

**БУДІВНИЦТВО ТА ЦИВІЛЬНА ІНЖЕНЕРІЯ (192)**

---

УДК 624.012.35:620.173/174

**РОЗРАХУНОК ТРІЩИНОСТІЙКОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ З  
УРАХУВАННЯМ РІВНІВ УТВОРЕННЯ НОРМАЛЬНИХ ТРІЩИН**

Д-р техн. наук В. М. Ромашко, старш. викл. О. В. Ромашко

**РАСЧЕТ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С УЧЕТОМ  
УРОВНЕЙ ОБРАЗОВАНИЯ НОРМАЛЬНЫХ ТРЕЩИН**

Д-р техн. наук В. Н. Ромашко, старш. преп. Е. В. Ромашко

**CALCULATION OF THE CRACK RESISTANCE OF REINFORCED CONCRETE  
ELEMENTS WITH ALLOWANCE FOR THE LEVELS OF NORMAL CRACKS  
FORMATION**

D. Sc. (Tech.) V. Romashko, senior lecturer O. Romashko

DOI: <https://doi.org/10.18664/1994-7852.181.2018.156429>

---

*Проаналізовано найважливіші недоліки існуючих методів розрахунку тріщиностійкості залізобетонних елементів з урахуванням багаторівневого утворення тріщин. На основі деформаційно-силової моделі опору бетону та залізобетону запропоновано інженерний метод розрахунку утворення та розкриття дискретних тріщин на експлуатаційних стадіях. Його простота обумовлена використанням нелінійної функції середніх напружень зчеплення арматури з бетоном на ділянках залізобетонного елемента між суміжними тріщинами.*

**Ключові слова:** залізобетонні елементи, тріщиностійкість, рівні утворення тріщин, середні напруження зчеплення.

*Проанализированы важнейшие недостатки существующих методов расчета трещиностойкости железобетонных элементов с учетом многоуровневого образования трещин. На основе деформационно-силовой модели сопротивления бетона и железобетона разработан инженерный метод расчета образования и раскрытия дискретных трещин на эксплуатационных стадиях. Его простота обусловлена использованием нелинейной функции средних напряжений сцепления арматуры с бетоном на участках железобетонного элемента между смежными трещинами.*

**Ключевые слова:** железобетонные элементы, трещиностойкость, уровни образования трещин, средние напряжения сцепления.

*The importance of the step formation of cracks in reinforced concrete elements for the modern theory of concrete and reinforced concrete is substantiated. The separate experimental investigations results and the major drawbacks of existing methods of calculating the reinforced concrete elements crack resistance are considered in detail, taking into account the process of multilevel formation and crack opening. Based on the basic provisions of the deformation and strength model of concrete and reinforced concrete resistance, an engineering method for*

*calculating the formation and disclosure of discrete cracks in the reinforced concrete elements and structures normal sections at the operational stages of their deformation is proposed. It is based on the determination of the active coupling of reinforcing concrete with expanded concrete, due to the known function of the average stresses of this bond. Dependences are obtained on the determination of the distances between adjacent cracks as one and different levels of their formation. The formula for determining the width of opening of normal cracks from the positions of successive accumulation of mutual displacements of reinforcement and concrete with their degree of formation is proposed. The developed method for calculating the degree of formation and disclosure of normal cracks in reinforced concrete elements develops and complements the generalized strain-force model of the resistance of concrete and reinforced concrete. It is implemented on the system of generally accepted static, geometric and physical relations of a deformed solid mechanics. The proposed calculation method simplicity is due to the use of the nonlinear function of the average stresses of the reinforcement bond with concrete on the sections of the reinforced concrete element between adjacent cracks. The main advantages of the developed calculation method in comparison with others are outlined.*

**Keywords:** reinforced concrete elements, crack resistance, crack formation levels, average adhesion stresses.

**Вступ.** Загалом питання тріщиностійкості залізобетонних елементів у теорії бетону та залізобетону завжди були та залишаються й понині одними з визначальних. І пов'язано це в першу чергу з необхідністю оцінки дійсного напружено-деформованого стану зазначених елементів в експлуатаційних стадіях. Але описати цей стан навіть наближено вкрай складно, оскільки довжина окремих блоків, на які послідовно ділиться залізобетонний елемент у процесі утворення тріщин, є змінною та залежить від дуже багатьох факторів.

