

УДК 624.012.35:620.173/174

## МОДЕЛЮВАННЯ ЗЧЕПЛЕННЯ АРМАТУРИ З БЕТОНОМ В ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТАХ

Старш. викл. О. В. Ромашко-Майструк

## MODELING OF REINFORCEMENT-CONCRETE ADHESION IN REINFORCED CONCRETE ELEMENTS

Sr. Lecturer O. V. Romashko-Maistruk

---

DOI: <https://doi.org/10.18664/1994-7852.190.2020.213925>

---

**Анотація.** Розроблено загальну модель зчеплення арматури з бетоном, яка залишається актуальною для будь-якої стадії деформування залізобетонних елементів. Від інших моделей вона відрізняється відносною простотою та спрямованістю на задоволення основних вимог інженерів-проектувальників. В її основу покладено функцію універсального параметра – зусилля зчеплення арматурного стержня з бетоном уздовж поверхні їх контакту. Вказані зусилля рекомендується визначати за допомогою середніх напружень зчеплення арматури з бетоном, функція яких є нелінійною по відношенню до нормальних напружень в арматурі. Отримано залежності з визначення напружень взаємодії арматури з бетоном на різних ділянках залізобетонного елемента.

**Ключові слова:** залізобетонні елементи, модель, зчеплення, критерій, арматура, бетон.

**Abstract.** The research is based on mathematical modeling of the adhesion parameters of the reinforcement with concrete along the conditional cylindrical surface of their contact. The detailed classification and thorough critical analysis of existing models of reinforcement to concrete adhesion by mathematical solution and schemes of their contact interaction are given. A general model of reinforcement to concrete adhesion has been developed, which remains relevant for any stage of reinforced concrete elements deformation. It differs from other models in its relative simplicity and in that it is aimed at satisfying the basic requirements of design engineers. The developed model is based on the function of a universal parameter - the adhesion forces of reinforcement to concrete along its conditional cylindrical surface. It is substantiated why the limiting values of the adhesion forces in the area between normal cracks remain unchanged and equal to the limiting forces in tensile concrete. It is recommended to determine the bond forces in the simplest way using the average bond stresses between reinforcement and concrete in the areas between two adjacent normal cracks.

It has been established that, in relation to normal stresses in the reinforcement itself, the function of average bond stresses is nonlinear. An analytical dependence is proposed for determining the normalized value of the coefficient, taking into account the index of reinforcement to concrete adhesion. These dependences are obtained for determining the most important power parameters (both forces and stresses) of the interaction of reinforcement with concrete and

*calculating the levels of their adhesion at any stage of reinforced concrete element and structures deformation.*

*It is proposed to associate the development of processes of local violation of adhesion between reinforcement and concrete with the levels of formation and opening of normal cracks in reinforced concrete elements. At the same time, the force criterion for breaking the bond between reinforcement and concrete is tied to the extreme criterion of concrete tensile strength.*

**Keywords:** reinforced concrete elements, model, adhesion, criterion, reinforcement, concrete.

**Вступ.** Побудова загальної теорії зчеплення арматури з бетоном продовжує й надалі залишатися одним із основних завдань в теорії залізобетону. Сьогодні, із запровадженням в практику проектування так званих деформаційних методик, його значимість починає ще більше зростати. Однак і досі переважна більшість методик розрахунку залізобетонних елементів та конструкцій, у тому числі і за чинними нормативними документами [1, 2], взаємодію арматури з бетоном враховують лише опосередковано або ж повністю ігнорують.

Загалом відомо, що зчеплення арматури з бетоном залежить від надзвичайно великої кількості різноманітних факторів. Їх спільний вплив на взаємодію арматури з бетоном врахувати вкрай складно і навіть практично неможливо. Тому зосередитись слід на найбільш важливих та визначальних факторах, що впливають не тільки на міцність зчеплення [3] чи на взаємні зміщення бетону і арматури [4, 5], але й на зусилля зчеплення в першу чергу [6, 7]. Саме останні можна доволі легко контролювати у найпростіший спосіб.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Сучасні дослідження зчеплення арматури з бетоном продовжують виконуватися за трьома напрямками:

- вивченням основних параметрів, що найбільше впливають на міцність зчеплення арматури з бетоном [3];
- виявленням загальних закономірностей взаємних зміщень бетону і арматури [4, 5];
- моделюванням зчеплення арматури з бетоном за допомогою числових методів [4].

