

УДК 624.012.35:620.173/174

ОСНОВИ МОДЕЛЮВАННЯ БАГАТОРІВНЕВОГО УТВОРЕННЯ НОРМАЛЬНИХ ТРІЩИН У ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТАХ І КОНСТРУКЦІЯХ

Старш. викл. О. В. Ромашко, д-р техн. наук В. М. Ромашко

MODELING BASICS OF MULTILEVEL NORMAL CRACKS FORMATION IN REINFORCED CONCRETE ELEMENTS AND STRUCTURES

Sr. Lecturer O. V. Romashko, D. Sc. (Tech.) V. M. Romashko

DOI: <https://doi.org/10.18664/1994-7852.187.2019.196273>

Розроблено модель багаторівневого утворення нормальних тріщин. У її основу покладено найважливіші закономірності зчеплення арматури з бетоном. Виникнення перших нормальних тріщин першого рівня розраховують за граничними деформаціями розтягнутого бетону, що фіксуються за екстремальним критерієм його міцності. Відстані між тріщинами визначають за умовою рівноваги максимальних зусиль у розтягнутому бетоні та зусиль активного зчеплення на ділянці між тріщинами. Зусилля активного зчеплення пропонується обчислювати за нелінійною функцією середніх напружень цього зчеплення, обґрунтованою степеневим виразом.

Ключові слова: залізобетонні елементи, модель та рівні утворення тріщин, середні напруження зчеплення арматури і бетону.

The model of consistent multilevel normal cracks formation is an integral part of the generalized deformation and force model of reinforced concrete elements and structures resistance by force influences. It is based on the most important patterns of reinforcement adhesion with concrete. It is based on the fundamental relationships of the mechanics of a deformed solid, which are expressed by the generally recognized system of static, geometric, and physical relations. To reveal the internal static uncertainty of the reinforced concrete elements cross-section, this system is supplemented by the analytical dependence of the state diagram of the reinforced concrete element and the function of compressed concrete boundary deformation.

The first normal cracks occurrence of the first level in the reinforced concrete element is determined by the boundary deformations of the stretched concrete, which are fixed by the extreme criterion of its strength.

The distances between the cracks are determined by the equilibrium of the maximum forces in the stretched concrete and the active adhesion forces in the area between the cracks. The force of reinforcement active coupling with concrete is proposed to be calculated by the nonlinear function of the average stresses of this coupling, justified by the power of expression. It is shown that for a centrally stretched reinforced concrete element, the distance between the first level cracks is inversely proportional to its reinforcement coefficient. The magnitude of the normal stresses in the tensile reinforcement at which cracks of the second level will begin to form is established.

It is substantiated why for bending reinforced concrete elements the distances between normal cracks of new and previous levels will always differ from each other. In the developed

model, the width of the most dangerous normal crack opening is calculated from the positions of successive accumulation of reinforcement and concrete mutual displacements.

The developed technique is the basis of the engineering method of calculating the formation and discrete cracks opening at the operational stages of reinforced concrete elements deformation.

Keywords: reinforced concrete elements, model and levels of cracks formation, average adhesion stresses of reinforcement and concrete.

Вступ. Питання тріщиностійкості залізобетонних елементів і конструкцій завжди були одними із пріоритетних у теорії бетону та залізобетону. При проектуванні зазначених елементів завжди виникала необхідність у розрахунку основних параметрів, здатних якнайточніше характеризувати їх напружено-деформований стан у експлуатаційній стадії.

У силових моделях реальний процес утворення та розвитку тріщин неможливо було відтворити навіть наближено. Обумовлювалося це тим, що в їх основу закладалися ідеалізовані прямокутні епюри напружень у стиснутому бетоні без залучення до розрахунків гіпотези плоских перерізів.

Запровадження деформаційних моделей у сучасну практику проектування залізобетонних елементів і конструкцій заклало певні можливості відтворення реальних процесів багатоступеневого утворення та розкриття тріщин завдяки використанню дійсних діаграм деформування матеріалів та гіпотези плоских перерізів. Однак зазначені можливості у більшості випадків українською важко реалізувати через внутрішню статичну невизначеність перерізу залізобетонних елементів і конструкцій.

