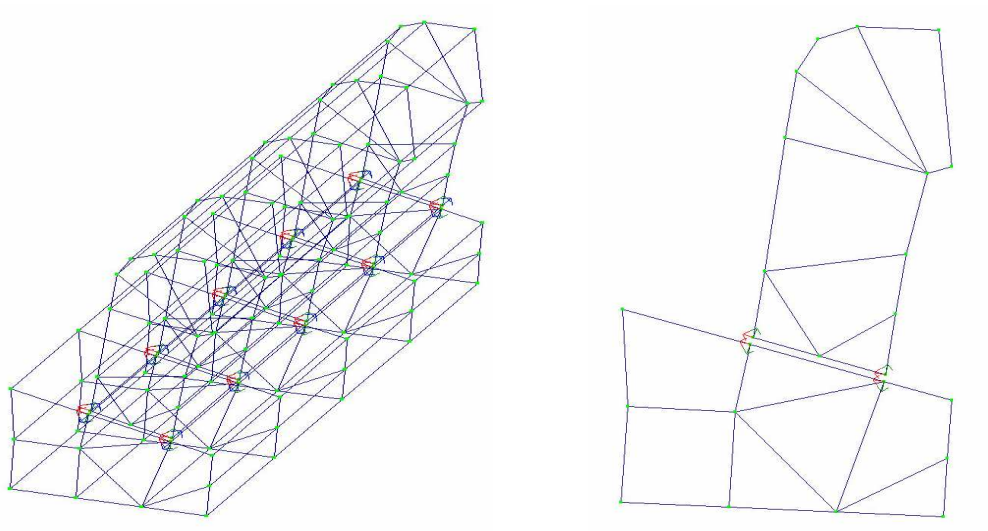

Рис. 8. Локальні зв’язки вузлів СЕ 252

Контактна задача взаємодії клем і реборд підкладок вирішена за допомогою СЕ 265, в параметри жорсткості яких була включена тільки жорсткість контакту на розтяг, яка моделює роботу клемного болта разом з пружинною шайбою.

Загальний вигляд моделі вузла скріплення КБ, в якій враховані всі викладені вище особливості його роботи, наведено на рис. 9.

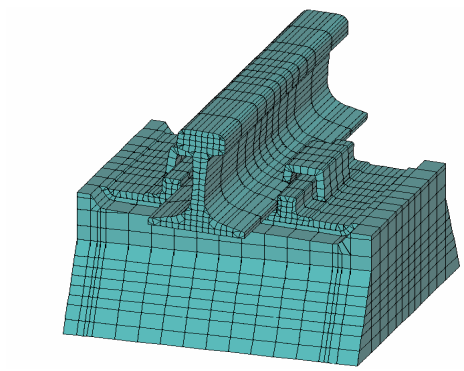

Рис. 9. Модель вузла скріплення КБ

При моделюванні залізобетонної шпали (рис. 10) були використані три типи скінченних елементів. У параметри жорсткості СЕ 34 і СЕ 36, про які вже йшлося вище, були включені модуль пружності, коефіцієнт Пуассона і щільність бетону. СЕ 10 – універсальний стрижневий елемент, який моделює роботу арматури, в тому числі зусиль попереднього натягу.

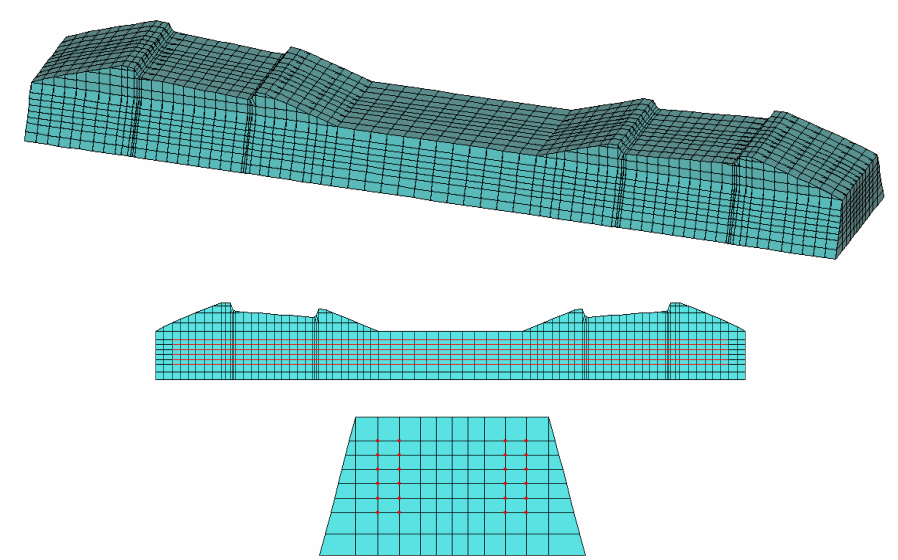

Рис. 10. Модель залізобетонних шпал Ш-1

Баласт моделювався з використанням трьох типів СЕ (рис. 11):

− СЕ 274 – фізично нелінійний об’ємний шестивузловий ізопараметричний елемент грунту (довільна трикутна призма);

− СЕ 274 – фізично нелінійний об’ємний восьмивузловий ізопараметричний елемент грунту (довільний гексаедр);

– СЕ 56 – одновузловий скінченний елемент пружних зв'язків.