Оскільки процес утворення та розкриття тріщин у залізобетоні веде до порушення його суцільності, то оцінку напружено-деформованого стану залізобетонних елементів намагаються пов'язувати з основними положеннями механіки руйнування. При цьому мало хто звертає увагу на те, що задача розрахунку відстаней між тріщинами в принципі не може мати точного аналітичного розв'язання через початкові усадкові мікророзриви суцільності бетону на поверхні його розтягнутої зони. Тому інженерні методи розрахунку тріщиностійкості залізобетонних елементів, що базуватимуться на загальних

закономірностях зміни відстаней між тріщинами та деформацій арматури і опору бетону зсуву на ділянках між тріщинами, залишатимуться актуальними і надалі.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Доволі детальна класифікація та ретельний аналіз численних досліджень тріщиностійкості залізобетонних елементів наведені в роботі [1]. При цьому варто вказати, що переважна більшість методів розрахунку за результатами згаданих досліджень розроблювалася для стадії стабілізованого тріщиноутворення залізобетонних елементів. Що ж до наявних методик розрахунку тріщиностійкості елементів з урахуванням багаторівневого утворення тріщин, то, не дивлячись на певне накопичення результатів експериментальних досліджень [2–8], вони є дуже обмеженими та знаходяться лише на стадії формування. За своєю спрямованістю ці методики можна класифікувати як такі, що ґрунтуються:

- на моделі «двоконсольного» елемента в перерізі з тріщиною [4];
- рішеннях строго в рамках механіки крихкого руйнування [8];
- моделях опору розтягнутого бетону зсуву арматури на ділянках між суміжними тріщинами [6, 9, 10].

Загалом «двоконсольний» елемент у перерізі з тріщиною використовують для переведення доволі складних залежностей механіки руйнування в менш складні залежності механіки деформованого твердого тіла [4]. Але основний недолік цього методу полягає в тому, що правильне виділення зазначеного «двоконсольного» елемента є доволі складною задачею, яка у свою чергу повинна бути ретельно ув'язана не тільки з напружено-деформованим станом поперечного перерізу залізобетонного елемента, але й закономірностями зчеплення арматури з бетоном.

Рішення, запропоновані строго в рамках механіки руйнування [8], є настільки складними, що сьогодні можуть бути реалізовані тільки програмно, зокрема за допомогою методу скінчених елементів. При цьому доволі часто втрачається або нівелюється фізична сутність процесу дійсного деформування залізобетонних елементів.

Щодо методик розрахунку, які базуються на моделях опору розтягнутого бетону зсуву арматури на ділянках між суміжними тріщинами, то їх можна розділити на три групи.

У методиках першої групи опір бетону зсуву арматури розглядається з позицій пружно-пластичного матеріалу зі зміцненням [6] і ґрунтується на використанні цілої низки істотних спрощень та емпіричних параметрів і коефіцієнтів. Через це зазначені методики дуже наближено відображують процеси тріщиностійкості залізобетонних елементів у реальних умовах свого деформування.

Методики другої групи передбачають ступінчасте числове інтегрування диференціального рівняння переміщення композита відносно арматурного стрижня [9] з використанням низки емпіричних параметрів і коефіцієнтів. Обумовлено це неможливістю прямого інтегрування сплайн-функції взаємного зміщення бетону і арматури на всьому діапазоні деформування залізобетонного елемента через її кускову апроксимацію.

Одними з найпростіших є методи третьої групи, за якими опір бетону зсуву арматури визначають за середніми напруженнями зчеплення арматури з бетоном на ділянці між суміжними тріщинами [10]. Однак виникає ціла низка застережень щодо їхньої методологічної обґрунтованості в питаннях:

- визначення дійсної кривини та жорсткості залізобетонного елемента в перерізах з тріщинами;

- оцінки стану елемента за станом матеріалів в окремих перерізах, з одного боку, і середніми напруженнями зчеплення арматури з бетоном на ділянці між суміжними тріщинами, з іншого боку;

- лінійності функції середніх напружень зчеплення арматури з бетоном на всьому діапазоні деформування залізобетонного елемента.

І, мабуть, найголовніше, що варто відзначити: жодна з вищезгаданих методик не може бути реалізована в інженерному безпрограмному варіанті. Універсальна методика розрахунку тріщиностійкості залізобетонних елементів, у тому числі з урахуванням рівнів утворення нормальних тріщин, повинна з однаковим успіхом реалізовуватися як в інженерному, так і програмному виконанні.