Ще більшими можливостями щодо ефективного моделювання реального процесу послідовного багатоступеневого утворення та розкриття тріщин наділена деформаційно-силова модель опору залізобетонних елементів і конструкцій силовим впливам. Ці можливості обумовлені насамперед використанням додаткової аналітичної залежності узагальненої діаграми стану залізобетонних елементів «момент-кривина».

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питанням тріщиностійкості залізобетонних елементів і конструкцій присвячено багато робіт вітчизняних та закордонних дослідників [1]. Однак дослідження, у яких відтворювалися б реальні процеси поступового багаторівневого утворення тріщин, на сьогодні є дуже обмеженими. Їх об'єднує те, що всі вони супроводжуються безпосереднім моделюванням зчеплення арматури з бетоном. Взаємодія арматури з бетоном вибудовується за основними положеннями механіки деформованого твердого тіла або механіки руйнування.

У рамках механіки деформованого твердого тіла багаторівневе утворення тріщин моделюється за допомогою:

- діаграм зміщення арматури відносно розтягнутого бетону на ділянках між суміжними тріщинами [2–4];
- середніх напружень зчеплення арматури з бетоном у блоці між нормальними тріщинами [5].

Відтворити процес зчеплення арматури з бетоном за допомогою діаграм їх взаємного зміщення доволі складно. Результати численних досліджень показують, що сам вигляд зазначених діаграм у процесі деформування залізобетонних елементів і конструкцій постійно змінюється [6–9]. Тому їх безпосереднє інтегрування задля визначення зусиль зчеплення стає практично неможливим.

Водночас середні напруження зчеплення арматури з бетоном дають змогу у найпростіший спосіб моделювати процеси багаторівневого утворення тріщин. Однак реалізація цього способу в дослідженнях [5] викликає низку серйозних застережень щодо:

- лінійності зв'язку між середніми напруженнями зчеплення арматури з бетоном та крайовими нормальними напруженнями в арматурному стержні незалежно від рівня деформування залізобетонного елемента;

- правомірності визначення в залізобетонному елементі першої тріщини першого рівня за екстремальним критерієм $dM_w / d\varepsilon = 0$;

- правомірності використання виразу $dM / d\varepsilon = 0$ як екстремального критерію загалом.

Моделювання багаторівневого утворення тріщин у рамках механіки руйнування здійснюється за допомогою «двоконсольного» елемента в перерізі з тріщиною [10, 11] або строго числовими способами [12–15].

Модель «двоконсольного» елемента в перерізі з тріщиною на сьогодні залишається доволі складною, а в окремих питаннях навіть суперечливою. Зокрема, зменшення деформацій розтягнутого бетону в зоні досліджуваних тріщин автори [10, 11] пояснюють появою в цій зоні стискаючих напружень. А чи не є причиною подібного явища деформації пружної післядії, що проявляються з поступовим послабленням зчеплення арматури з бетоном при утворенні нових тріщин? Крім того, для цієї моделі ретельна ув'язка напружено-деформованого стану залізобетонного елемента із закономірностями зчеплення арматури з бетоном теж залишається доволі проблематичною.

Числові способи [12–15] є ітераційними, а тому реалізуються тільки

програмно за допомогою методу скінченних елементів. Їх інженерна осяжність доволі часто втрачається, оскільки повністю або частково нівелюється фізична сутність не тільки процесів зчеплення арматури з бетоном, але й стадій утворення тріщин у залізобетонному елементі.

Мета та задачі досліджень. Ці дослідження спрямовані на розробку узагальненої моделі послідовного багаторівневого утворення нормальних тріщин у залізобетонних елементах і конструкціях. Зазначену модель пропонується покласти в основу інженерного методу розрахунку ступеневого утворення і розкриття тріщин на будь-якій стадії деформування залізобетонних елементів. При цьому до вирішення ставиться два основних завдання:

- розроблювана модель повинна залишитись інженерно осяжною;

- вона повинна з однаковим успіхом реалізовуватися як у числових, так і в аналітичних (експресних) розрахунках тріщиностійкості залізобетонних елементів та конструкцій.