СЕ 274 і СЕ 276 призначені для моделювання односторонньої роботи, в даному випадку, баласту на стиск з урахуванням зсуву. У параметрах жорсткості цих СЕ задаються:

E – модуль деформації баласту по гілці первинного завантаження, МПа;

υ – коефіцієнт Пуассона;

k_e – коефіцієнт переходу до модуля деформації по гілці вторинного навантаження;

c – зчеплення баласту, кН/м^2;

R_t – максимальне навантаження при розтягненні, МПа;

φ – кут внутрішнього тертя баласту, °;

δ_p – максимальне напруження стиску, МПа.

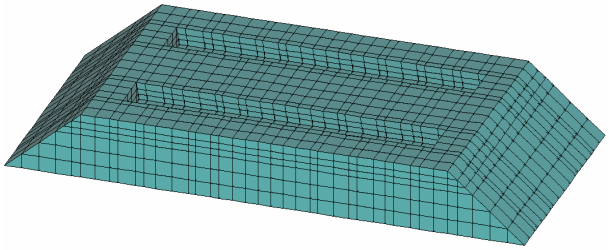

Рис. 11. Модель модуля баласту

СЕ 56 – одновузловий скінченний елемент, застосовується для введення пружних зв'язків вздовж або навколо глобальних або локальних осей координат вузла. У моделі модуля залізничної колії застосовується для моделювання реакцій основного майданчика земляного полотна.

Загальний вигляд моделі модуля залізничної колії подано на рис. 12.

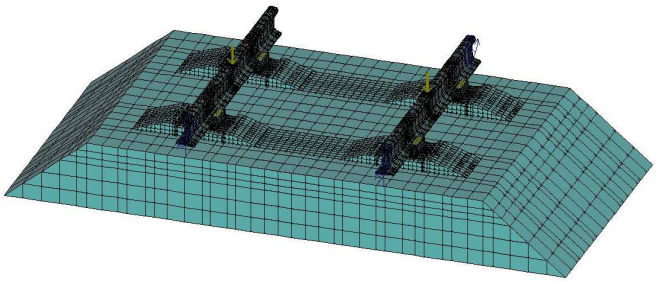

Рис. 12. Загальна розрахункова схема моделі модуля колії

Досвід використання запропонованої моделі при розрахунках напружено-деформованого стану елементів верхньої будови колії в умовах високих осьових навантажень показав її високу ефективність і добру збіжність результатів розрахунків з даними експериментальних робіт.

Висновки:

1. Визначено основні положення і допущення розрахунків просторового напружено-деформованого стану елементів верхньої будови колії, вимоги до методу розрахунків. Таким допущенням і вимогам повною мірою відповідає метод скінченних елементів (МСЕ).

2. Як комп'ютерна реалізація МСЕ в роботі прийнятий програмний комплекс «Ліра».

3. Розроблено розрахункові моделі МСЕ рейок, елементів проміжних скріплень, шпал і баласту. В основу моделювання покладено модульний принцип, який дозволяє, в залежності від характеру поставленого завдання, розраховувати ділянки колії практично будь-якої довжини.

4. При моделюванні елементів колії враховувалися конструктивна і фізична нелінійність їх роботи, наявність сил тертя і односторонніх зв'язків між окремими вузлами і деталями.

5. Поєднання раніше розробленої у вигляді програми розрахунків динамічної моделі взаємодії рухомого складу і колії і пропонованої в роботі моделі колії МСЕ утворює програмний комплекс, здатний визначати характер роботи колії практично в будь-яких умовах експлуатації.

Список використаних джерел

1. Яковлев, В. Ф. Исследование сил взаимодействия колеса и рельса с учетом нелинейных односторонних связей и переменных масс [Текст] / В. Ф. Яковлев, И. И. Семенов // Труды ЛИИЖТ. – 1964. – № 238. – С. 46-95.

2. Яковлев, В. Ф. Исследование упруго-динамических характеристик пути и определение динамических вертикальных сил в крестовине [Текст] / В. Ф. Яковлев, И. И. Семенов // Труды ЛИИЖТ. – 1967. – № 222. – С. 17-29.

3. Яковлев, В. Ф. Расчет рельсо-шпальной решетки железнодорожного пути как пространственной системы [Текст] / В. Ф. Яковлев, И. И. Семенов, Н. С. Никеров // Труды ЛИИЖТ. – 1969. – № 296. – С. 3-15.

4. Даренський, О. М. Аналіз розвитку теорій розрахунків залізничних колій [Текст] / О. М. Даренський, Е. А. Бєліков // Зб. наук. праць Укр. держ. акад. залізнич. трансп. – Харків: УкрДАЗТ, 2015. – Вип. 154. – С. 149-155.

