

**БУДІВНИЦТВО ТА ЦИВІЛЬНА ІНЖЕНЕРІЯ (192)**

---

УДК 624.014.042

**МОДЕЛЮВАННЯ ВИПАДКОВИХ НАВАНТАЖЕНЬ НА КОНСТРУКЦІЇ БУДІВЕЛЬ  
КАРКАСНОГО ТИПУ**

Канд. техн. наук В. О. Северин (ПНТУ ім. Юрія Кондратюка)

**МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ НАГРУЗОК НА КОНСТРУКЦИИ ЗДАНИЙ  
КАРКАСНОГО ТИПА**

Канд. техн. наук В. А. Северин (ПНТУ им. Юрия Кондратюка)

**MODELING OF RANDOM LOADS ON THE CONSTRUCTION OF FRAMEWORK  
BUILDINGS**

PhD (Tech.) V. A. Severyn

DOI: <https://doi.org/10.18664/1994-7852.179.2018.147754>

---

*Визначення реальних показників надійності несучих конструкцій будівель каркасного типу є досить складним завданням, вирішення якого можливо лише на основі точного математичного опису випадкових факторів, що впливають на стан конструкцій у період їх зведення та експлуатації. При цьому важливими питаннями є отримання моделей навантажень з урахуванням усіх особливостей їхньої стохастичної природи. Для навантажень, які є визначальними для промислових будівель каркасного типу: навантаження від мостових кранів, вітрове та снігове навантаження, обґрунтовано та розроблено числові імовірнісні моделі випадкових процесів на ПЕОМ з урахуванням особливостей кожного з навантажень.*

**Ключові слова:** надійність, випадкові навантаження, кранове навантаження, вітрове навантаження, снігове навантаження, імовірнісні моделі.

*Определение реальных показателей надежности несущих конструкций зданий каркасного типа является достаточно сложным заданием, решение которого возможно лишь на основе точного математического описания случайных факторов, влияющих на состояние конструкций в период их возведения и эксплуатации. При этом важными вопросами являются получение моделей нагрузок с учетом всех особенностей их стохастической природы. Для нагрузок, которые являются определяющими для промышленных зданий каркасного типа: нагрузка от мостовых кранов, ветровая и снеговая нагрузки, обоснованы и разработаны многочисленные вероятностные модели случайных процессов на ПЭВМ с учетом особенностей каждой из нагрузок.*

**Ключевые слова:** надежность, случайные нагрузки, крановая нагрузка, ветровая нагрузка, снеговая нагрузка, вероятностные модели.

*Determination of real indicators of the reliability of structures in framework buildings is a rather complicated task. The solution of this problem is possible only on the basis of an accurate mathematical description of random factors that affect the state of structures during their*

construction and operation. Also, an important problem is reliability prediction of structures calculated on strength and rigidity according to the requirements of acting Codes of designing. In this case, the important issues are the development of load models taking into account all the peculiarities of their stochastic nature. For loads that are decisive for industrial framework buildings: load from bridge cranes, wind and snow loads, ground-based and developed numerical probabilistic models of random processes on a PC taking into account the features of each load. For simulation of loads during the service life of structures it is necessary to form realizations of large length. For this the methods of simulation of processes for given correlation functions and unidimensional distribution laws are the most suitable. The given problem is decided by specially selected non-linear transformations of the corresponding normal stochastic processes. The model of the crane load is based on the model of a normalized normal stationary random processes with a given normalized correlation function. The numerical model of the wind load is based on the model of a normalized stationary random process on the Weibull distribution with a given normalized correlation function. The basis of the snow load model is the normalized polynomial-exponential stationary random process with a given normalized correlation function. The statistical, frequency characteristics and emission distributions of random processes obtained from probabilistic numerical models are in good agreement with experimental data. The developed models can be used to find additional numerical and frequency parameters of simulated processes. Also, the developed models can be used to simulate the joint action of random loads, or directly in calculations of reliability of elements in the action of the above-mentioned random loads.