Основна частина досліджень. Насамперед зауважимо, що розроблювана модель послідовного багаторівневого утворення нормальних тріщин виступає складовою частиною узагальненої деформаційно-силової моделі опору залізобетонних елементів і конструкцій силовим впливам. Тому вона теж ґрунтується на основних співвідношеннях механіки деформованого твердого тіла (МДТТ), що виражені загальноновизнаною системою рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} & \bullet \text{ статичних } M = f(\varepsilon_c, \varepsilon_{ct}, \varepsilon_s), \quad N = f(\varepsilon_c, \varepsilon_{ct}, \varepsilon_s); \\ & \bullet \text{ геометричних } 1/r = f(\varepsilon_c, \varepsilon_{ct}, \varepsilon_s); \\ & \bullet \text{ фізичних (стану матеріалів) } \sigma_c = f(\varepsilon_c), \sigma_{ct} = f(\varepsilon_{ct}), \sigma_s = f(\varepsilon_s) \end{aligned} \right\} (1)$$

з її доповненням аналітичною залежністю діаграми стану елемента $M - 1/r$ та функцією граничних деформацій стиснутого

бетону $\varepsilon_{cu} = f(\varepsilon_{si}, \rho_{li}, x_{si}, m_h, m_b)$ в залізобетонному елементі [1].

За таких умов виникнення перших нормальних тріщин першого рівня в залізобетонному елементі розраховують за граничними деформаціями розтягнутого бетону ε_{ctu} , що фіксуються за екстремальним критерієм його міцності $dN_{ct} / d\varepsilon_{ct} = 0$ або несучої здатності $dM_{ct} / d(1/r) = 0$ чи приймаються рівними $\varepsilon_{ctu} = 2f_{ctk} / E_{c0}$. Застосування критерію $dM_w / d\varepsilon = 0$ для визначення моменту появи тріщин [4] не є коректним, оскільки у цьому випадку максимальну несучу здатність втрачає тільки розтягнутий бетон, а не елемент у цілому. До того ж вираз $dM / d\varepsilon = 0$ не можна вважати критерієм взагалі. На відміну від вказаного виразу критерій Ферма $dM / d(1/r) = 0$ за фізичним змістом характеризує жорсткість (E_c – для центрально завантажених бетонних елементів, EA – для центрально завантажених залізобетонних елементів, EI – для згинальних та позацентрово завантажених елементів), за якою зазначені елементи втрачають свою несучу здатність.

Що ж до відстаней між тріщинами s_{r1} , то їх необхідно визначати за умовою рівноваги максимальних зусиль у розтягнутому бетоні $N_{ct,cr} = f(\varepsilon_{ctu})$ та зусиль активного зчеплення на ділянці між тріщинами $N_{bd,cr}$. Зазначене зусилля

активного зчеплення арматури з розтягнутим бетоном пропонується обчислювати за нелінійною функцією середніх напружень цього зчеплення τ_{bmi} , обґрунтованою в [16, 17] таким степеневим виразом:

$$\tau_{bmi} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctk} \cdot (\sigma_{si} / \sigma_y)^{1-1/\eta_s} \quad (2)$$

де η_1 – коефіцієнт, що враховує профіль арматури [1] за критерієм Рема;

η_2 – коефіцієнт, що враховує вплив діаметра арматури [18, 19];

f_{ctk} – характеристичне значення міцності бетону на розтяг;

σ_{si} – напруження в арматурі у перерізі з тріщиною відповідного рівня;

σ_y – граничні напруження в арматурі ($\sigma_y = f_{yk}$);

$1/\eta_s$ – параметр інтенсивності зчеплення (для арматури періодичного профілю $\eta_s = \eta_1$, для арматури гладкого профілю $\eta_s = 6 \cdot \eta_1$).

Тоді, з урахуванням вищевикладеного, відстань між двома суміжними тріщинами першого рівня на рівні центра ваги розтягнутої арматури, за напружень у ній $\sigma_{s1} = \varepsilon_{ctu} \cdot E_s$, слід обчислювати за виразом

$$s_{r1} = \frac{\varnothing_s}{4 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctk} \cdot (\varepsilon_{ctu} \cdot E_s / f_{yk})^{1-1/\eta_s}} \cdot \frac{N_{ct,cr}}{A_s} \quad (3)$$

Для центрально розтягнутого елемента (рис. 1) відстань між зазначеними тріщинами буде обернено пропорційною до

коефіцієнта його поздовжнього армування $\rho_{l,t} = A_s / N_{ct,cr}$

$$s_{r1} = \frac{\varnothing_s}{4 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot (\varepsilon_{ctu} \cdot E_s / f_{yk})^{1-1/\eta_s} \cdot \rho_{l,t}} \quad (4)$$