**Визначення мети та завдань дослідження.** Дані дослідження спрямовані на розроблення інженерного методу розрахунку утворення та розкриття дискретних тріщин на будь-яких стадіях деформування залізобетонних елементів. Для досягнення мети порушуються два основних завдання:

- максимальне забезпечення універсальності методу за допомогою основних положень деформаційно-силової моделі опору залізобетону [1, 11];

- забезпечення максимальної простоти методу завдяки використанню нелінійної функції середніх напружень зчеплення арматури з бетоном на ділянках залізобетонного елемента між суміжними тріщинами.

**Основна частина дослідження.** За деформаційно-силовою моделлю [1] виникнення нормальних тріщин першого рівня в залізобетонному елементі розраховують згідно з двома загальноприйнятими рівняннями рівноваги при граничних деформаціях розтягнутого бетону  $\varepsilon_{ctu}$ , що фіксуються за екстремальним критерієм його міцності  $dN_{ct}/d\varepsilon_{ct} = 0$  або приймаються рівними  $\varepsilon_{ctu} = 2f_{ctk}/E_{co}$ . При цьому відстань між тріщинами обчислюють з умови рівноваги

максимальних зусиль у розтягнутому бетоні  $N_{ct,cr} = f(\varepsilon_{ctu})$  і зусиль активного зчеплення на ділянці між тріщинами  $N_{bd,cr}$ .

Зусилля активного зчеплення арматури з розтягнутим бетоном за відомої функції середніх напружень цього зчеплення  $\tau_{bmi}$  можна визначати при утворенні тріщин відповідного рівня за формулою

$$N_{bd,cr} = \int_{s_r} u \cdot \tau_b(z) \cdot dz \cong u \cdot \tau_{bmi} \cdot s_{ri}, \quad (1)$$

де  $u$  – периметр перерізу арматурного стержня діаметром  $\varnothing_s$ , що має площу  $A_s$ , рівний  $u = 4 \cdot A_s / \varnothing_s$ ;

$s_{ri}$  – ділянка активного зчеплення арматурного стрижня з бетоном (відстань) між тріщинами відповідного рівня;

$\tau_{bmi}$  – значення середніх напружень зчеплення арматури з бетоном на ділянці між тріщинами відповідного рівня.

За результатами обробки численних експериментальних даних [12–14] їх пропонується обчислювати за таким степеневим виразом:

$$\tau_{bmi} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctk} \cdot (\sigma_{si} / \sigma_y)^{1-1/\eta_s}, \quad (2)$$

де  $\eta_1$  – коефіцієнт, що враховує профіль арматурного стрижня [1] за критерієм Рема;

$\eta_2$  – коефіцієнт, що враховує вплив діаметра арматури [15];

$f_{ctk}$  – характеристичне значення міцності бетону на розтяг;

$\sigma_{si}$  – напруження в арматурі в перерізі з тріщиною відповідного рівня;

$\sigma_y$  – граничні напруження в арматурі ( $\sigma_y = f_y$ );

$1/\eta_s$  – параметр інтенсивності зчеплення (для арматури періодичного профілю  $\eta_s = \eta_1$ , для арматури гладкого профілю  $\eta_s = 6 \cdot \eta_1$ ).

Отже, з урахуванням всіх вищенаведених положень, відстань між суміжними тріщинами першого рівня на рівні центра ваги розтягнутої арматури при напруженнях у ній  $\sigma_{si} = \varepsilon_{ctu} \cdot E_s$  можна визначати за такою залежністю:

$$s_{r1} = \frac{\varnothing_s}{4 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctk} \cdot (\varepsilon_{ctu} \cdot E_s / \sigma_y)^{1-1/\eta_s}} \cdot \frac{N_{ct,cr}}{A_s}. \quad (3)$$

Оскільки середні напруження зчеплення на ділянках між тріщинами є різними через прямий зв'язок з величиною нормальних напружень в арматурі, то в

згинальних елементах відстані між нормальними тріщинами нових і попередніх рівнів (рисунок) завжди різнитимуться між собою. Їх можна знаходити за виразами

$$S_{ri+1,j} = \frac{S_{ri,j} \cdot \tau_{bmi+1,j+1}}{\tau_{bmi+1,j} + \tau_{bmi+1,j+1}}; S_{ri+1,j+1} = \frac{S_{ri,j} \cdot \tau_{bmi+1,j}}{\tau_{bmi+1,j} + \tau_{bmi+1,j+1}}, \quad (4)$$

де  $j$  – номер нормальної тріщини (як правило, першої за порядком  $j = 1$ ) відповідного рівня їхнього утворення –  $i$ .