**Keywords:** reliability, random loads, crane load, wind load, snow load, probabilistic models.

**Вступ.** Визначення реальних показників надійності несучих конструкцій будівель каркасного типу є досить складним завданням, вирішення якого можливо лише на основі точного математичного опису випадкових факторів, що впливають на стан конструкцій у період їх зведення та експлуатації. При цьому важливими питаннями є отримання моделей навантажень з урахуванням усіх особливостей їхньої стохастичної природи. Для навантажень, які є визначальними для промислових будівель каркасного типу: навантаження від мостових кранів, вітрове та снігове навантаження, обґрунтовано та розроблено числові імовірнісні моделі випадкових процесів на ПЕОМ з урахуванням особливостей кожного з навантажень.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У даному напрямку імовірнісні розрахунки вже отримали певний розвиток: розроблено ряд моделей у різних імовірнісних формах, на базі яких отримано практичні оцінки надійності ряду будівельних конструкцій [1-6], однак ці

моделі мали більше науковий, ніж практичний характер. Тому досить актуальним є завдання визначити реальний рівень надійності широкого кола конструкцій, виділити групи потенційно небезпечних будівель і споруд і для них запропонувати рекомендації щодо подальшої експлуатації. Для навантажень, які є визначальними для промислових будівель каркасного типу: навантаження від мостових кранів, вітрове та снігове навантаження, необхідно розробити числові імовірнісні моделі випадкових процесів на ПЕОМ з урахуванням особливостей кожного з навантажень.

**Визначення мети та завдання дослідження.** Метою проведених досліджень і завданням статті є викладення методики моделювання числових імовірнісних моделей випадкових процесів навантажень на ПЕОМ. Представлені моделі необхідні для отримання реальних показників надійності несучих конструкцій каркасних будівель при дії різних навантажень для різних регіонів України, запроектованих нормами [7, 8].

**Викладення основного матеріалу дослідження.** В основу моделей випадкових навантажень на промислові будівлі та споруди (атмосферних і кранових) покладено методику, розроблену для імовірнісного моделювання на ПЕОМ сигналів у радіотехніці. Моделювання випадкових навантажень виконуємо в три етапи. На першому (підготовчому) етапі повинно бути встановлено таке:

- коло імовірнісних характеристик, необхідних для створення математичної моделі навантаження;
- припущення про стаціонарність (нестаціонарність) та ергодичність процесу навантаження, що моделюється;
- необхідна та достатня точність моделі (задається імовірність неперевищення граничної похибки при оцінюванні імовірнісних характеристик);
- закони розподілу ординат процесу навантаження;
- можливість застосування кореляційної теорії;
- обґрунтування заданого часу однієї реалізації;
- необхідна та достатня кількість реалізацій для отримання заданої точності моделі процесу;
- величина кроку квантування за рівнем і часом для достатньої точності досліджень.

На наступному етапі розробляється загальний алгоритм моделювання та числова модель, яку реалізують на ПЕОМ в найбільш придатному для цього середовищі. Останній етап зводиться до

визначення адекватності математичної моделі реальним процесам навантаження, після чого вона є цілком придатною для практичного застосування.

**Модель кранового навантаження.** Численні експериментальні дослідження кранового навантаження [1, 2] дали змогу виявити основні особливості, які необхідно враховувати при моделюванні:

- стаціонарність та ергодичність випадкового процесу (ВП) кранового навантаження;
- стабільність частотних характеристик ВП навантаження;
- можливість застосування нормального закону для опису розподілу ординат кранового навантаження;
- відсутність періодичної складової ВП;
- можливість опису ВП навантаження в рамках кореляційної теорії.

Виходячи з вищесказаного, в основу моделі кранового навантаження покладено модель нормованого нормального стаціонарного ВП з заданою нормованою кореляційною функцією (НКФ) вигляду

$$r(\tau) = \exp(-\alpha|\tau|), \quad (1)$$

де  $\alpha$  – параметр НКФ;

$\tau$  – інтервал часу.

Дана функція є найпростішою та найбільш поширеною в задачах опису процесів випадкових навантажень у рамках кореляційної теорії.

Числова модель нормованого нормального ВП з НКФ (1) має вигляд

$$\xi_{0(i)}[\gamma_x] = \sqrt{1-\rho^2} \gamma_x + \rho \xi_{0(i-1)}[\gamma_x], \quad (2)$$

де  $\xi_{0(i)}[\gamma_x]$  – ордината нормованого нормального ВП;

$$\rho = \exp(-\gamma^*), \quad \gamma^* = \alpha \Delta t;$$

$\gamma_x$  – нормована нормально розподілена випадкова величина (математичне сподівання  $\bar{X} = 0$ , стандарт  $\hat{X} = 1$ );

$\Delta t$  – крок дискретизації ВП (інтервал між сусідніми спостереженнями).