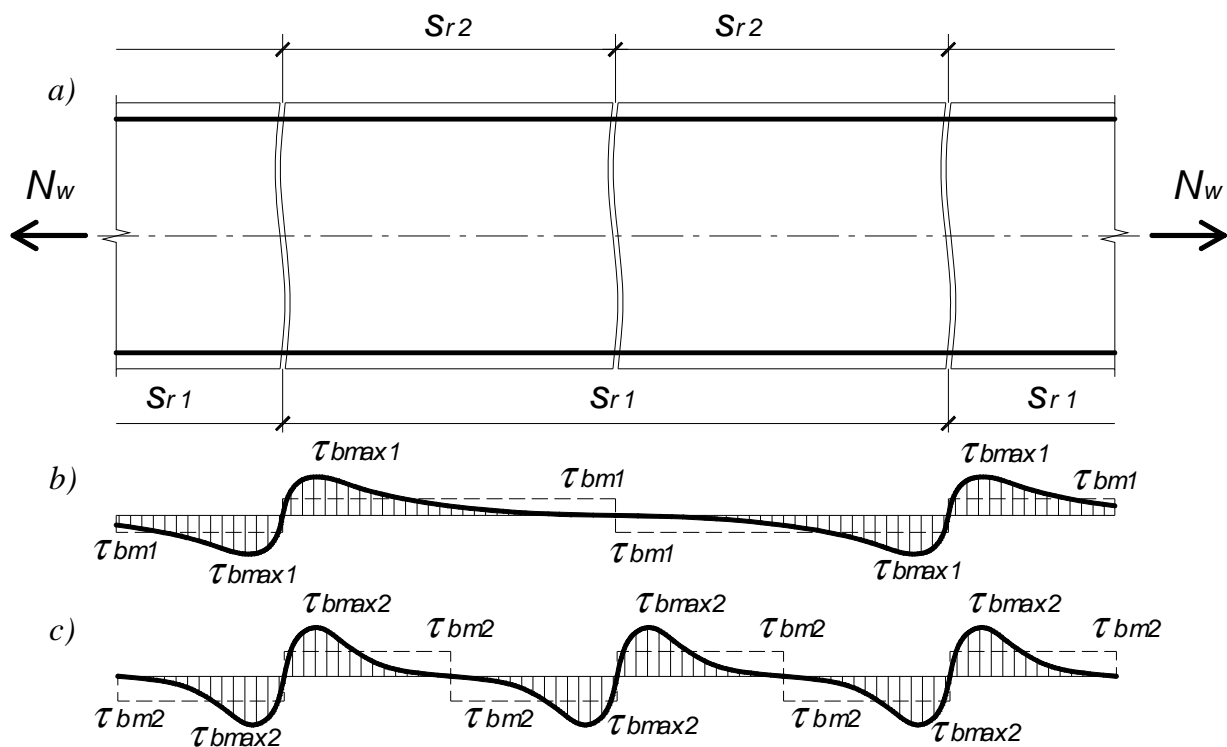


Рис. 1. Схема (а), перший (b) та другий (c) рівні утворення тріщин у центрально розтягнутому елементі з відповідними епюрами напружень зчеплення

Якщо врахувати, що відстань між тріщинами другого рівня зменшиться вдвічі $s_{r2} = s_{r1} / 2$, то напруження, за яких ці

тріщини почнуть утворюватися, можна визначати за такою залежністю:

$$\sigma_{s2} = f_{yk} \cdot \left(\frac{\varnothing_s}{2 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot s_{r1} \cdot \rho_{l,t}} \right)^{\frac{\eta_s}{\eta_{s-1}}} \quad (5)$$

У згинальних елементах (рис. 2) відстані між суміжними тріщинами першого рівня теж слід обчислювати за виразом (3), але максимальні зусилля в бетоні розтягнутої зони $N_{ct,cr} = f(\varepsilon_{ctu})$ необхідно визначати з використанням системи рівнянь (1). Оскільки нормальні напруження в арматурі у межах ділянок між тріщинами є змінними, то середні напруження зчеплення на цих ділянках за