5. Даренський, О. М. Застосування методу кінцевих елементів для визначення раціональних способів посилення рейко-шпальної основи [Текст] / О. М. Даренський, Н. В. Бугаєць // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – Харків, 2015. – № 4. – С. 20-26.

6. Вітольберг, В. Г. Моделювання роботи залізобетонних шпал типу СБ 3-0 методом скінченних елементів [Текст] / В. Г. Вітольберг // Зб. наук. праць Укр. держ. акад. залізнич. трансп. – Харків : УкрДАЗТ, 2014. – Вип. 148 (Т.2). – С. 175-180.

7. Вітольберг, В. Г. Чисельні дослідження напружено-деформованого стану залізобетонних шпал типу СБ 3–0 в умовах промислового транспорту [Текст] / В. Г. Вітольберг // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – Харків, 2015. – № 2. – С. 14-18.

8. Даренський, О. М. Моделювання рейко-шпальної основи залізниць незагального користування методом кінцевих елементів [Текст] / О. М. Даренський, Н. В. Бугаєць А. М. Бадражан // Зб. наук. праць Укр. держ. акад. залізнич. трансп. – Харків: УкрДАЗТ, 2014. – Вип. 147. – С. 113-118.

9. Даренский, А. Н. Жесткость боковых упоров промежуточных скреплений КБ [Текст] / А. Н. Даренский // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – Харків, 2013. – № 2. – С. 3-4.

10. Даніленко, Е. І. Правила розрахунків залізничної колії на міцність і стійкість [Текст] / Е. І. Даніленко, В. В. Рябкін. – К. : Транспорт України (ЦП - 0117), 2006. – 168 с.

11. Говоруха, В. В. Механика деформирования и разрушения упругих элементов промежуточных рельсовых скреплений [Текст] : монография / В. В Говоруха. – Днепропетровск : “Лира-ЛТД”, 2005. – 388 с.

12. Vatulia Glib. Simulation of performance of circular CFST columns under short-time and long-time load [Text] / G. Vatulia, A. Lobiak, Ye. Orel // Transbud'2017 – MATEC Web of Conferences 116, 02036 (2017).

13. Бугаєць, Н. В. Результати експериментальних робіт з визначення напружень у баластному шарі і на основній площадці земляного полотна в умовах промислового залізничного транспорту [Текст] / Н. В. Бугаєць // Зб. наук. праць УкрДАЗТ. – Харків: УкрДАЗТ, 2010. – Вип. 119. – С.199–204.

14. Yusef Tuley, Darenskiy A.N., Natalia Bugaets, Alina Malishevskay Research into parameters of energy loss when trains influence the track with wooden sleepers [Text] // Східно-європейський журнал передових технологій. – 2016. – А 6/1 (84). – С. 9-13.

15. Программный комплекс для расчета и проектирования конструкций ЛИРА версия 9.0: Кн. 1: Основные теоретические и расчетные положения [Текст] : руководство пользователя. – К. : НИИ АС, 2002. – 147 с.

16. Программный комплекс для расчета и проектирования конструкций ЛИРА версия 9.0 : Кн. 2: Путеводитель [Текст]: руководство пользователя. – К. : НИИ АС, 2002. – 189 с.

17. Даренський, О. М. Експериментальне визначення пружних характеристик прокладок проміжних скріплень КБ [Текст] / О. М. Даренський, В. Г. Вітольберг // Зб. наук. праць УкрДАЗТ. – Харків: УкрДАЗТ, 2007. – Вип. 87. – С. 172-178.

18. ДСТУ Б В.2.6-209:2016 Шпали залізобетонні попередньо напружені для залізниць колії 1520 і 1435 мм. Технічні умови [Текст] : Введ. 14.03.16. – К.: Минрегион Украины, 2016. – 37 с.

Панченко Сергій Володимирович, д-р техн. наук, професор кафедри автоматики та комп'ютерного телекерування рухом поїздів Українського державного університету залізничного транспорту.
Тел.: (057) 730-10-13. E-mail: info@kart.edu.ua.
Даренський Олександр Миколайович, д-р техн. наук, професор кафедри колії та колійного господарства Українського державного університету залізничного транспорту. Тел.: (057) 730-10-58.
E-mail: ppx_xiit@kart.edu.ua.
Лобяк Олексій Вікторович, канд. техн. наук, доцент кафедри будівельної механіки та гідравліки Українського державного університету залізничного транспорту. Тел.: (057) 730-10-70. E-mail: bmg@kart.edu.ua.

Sergii Panchenko, Dr. Sc. Science, Department of automation and computer-integrated technologies Ukrainian State University of Railway Transport. Tel.: (057) 730-10-13. E-mail: info@kart.edu.ua.
Alexander Darenskiy, Dr. Sc. Science, Department of Track and Track Facilities Ukrainian State University of Railway Transport. Tel.: (057) 730-10-58. E-mail: ppx_xiit@kart.edu.ua.
Oleksii Lobiak, PhD. Sc. Associate Professor, Department of Structural Mechanics and Hydraulics Ukrainian State University of Railway Transport. Tel.: (057) 730-10-70. E-mail: bmg@kart.edu.ua.

Стаття прийнята 26.12.2017 р.