Перехід від нормованої форми до форми з реальним розподілом ординат виконується за формулою

$$\xi_{0(i)}(x; t) = [V \xi_{0(i)}(\gamma_x; t) + 1] \bar{X}, \quad (3)$$

де  $\xi_{0(i)}(x; t)$  – ордината ВП кранового навантаження;

$\bar{X}$  та  $V$  – відповідно математичне сподівання та коефіцієнт варіації кранового навантаження.

Слід зазначити, що випадкове значення кранового навантаження  $x \geq 0$ , звідси  $\xi_{0(i)}(x; t) \geq 0$ . Ця нерівність забезпечується тим, що при формуванні реалізації нормованого нормального ВП  $\xi_{0(i)}(\gamma_x; t)$  значення  $\gamma_x \geq \gamma_{x(\text{гран})}$ , де  $\gamma_{x(\text{гран})} = -V^{-1}$ .

Здійснюючи перехід від безперервного ВП (реальний процес навантаження) до дискретної випадкової послідовності (модель ВП навантаження на ПЕОМ), інтервал між сусідніми спостереженнями  $\Delta t$  приймається з таких міркувань:

- зона кореляції  $t_k$  визначається з умови  $r(t_k) = 0.05$  (формула (1) при  $\tau = t_k$ );

- для стаціонарного ВП з експоненційноподібною НКФ співпадання схеми дискретної випадкової послідовності

з ВП забезпечується, якщо кількість перерізів НКФ  $n_r \cong 8 \div 16$ ;

- інтервал  $\Delta t$  обчислюється за формулою

$$\Delta t = \frac{t_k}{n_r}. \quad (4)$$

Мінімальна довжина реалізації визначається за методикою, яка полягає в підрахунку середньої частоти викидів процесу за рівень його математичного сподівання –  $\bar{n}_0$ . Залежність  $\bar{n}_0$  від  $T$  показує, що при  $T \geq T_{\min}$  значення  $\bar{n}_0$  є стабільними, тому за мінімально допустиму довжину реалізації приймається значення  $T_{\min}$ .

У роботах [1, 2, 3] виявлена залежність значення математичного сподівання  $\bar{X}_1$  від вагової характеристики  $\eta$  для мостових кранів з гнучким підвісом вантажу (у частках від нормативного значення від 1-го крана):

$$\bar{X}_1 = 0.66 - 0.243\eta \text{ при значенні стандарту } \hat{X}_1 = 0.131, \quad (5)$$

де  $\eta = Q/G_k$  – відношення вантажопідйомності крана  $Q$  до його маси  $G_k$ .

З урахуванням цього математична модель кранового навантаження набуде вигляду (у частках від нормативного значення від 1-го крана):

$$\xi_{0(i)}(x; t) = 0.66 + 0.131 \xi_{0(i)}(\gamma_x; t) - 0.243\eta. \quad (6)$$

Фрагмент реалізації ВП навантаження від мостового крана мартенівського цеху режиму БК в частках від нормативного значення від 1-го крана наведено на рис. 1 ( $\alpha = 6.6$  (1/год),  $\Delta t = 2$  хв,  $\eta = 0.5$ ). Даний ВП вертикального кранового навантаження представлено в чистому

вигляді (без прив'язки до конструкцій). Реальний ВП вертикального кранового навантаження на деяку піддослідну конструкцію являє собою послідовність імпульсів навантаження та нульових ділянок (відсутність навантаження).