виразом (2) теж будуть різними. А це означає, що відстані між нормальними тріщинами нових та попередніх рівнів (рис. 2) теж завжди різнитимуться між собою. Зогляду на рівність зусиль зчеплення [17] по обидва боки від імовірної тріщини другого рівня, відстані до неї від тріщин першого рівня (рис. 2) визначатимемо за такими виразами:

$$s_{r2,1} = \frac{s_{r1,1} \cdot \tau_{bm2,2}}{\tau_{bm2,1} + \tau_{bm2,2}} ; s_{r2,2} = \frac{s_{r1,1} \cdot \tau_{bm2,1}}{\tau_{bm2,1} + \tau_{bm2,2}} \quad (6)$$

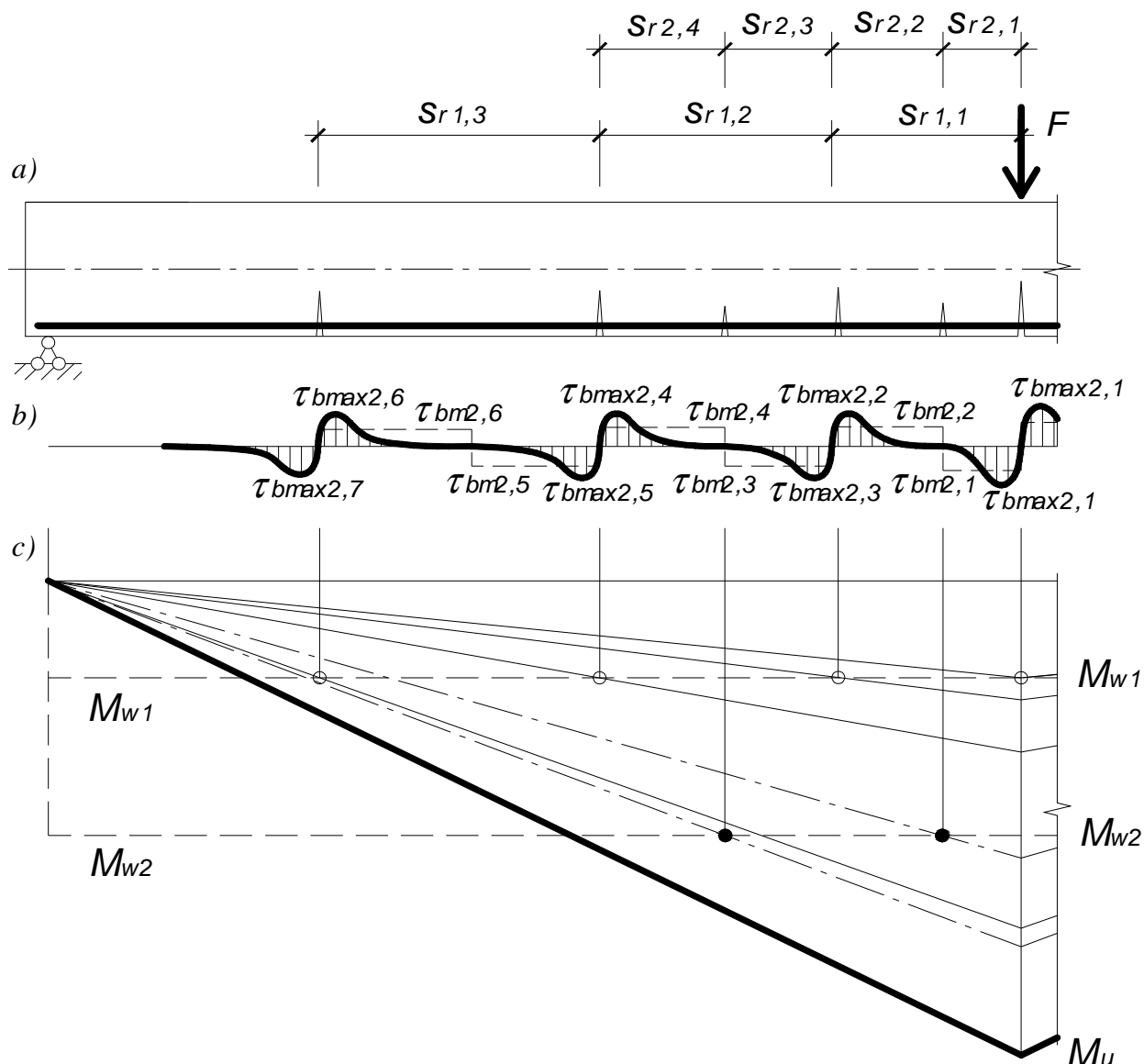


Рис. 2. Схема рівневого утворення тріщин (a), відповідні епюри напружень зчеплення (b) та моментів (c) у згинальному елементі

Аналогічно визначаються відстані і між тріщинами всіх попередніх та наступних рівнів. Для більшості залізобетонних елементів достатньо розглянути 2...3 рівні утворення тріщин.