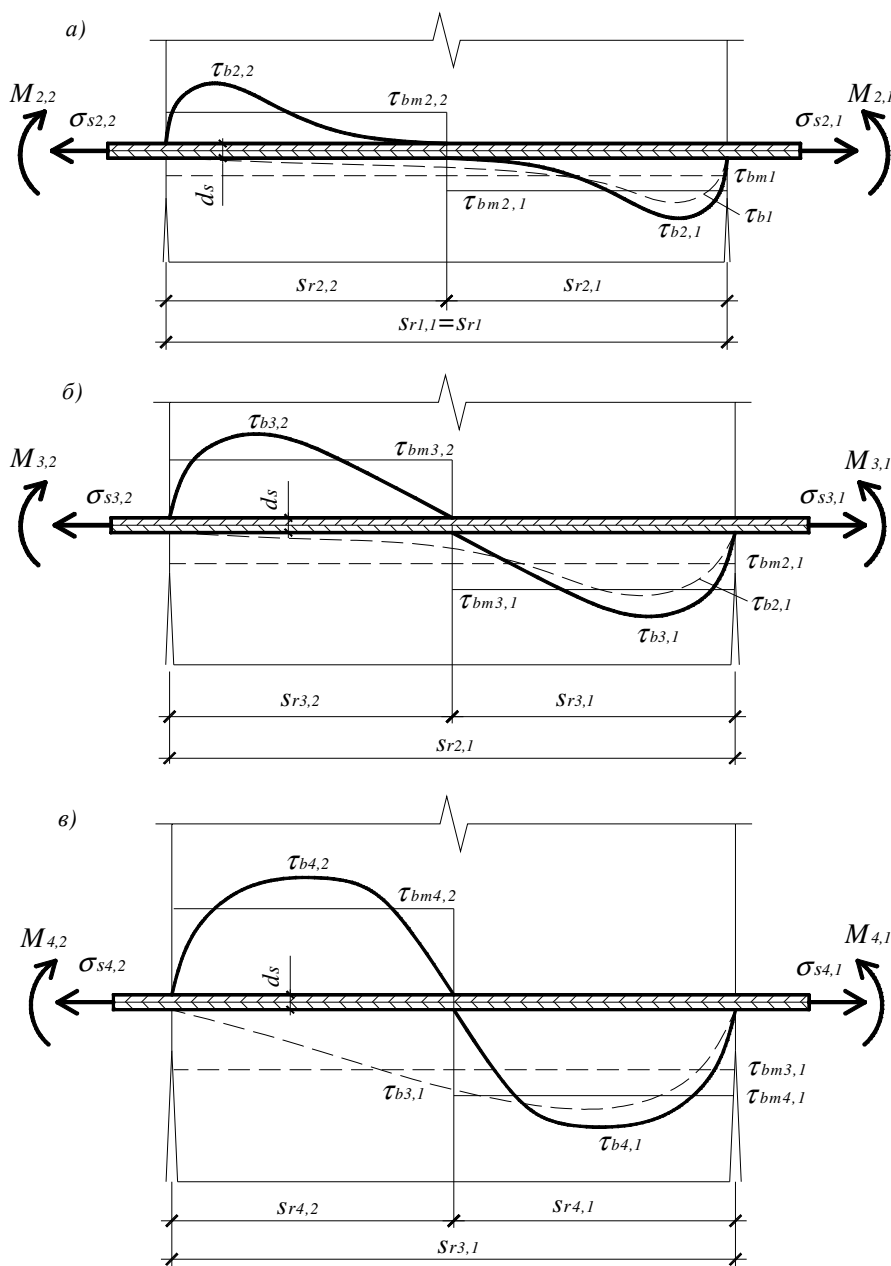


Рис. Схема зміни дотичних напружень зчеплення арматури з бетоном після утворення тріщин першого (а), другого (б) і третього (в) рівнів

Якщо ж знехтувати різницею напружень в арматурі в перерізах з суміжними тріщинами, то подальші розрахунки, у тому числі і ширини розкриття тріщин, можна суттєво спростити, прийнявши  $s_{ri+1} = s_{ri} / 2$ .