Рис. 1. Реалізація ВПІ навантаження від мостового крана мартенівського цеху режиму БК в частках від нормативного значення від 1-го крана

Зв'язок між характеристиками (математичним сподіванням  $\bar{X}_2$ , стандартом  $\hat{X}_2$  та НКФ  $r_2(\tau)$ ) ВП з урахуванням нульових ділянок (ВП2) і відповідними характеристиками (математичним споді-

ванням  $\bar{X}_1$ , стандартом  $\hat{X}_1$  та НКФ  $r_1(\tau)$ ) ВП без урахування нульових ділянок (ВП1) знайдено за рекомендаціями [3, 4]. Для мостових кранів з гнучким підвісом вантажу

$$\bar{X}_2 = (1 - n_0)(0.66 - 0.243\eta), \quad (7)$$

$$\hat{X}_2 = \sqrt{(1 - n_0)[0.017 + n_0(0.66 - 0.243\eta)^2]}, \quad (8)$$

$$r_2(\tau) = \frac{0.017 r_1(\tau)[n_0(1 - n_0)\exp(-v\tau) + (1 - n_0)^2]}{(1 - n_0)[0.017 + n_0(0.66 - 0.243\eta)^2]} + \frac{(0.66 - 0.243\eta)^2 n_0(1 - n_0)\exp(-v\tau)}{(1 - n_0)[0.017 + n_0(0.66 - 0.243\eta)^2]}, \quad (9)$$

де  $V$  – інтенсивність пуассонівського потоку (значення  $V$  для різних мостових кранів змінюються в межах  $1 \div 2$  (1/год));

$n_0$  – імовірність відсутності мостового крана в прогонах, у яких він має

безпосередній вплив на підслідну конструкцію (частка нульових значень ВП).

Числова імовірнісна модель ВП2 кранового навантаження набуде такого вигляду:

$$\xi_{kp}(x;t) = (1 - n_0)(0.66 - 0.243\eta) \left[ \xi_0(\gamma_x;t) \sqrt{\frac{0.017 + n_0(0.66 - 0.243\eta)^2}{(1 - n_0)(0.66 - 0.243\eta)^2} + 1} \right], \quad (10)$$

де  $\xi_0(\gamma_x; t)$  – стаціонарний нормований нормальний ВП з НКФ формули (9), приведеною до вигляду формули (1).

Фрагмент реалізації ВП2 вертикального навантаження від мостового

крана мартенівського цеху режиму 6К в частках від нормативного значення від 1-го крана наведено на рис. 2 ( $n_0 = 0.5$ ,  $\eta = 0.5$ ).

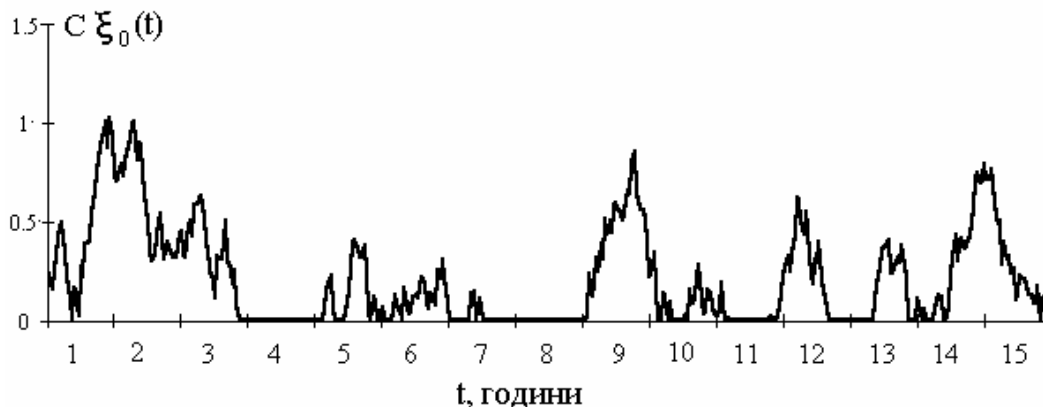


Рис. 2. Реалізація ВП2 навантаження від мостового крана мартенівського цеху режиму 6К в частках від нормативного значення від 1-го крана

### Модель вітрового навантаження.

Численні дослідження, що проводились з метою вивчення та опису дії вітру на будівлі та споруди [1, 2, 3], дали змогу виявити такі імовірнісні особливості вітрового навантаження, на базі яких будується математична модель:

- регулярні спостереження за вітром на метеорологічних станціях проводяться вісім разів на добу, тобто інтервал між сусідніми спостереженнями дорівнює 3 год;

- виявлено присутність річного тренда числових характеристик вітрового навантаження (математичного сподівання,

стандарту), тобто мінімально допустима довжина реалізації  $T_{\min} = 1$  рік;

- ВП вітрового навантаження є стаціонарним за частотною структурою, середньорайонні коефіцієнти варіації  $V_{wind}$  та асиметрії  $A_{wind}$  вітрового навантаження є постійними;

- найбільш придатним для опису ординат вітрового навантаження є розподіл Вейбулла.