Розкриття нормальних тріщин розраховуємо згідно з гіпотезою Томаса з позицій послідовного накопичення взаємних зміщень арматури і бетону

$$w_k = 2 \int_{\hat{i}}^{0,5s_r} \varepsilon_{\tau}(z) dz \text{ на ділянках активного}$$

зчеплення, розмішених з обох боків від тріщини [17]. Пряме інтегрування залежності взаємних зміщень арматури і бетону $\varepsilon_{\tau}(z)$ виконати практично не можливо, оскільки вона не може бути описана єдиною неперервною функцією. Тому загальну ширину розкриття найнебезпечнішої нормальної тріщини пропонується обчислювати за спрощеною формулою

$$w_k = s_{r1,1} \cdot (\varepsilon_{sm,1} + \varepsilon_{sm,2} + \Delta\varepsilon_{sm,2} - \varepsilon_{ctm}) - s_{r2,1} \cdot (\varepsilon_{sm,2} + \Delta\varepsilon_{sm,2} - \varepsilon_{ctm}), \quad (7)$$

де $\varepsilon_{sm,1}$ – приріст середніх відносних деформацій розтягнутої арматури на ділянці між тріщинами від початку завантаження до моменту утворення другої (наступної) тріщини першого рівня;

$\varepsilon_{sm,2}$ – те ж саме від появи другої (наступної) тріщини першого рівня до моменту утворення тріщини другого рівня;

$\Delta\varepsilon_{sm,2}$ – те ж саме від появи тріщини другого рівня до моменту досягнення експлуатаційного навантаження;

ε_{ctm} – середні значення граничних деформацій розтягнутого бетону на ділянках між тріщинами.

Середні деформації арматури на ділянках між тріщинами слід визначати безпосередньо за діаграмою стану елемента $M - 1/r$ при використанні гіпотези плоских $\varepsilon_{sm,i} = f(1/r)$. Середні деформації розтягнутого бетону на відповідній ділянці можна обчислювати згідно із [17] або взагалі не враховувати.

Висновки. Таким чином, завдяки вищенаведеним дослідженням розроблена модель рівневого утворення та розкриття нормальних тріщин, яка:

- виступає складовою частиною узагальненої моделі деформування залізобетонних елементів;
- зберігає фізичну сутність та враховує найважливіші закономірності процесів зчеплення арматури з бетоном;
- є універсальною, бо залишається прийнятною для будь-яких залізобетонних елементів і конструкцій, що зазнають як однорідного, так і неоднорідного деформування;
- покладена в основу експрес-методів розрахунку утворення та розкриття нормальних тріщин;
- є узагальненою, бо пов'язує рівні утворення тріщин у залізобетонних елементах з основними параметрами їх напружено-деформованого стану (кривою $1/r_i$, згинаючими моментами M_i , напруженнями в арматурі $\sigma_{s,i}$ та її деформаціями $\varepsilon_{s,i}$ тощо);
- залишається інженерно осяжною та придатною як до програмної, так і інженерної реалізації в практичних розрахунках.

Список використаних джерел

1. Ромашко В. М. Деформаційно-силова модель опору бетону і залізобетону: монографія. Рівне: О. Зень, 2016. 424 с.
2. Майоров В. И., Кузьмин П. К. От условной к точной модели расчета трещиностойкости железобетонных сечений. *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2011. № 2. С. 22–28.
3. Alvarez M. Einfluss des Verbundverhaltens auf das Verformungsvermögen von Stahlbeton: Abhandlung zur Erlangung des Titels Doktor der Technischen Wissenschaften. Zürich: Eidgenössischen Technischen Hochschule, 1998. 189 p.
4. Khalfallah S. Tension stiffening bond modelling of cracked flexural reinforced concrete beams. *Journal of Civil Engineering and Management*. 2008. Vol. 14, No. 2. P. 131–137. (Web of Seins).
5. Кочкаръов Д. В. Нелінійний опір залізобетонних елементів і конструкцій силовим впливам: автореф. дис... д-ра техн. наук: 05.23.01. Полтава, 2018. 44 с.
6. Mirza S. A., Houde J. Study of Bond-Slip Relationships in Reinforced Concrete. *ACI Journal*. January 1979. Vol. 76, No.1. P. 19–46. (SCOPUS).