Розрахунок розкриття нормальних тріщин доцільно виконувати, за гіпотезою Томаса, з позицій послідовного накопичення взаємних зміщень арматури і бетону

$$w_k = s_{r1} \cdot \left( \sum_{i=1}^n \varepsilon_{sm,i} - \varepsilon_{ctm} \right) - s_{ri,j} \cdot \left( \sum_{i=2}^n \varepsilon_{sm,i} - \varepsilon_{ctm} \right) - \dots - s_{ri,j} \cdot \left( \sum_{i=n}^n \varepsilon_{sm,i} - \varepsilon_{ctm} \right), \quad (5)$$

де  $\varepsilon_{sm,i}$  – середні значення відносних деформацій розтягнутої арматури на ділянці між тріщинами певного рівня;

$\varepsilon_{ctm}$  – середні значення відносних деформацій розтягнутого бетону на тій самій ділянці.

Загалом середні деформації арматури на ділянці між тріщинами певного рівня слід визначати безпосередньо з діаграми стану елемента (за його кривиною) в осередненому перерізі блока між тріщинами  $\varepsilon_{sm,i} = f(1/r)$ . Що ж до середніх деформацій розтягнутого бетону на відповідній ділянці, то їх рекомендується обчислювати за формулою

$$\varepsilon_{ctm} = 0,5 \cdot \varepsilon_{ctu} \cdot (d - x) / (h_n - x), \quad (6)$$

де  $d$  – робоча висота поперечного перерізу залізобетонного елемента;

$h_n$  – повна висота поперечного перерізу того самого залізобетонного елемента.

Оскільки в деформаційно-силовій моделі [1] величина середніх деформацій арматури на ділянках між тріщинами

$w_k = 2 \int_{\hat{i}}^{0,5s_r} \varepsilon_{\tau}(z) dz$  на ділянках активного зчеплення, розміщених з обох боків від тріщини. А оскільки в залізобетонному елементі залежність взаємних зміщень арматури і розтягнутого бетону  $\varepsilon_{\tau}(z) = \varepsilon_s(z) - \varepsilon_{ct}(z)$  є доволі складною та не може бути описана єдиною функцією, то ширину розкриття нормальних тріщин з урахуванням вищевикладеного пропонується обчислювати за такою формулою:

контролюється за діаграмами стану залізобетонних елементів протягом всього процесу їх деформування, то це дозволяє зв'язати ширину розкриття нормальних тріщин з визначальними параметрами напружено-деформованого стану зазначених елементів замкненою системою загальноприйнятих статичних, геометричних і фізичних співвідношень або рівнянь механіки деформованого твердого тіла.

**Висновки.** Отже, зважаючи на результати, слід зазначити, що розроблена модель ступеневого утворення та розкриття нормальних тріщин:

- доповнює узагальнену модель деформування залізобетонних елементів;
- є універсальною, бо у своїй основі максимально позбавлена впливу емпіризму та прийнятна для будь-яких залізобетонних елементів, що зазнають неоднорідного деформування;
- враховує якісну та кількісну різницю між параметрами зчеплення арматури з бетоном і розглядає відстань між суміжними тріщинами як величину, що дискретно змінюється протягом усього процесу деформування;
- відображує залежність середніх дотичних напружень зчеплення арматури з

розтягнутим бетоном від низки факторів, включаючи вид і профіль арматури;

- безпосередньо пов'язує тріщиностійкість залізобетонних елементів з основними параметрами їх напружено-деформованого стану (значеннями кривини  $1/r_i$ , величинами згинальних моментів  $M_i$ , напруженнями в арматурі  $\sigma_{s,i}$ , її

деформаціями  $\epsilon_{s,i}$  тощо);

- дозволяє контролювати процес утворення та розкриття нормальних тріщин у залізобетонних елементах на будь-якій стадії їх деформування з позицій послідовного накопичення взаємних зміщень арматури відносно бетону.