Числова модель будується на моделі нормованого вейбулловського стаціонарного ВП  $\xi(\gamma_y)$  з заданою НКФ (1):

$$\xi_{(i)}(\gamma_y) = \frac{1}{V_{wind}} \left\{ \frac{1}{\Gamma(1 + \beta^{-1})} \{-\ln(I)\}^{1/\beta} - 1 \right\}, \quad (11)$$

де  $\Gamma(\bullet)$  – гама-функція;  $\beta$  – параметр розподілу Вейбулла;

$$I = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{a_L}^{\xi_{0(i)}(\gamma_x)} \exp[-0.5(\xi_{0(i)}(\gamma_x))^2] d\xi_{0(i)}(\gamma_x);$$

$\xi_{0(i)}(\gamma_x)$  – ординати нормованого нормального ВП (2) з параметром НКФ  $\alpha_0$ ;

$a_L$  – ліва межа інтегрування (зазвичай  $a_L \geq -5$ ).

Параметр  $\alpha_0$  знаходиться за заданою НКФ вітрового навантаження. Для числових імовірнісних моделей вітрового

навантаження окремих метеостанцій України значення  $\alpha_0$  наведені в табл. 1.

Таблиця 1

Значення параметра НКФ  $\alpha_0$  моделей вітрового навантаження для окремих метеостанцій України

Параметр НКФ	Метеостанції України		
	Івано-Франківськ	Вінниця	Семенівка
$\alpha_0, 1/\text{доба}$	2.044	1.617	1.097

Перехід від нормованої форми процесу до випадкового процесу з

реальним розподілом ординат виконується за формулою

$$\xi_{(i)}(x; t) = [V_{wind} \xi_{(i)}(\gamma_y; t) + 1] \bar{X}_{wind}(t), \quad (12)$$

де  $\xi_{(i)}(x; t)$  – ордината ВП вітрового навантаження;

$V_{wind}$  – коефіцієнт варіації розподілу ординат вітрового навантаження;

$\xi_{(i)}(\gamma_y; t)$  – ордината нормованого вейбулівського стаціонарного ВП;

$\bar{X}_{wind}(t)$  – функція тренда математичного сподівання вітрового навантаження.

Приклад річної реалізації ВП вітрового навантаження для метеостанції Вінниця наведено на рис. 3.

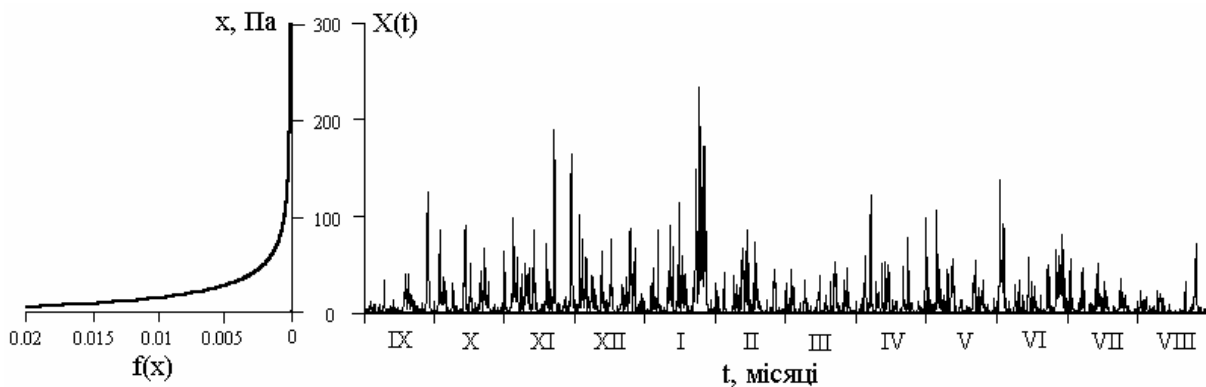


Рис. 3. Річна реалізація ВП вітрового навантаження для метеостанції Вінниця

**Модель снігового навантаження** базується на такій вихідній інформації:

- регулярні спостереження за сніговим покривом на території України ведуться раз на 5 діб;