7. Eligehausen R., Popov E. P., Bertero V. V. Local bond stress-slip relationships of deformed bars under generalized excitations: Report No. UCB/EERC-83/23. Berkeley: Earthquake Engineering Research Center of California University, 1983. 169 p.
8. Shima H., Chou L.-L., Okamura H. Micro and macro models for bond in reinforced concrete. *Journal of the Engineering Faculty of Tokyo University*. 1987. Vol. XXXIX, No. 2. P. 133–194.
9. Harajli M. H., Hout M.A., Jalkh W. Local bond stress-slip behavior of reinforced bars embedded in plain and fiber concrete. *ACI Materials Journal*. 1995. Vol. 92, No. 4. P. 343–353. (SCOPUS).
10. Бондаренко В. М., Колчунов В. И. Расчётные модели силового сопротивления железобетона: монография. Москва: АСВ, 2004. 472 с.
11. Яковенко І. А. Моделі деформування залізобетону на засадах механіки руйнування: автореф. дис... д-ра техн. наук: 05.23.01. Полтава, 2018. 44 с.
12. Карпенко Н. И. Общие модели механики железобетона. Москва: Стройиздат, 1996. 416 с.
13. Веселов А. А. Нелинейная теория сцепления арматуры с бетоном и ее приложения: дис. д-ра техн. наук: 05.23.01 / Санкт-Петербургский гос. арх.-строит. ун-т. Санкт-Петербург, 2000. 320 с.
14. Конечно-элементное моделирование процессов неупругого деформирования и разрушения элементов железобетонных конструкций / А. В. Бенин и др. *Морские интеллектуальные технологии*. 2011. № 3. С. 105-108.
15. Process of cracking in reinforced concrete beams (simulation and experiment) / I. N. Shardaikov et al. *Frattura ed Integrità Strutturale*. 2016. Vol. 38. P. 339–350. (SCOPUS).
16. Ромашко О. В., Ромашко В. М. Щодо оцінювання зчеплення арматури з бетоном. *Зб. наук. праць Укр. держ. ун-ту залізнич. трансп.* Харків: УкрДУЗТ. 2018. Вип. 179. С. 92–99.
17. Ромашко В. М., Ромашко О. В. Розрахунок тріщиностійкості залізобетонних елементів з урахуванням рівнів утворення нормальних тріщин. *Зб. наук. праць Укр. держ. ун-ту залізнич. трансп.* Харків: УкрДУЗТ. 2018. Вип. 181. С. 58-65.
18. ДСТУ Б В.2.6-156: 2010. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування. [Чинний від 01.06.11]. Київ: Мінрегіонбуд України, 2011. 123 с. (Стандарт України).
19. EN 1992-1-1. Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings. [Final Draft, December, 2004]. Brussels: CEN. 2004. 225 p. (Європейський стандарт).

Ромашко Олена Василівна, старш. викл. кафедри основ архітектурного проектування, конструювання і графіки Національного університету водного господарства та природокористування. Тел.: (096) 131-99-17. E-mail: romashkoolena@gmail.com.

Ромашко Василь Миколайович, д-р техн. наук, доцент, завідувач кафедри основ архітектурного проектування, конструювання і графіки Національного університету водного господарства та природокористування. Тел.: (097) 595-75-91. E-mail: romashkovasy1@gmail.com.

Romashko Olena Vasylivna, Senior Lecturer, Department of Architectural Designing Bases, Constructing and Graphics, National University of Water Management and Nature Recourses Use. Tel.: (096) 131-99-17. E-mail: romashkoolena@gmail.com.

Romashko Vasy1 Mykolayovych, D. Sc. (Tech.), associate professor, head of Chair of Architectural Designing Bases, Constructing and Graphics National University of Water Management and Nature Recourses Use. Tel.: (097) 595-75-91. E-mail: romashkovasy1@gmail.com.

Статтю прийнято 10.10.2019 р.