### Список використаних джерел

1. Ромашко, В. М. Деформаційно-силова модель опору бетону та залізобетону [Текст] : монографія / В. М. Ромашко. – Рівне : О. Зень, 2016. – 424 с.
2. Молодченко, Г. А. Исследование процесса трещинообразования в железобетоне при растяжении [Текст] / Г. А. Молодченко // Строительные конструкции. – К. : Будівельник, 1972. – Вып. XIX. – С. 80-84.
3. Хакимов, Ш. А. Особенности трещинообразования в балках с различной толщиной защитного слоя бетона [Текст] / Ш. А. Хакимов // Воздействие статических, динамических и многократно повторяющихся нагрузок на бетон и элементы железобетонных конструкций; [под ред. А.А. Гвоздева]. – М. : Стройиздат, 1972. – С. 65-86.
4. Бондаренко, В. М. Расчётные модели силового сопротивления железобетона [Текст] / В. М. Бондаренко, В. И. Колчунов. – М. : Издательство «АСВ», 2004. – 472 с.
5. Peña, C. B. Serviceability behaviour of fibre reinforced polymer reinforced concrete beams: A thesis submitted for the degree of Doctor of Philosophy by the University of Girona [Text] / Cristina Barris Peña. – Universitat de Girona, 2010. – 336 p.
6. Майоров, В. И. От условной к точной модели расчета трещиностойкости железобетонных сечений [Текст] / В. И. Майоров, П. К. Кузьмин // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2011. – № 2. – С. 22-28.
7. Баширов, Х. З. Железобетонные составные конструкции транспортных зданий и сооружений [Текст] : автореф. дис... д-ра техн. наук: 05.23.01 / Х. З. Баширов. – М., 2013. – 48 с.
8. Shardakov, I. N. Process of cracking in reinforced concrete beams (simulation and experiment) [Text] / I. N. Shardakov, and etc. // Frattura ed Integrità Strutturale. – 2016. – vol. 3. – P. 339-350.
9. Alvarez, M. Einfluss des Verbundverhaltens auf das Verformungsvermögen von Stahlbeton: Abhandlung zur Erlangung des Titels Doktor der Technischen Wissenschaften [Text] / Manuel Alvarez. – Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich, 1998. – 189 p.
10. Кочкаръов, Д. В. Визначення ширини розкриття тріщин у центрально-розтягнутих залізобетонних елементах за багаторівневого процесу утворення тріщин [Текст] / Д. В. Кочкаръов // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. – 2014. – Вип. 28. – С. 228-236.
11. Romashko, V. The construction peculiarities of the deformation and power model of concrete and reinforced concrete resistance [Text] / V. Romashko, O. Romashko // MATEC Web of Conf. 116, 02028, 1-8 (2017).
12. Гараи, Т. Исследование анкеровки арматуры в бетоне [Текст] / Т. Гараи // Исследование прочности элементов железобетонных конструкций: сб. тр. НИИЖБ. – М. : Госстройиздат, 1959. – Вып. 5. – С. 78-109.

13. Adrouche, K. Influence of the constitutive parameters for steel-concrete association on bond strength under slow cyclic loading [Text] / K. Adrouche, M. Lorrain // *Materials and Structures*, RILEM. – 1987. – vol. 20. – P. 315-320.

14. Rashedul, K. Bond stress behavior between concrete and steel rebar: Critical investigation of pull-out test via Finite Element Modeling [Text] / K. Rashedul, I. Mashfiqul // *International Journal of Civil and Structural Engineering*. – 2014. – Vol. 5 (1). – P. 80-90.

15. Eurocode-2: Design of Concrete Structures. Part 1-1: General Rules and Rules for Building: EN 1992-1-1 [Final Draft, December, 2004], Brussels: CEN, 2004. – 226 p.

---

Ромашко Василь Миколайович, д-р техн. наук, доцент, завідувач кафедри основ архітектурного проектування, конструювання і графіки Національного університету водного господарства та природокористування (м. Рівне). Тел.: (097) 595-75-91. E-mail: romashkovasyl@gmail.com.

Ромашко Олена Василівна, старший викладач кафедри основ архітектурного проектування, конструювання і графіки Національного університету водного господарства та природокористування (м. Рівне). Тел.: (096) 131-99-17. E-mail: romashkoolena@gmail.com.

Ромашко Василій Николаевич, д-р техн. наук, доцент, заведуючий кафедрою основ архітектурного проектування, конструювання і графіки Національного університету водного господарства та природопользования (г. Ровно). Тел.: (097) 595-75-91. E-mail: romashkovasyl@gmail.com.

Ромашко Елена Васильевна, старший преподаватель кафедры основ архитектурного проектирования, конструирования и графики Национального университета водного хозяйства и природопользования (г. Ровно). Тел.: (096) 131-99-17. E-mail: romashkoolena@gmail.com.

Romashko Vasyl, D. Sc. (Tech.), associate professor, Head of Department Architectural Designing Bases, Constructing and Graphics National University of Water Management and Nature Recourses Use (Rivne). Tel.: (097) 595-75-91. E-mail: romashkovasyl@gmail.com.

Romashko Olena, senior lecturer, Department of Architectural Designing Bases, Constructing and Graphics National University of Water Management and Nature Recourses Use (Rivne). Tel.: (096) 131-99-17. E-mail: romashkoolena@gmail.com.

Статтю прийнято 25.10.2018 р.