- снігове навантаження можна подати у вигляді квазістаціонарного випадкового процесу з річним періодом нестационарності (річний тренд мають математичне сподівання і стандарт;

коефіцієнт варіації, НКФ та ефективна частота вважається постійними протягом року) [1, 2];

- найбільш придатним для опису ординат снігового навантаження для території України є поліномо-експоненційний розподіл третього ступеня [1–4];

- сніг діє на будівлі та споруди в зимовий період, тобто довжина реалізації  $T = T_{зими}$ . Специфічним для річного циклу снігового навантаження є наявність на початку (накопичення снігу) і в кінці (танення снігу) зими перехідних ділянок з нерегулярним сніговим покривом. Основна частина зими (від середньої дати початку  $t_{поч}$  до середньої дати кінця  $t_{кін}$ ) характеризується стабільним сніговим покривом з відносно високими значеннями навантаження, яка і має головний інтерес

при розрахунках конструкцій. Отже  $T_{зими} = t_{кін} - t_{поч}$ . Даний період і буде відображено в моделі.

В основу моделі снігового навантаження покладено нормований поліномо-експоненційний стаціонарний ВП  $\xi(\gamma_y; t)$  з заданою НКФ (1). Моделювання нормованого поліномо-експоненційного стаціонарного ВП зводиться до формування дискретних реалізацій нормованого нормального ВП та їх перетворення за формулою

$$\xi(\gamma_y) = P_0 + P_1[\xi_0(\gamma_x)] + P_2[\xi_0(\gamma_x)]^2 + P_3[\xi_0(\gamma_x)]^3 + P_4[\xi_0(\gamma_x)]^4 + P_5[\xi_0(\gamma_x)]^5 \quad (13)$$

де коефіцієнти полінома для окремих метеостанцій України наведені в табл. 2.

Таблиця 2

Коефіцієнти полінома числової імовірнісної моделі ВП снігового навантаження

Номер з/п	Коефіцієнт функції перетворення	Метеостанція України		
		Івано-Франківськ	Вінниця	Семенівка
1	$P_0$	- 0.02662	- 0.18393	0.21113
2	$P_1$	1.18273	0.9563	1.01538
3	$P_2$	0.15556	0.26648	0.1894
4	$P_3$	- 0.1361	- 0.03591	- 0.02464
5	$P_4$	- 1.91 · 10 <sup>-3</sup>	- 7.28 · 10 <sup>-3</sup>	- 2.95 · 10 <sup>-3</sup>
6	$P_5$	7.94 · 10 <sup>-3</sup>	1.64 · 10 <sup>-3</sup>	2.9 · 10 <sup>-4</sup>

Перехід від нормованої форми процесу до ВП з реальним розподілом ординат виконується за формулою

$$\xi_{(i)}(x; t) = [V_{snow}\xi_{(i)}(\gamma_y; t) + 1] \bar{X}_{snow}(t), \quad (14)$$

де  $V_{snow}$  – коефіцієнт варіації розподілу ординат снігового навантаження;

$\bar{X}_{snow}(t)$  – функція тренда математичного сподівання снігового навантаження. Випадкове значення

снігового навантаження завжди невід'ємне, тобто  $\xi(x; t) \geq 0$ , тому  $\gamma_y \geq -(V_{snow})^{-1}$ .

Приклад річної реалізації ВП снігового навантаження для метеостанції Семенівка наведено на рис. 4.



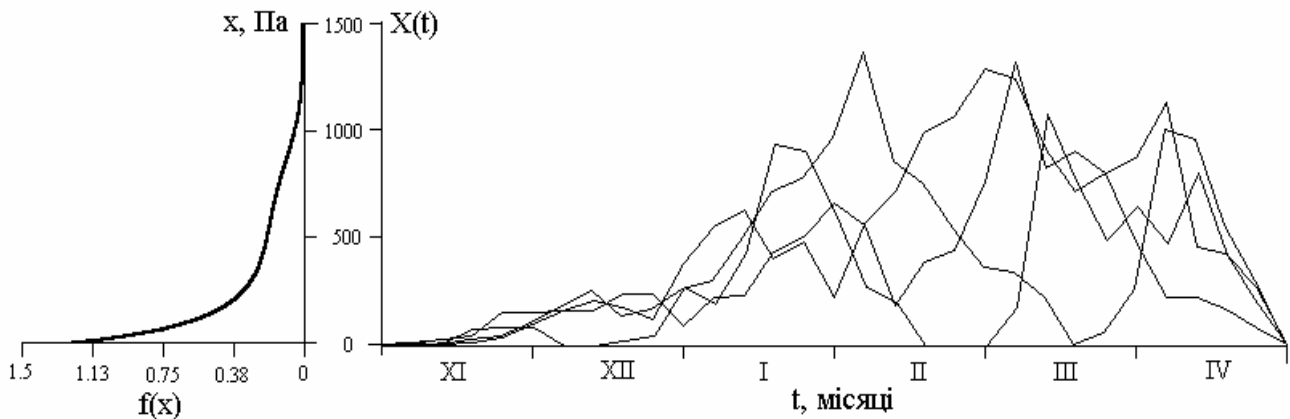


Рис. 4. Річні реалізація ВП снігового навантаження для метеостанції Семенівка

**Висновок.** Отримані за імовірнісними числовими моделями статистичні, частотні характеристики та розподіли викидів ВП добре узгоджуються з експериментальними даними. Розроблені моделі можна використовувати для знаходження додаткових

числових і частотних параметрів процесів, що моделюються, для моделювання сумісної дії випадкових навантажень або безпосередньо в розрахунках надійності елементів при дії одного з вищезгаданих випадкових навантажень.

#### Список використаних джерел

1. Северин, В. О. Імовірнісний розрахунок сталевих конструкцій на сумісну дію випадкових навантажень [Текст] : автореф. дис... канд. тех. наук: 05.23.01 / В. О. Северин. – Полтава : ПолтНТУ, 2001. – 19 с.
2. Пичугин, С. Ф. Надежность стальных конструкций производственных зданий [Текст] : монографія / С.Ф. Пичугин. – Полтава : ООО «Асми», 2009. – 452 с.
3. Перельмутер, А. В. Избранные проблемы надежности и безопасности строительных конструкций [Текст] / А. В. Перельмутер. – К. : Изд-во УкрНИИпроектстальконструкция, 1999. – 212 с.
4. Croce, P. The snow load in Europe and the climate change [Text] / Pietro Croce, Paolo Formichi, Filippo Landi // Climate Risk Management. – 2018. – P. 1-17. <https://doi.org/10.1016/j.crm.2018.03.001>.
5. Vynnykov, Y. Probabilistic analysis of deformed mode of engineering constructions' soil-cement grounds [Text] / Yuriy Vynnykov, Olena Voskobiinyk, Maksym Kharchenko, Valentyn Marchenko // MATEC Web Conf. Machine Modelling and Simulations. – 2017. – Vol. 157, No. 05012. – P. 1-8. <https://doi.org/10.1051/mateconf/201711602038>.
6. Chiganova, N. Reliability theory application for building structures reliability determination [Text] / Nadezhda Chiganova // MATEC Web Conf. Machine Modelling and Simulations. – 2017. – Vol. 157, No. 05012. – P. 1-7. <https://doi.org/10.1051/mateconf/20168602009>.
7. ДБН В.1.2-14-2009. Загальні принципи забезпечення надійності та конструктивної безпеки будівель, споруд, будівельних конструкцій та основ [Текст] / Мінрегіонбуд України. – К. : Мінрегіонбуд України, 2009. – 37 с.

8. ДБН В.1.2-2:2006. Навантаження і впливи [Текст] / Мінбуд України. – К. : Мінбуд України, 2006. – 75 с.

---

---

Северин Віталій Олексійович, канд. техн. наук, доцент кафедри будівельної та теоретичної механіки Полтавського національного технічного університету ім. Юрія Кондратюка. Тел. +380668838162. E-mail: navis12@ukr.net.

Северин Виталий Алексеевич, канд. техн. наук, доцент кафедры строительной и теоретической механики Полтавского национального технического университета им. Юрия Кондратюка. E-mail: navis12@ukr.net.

Severyn Vitaliy Alekseyevych PhD (Tech.), Associate professor, Department of Building and Theoretical Mechanics, Poltava National Technical University named after Yuri Kondratyuk. E-mail: navis12@ukr.net.

Стаття прийнята 09.07.2018 р.

---

---

---

---