На жаль, неоднозначність результатів, отриманих в зазначених роботах, слабо сприяє розвитку загальної теорії зчеплення арматури з бетоном. Тому очевидно, що більш важливу роль у розбудові останньої слід відвести не числовим, а аналітичним моделям взаємодії арматури з бетоном. Згадані моделі зчеплення арматури з бетоном можна умовно поділити на лінійні, нелінійні, диференційовані та варіаційні.

Найбільш поширені нелінійні моделі, що представляють в основному степеневими [8] і показниковими [9] залежностями, дробовими [10] та сплайн-функціями [4], неможливо використати як узагальнені. Основна проблема полягає в тому, що згідно з результатами переважної більшості експериментальних досліджень діаграма зчеплення арматури з бетоном уздовж ділянки їх контакту постійно змінюється і її не можна описати єдиною функцією.

В диференційованих моделях мінливість діаграм зчеплення арматури з бетоном уздовж ділянки їх контакту описують сімейством вищезгаданих однотипних залежностей [11]. Однак їх використання в практичних розрахунках призводить до вкрай громіздких рішень.

Варіаційні моделі [12] дозволяють доволі точно моделювати напружено-деформований стан бетону в характерних зонах контакту з арматурою. Однак складність визначення механічних характеристик бетону в цих зонах виключає можливість використання цих моделей в практичних розрахунках.

Тому, виходячи зі сказаного, в основу розрахунків зчеплення арматури з бетоном доцільно закладати числові [4] або лінійні аналітичні моделі [6, 13].

Застосування числових моделей дозволяє отримувати більш точні рішення задач взаємодії арматури з бетоном. Їх реалізація є можливою лише за допомогою спеціальних комп'ютерних програм, але при цьому доводиться іти на певну втрату фізичної сутності процесів деформування залізобетонних елементів. Рішення на основі лінійних моделей можуть бути настільки простими, що в окремих випадках дозволяють створювати експрес-методи розрахунку залізобетонних елементів з урахуванням зчеплення арматури з бетоном.

**Мета та завдання досліджень.** Дані дослідження спрямовані на розробку як узагальненої моделі, так і загального методу розрахунку зчеплення арматури з бетоном, що були б прийнятними для будь-якої стадії деформування залізобетонних елементів. В основу обох доречно покласти зусилля зчеплення арматурного стержня з бетоном уздовж циліндричної поверхні їх контакту. Тому основним завданням цих досліджень є формування критерію локального порушення зчеплення арматури з бетоном в процесі утворення і розвитку тріщин в залізобетонному елементі.

**Основна частина досліджень.** Узагальнену модель зчеплення арматури з бетоном будуватимемо на засадах механіки деформованого твердого тіла (МДТТ) за загальновідомою та поширеною в деформаційно-силовій моделі ДСМ [14] системою статичних, геометричних і фізичних співвідношень. Ця система дозволяє контролювати напружено-деформований

стан залізобетонного елемента на будь-якій стадії його деформування.

Визначальними елементами розробленої моделі слугують основні параметри та критерії, за допомогою яких можна встановлювати момент та місце локального порушення зчеплення арматури з бетоном.

Основною ознакою локального порушення зчеплення арматури з бетоном в залізобетонних елементах є утворення в них тріщин. Зазвичай виникнення тріщин характеризують лише моментом їх утворення. Його фіксують за екстремальним критерієм несучої здатності розтягнутого бетону (критерієм Ферма)  $dM_{ct} / d(1/r) = 0$  чи  $dN_{ct} / d\varepsilon_{ct} = 0$  [15], що дозволяє встановити ще й граничну деформативність розтягнутого бетону  $\varepsilon_{ctu}$ .

Водночас в теорії тріщиностійкості більш важливо знати місце (крок) утворення тріщин. Встановити їх поза зусиллями зчеплення арматури з бетоном  $N_{bd}$  неможливо. Завдяки результатам численних експериментальних досліджень можна стверджувати, що ці зусилля не можуть перевищувати максимальних зусиль в розтягнутому бетоні  $N_{ct,cr}$  (рис. 1). Тобто критерій

$$N_{bd,cr} = N_{ct,cr} \quad (1)$$

характеризує локальне (місцеве) порушення зчеплення арматури з бетоном в момент утворенням нормальних тріщин.

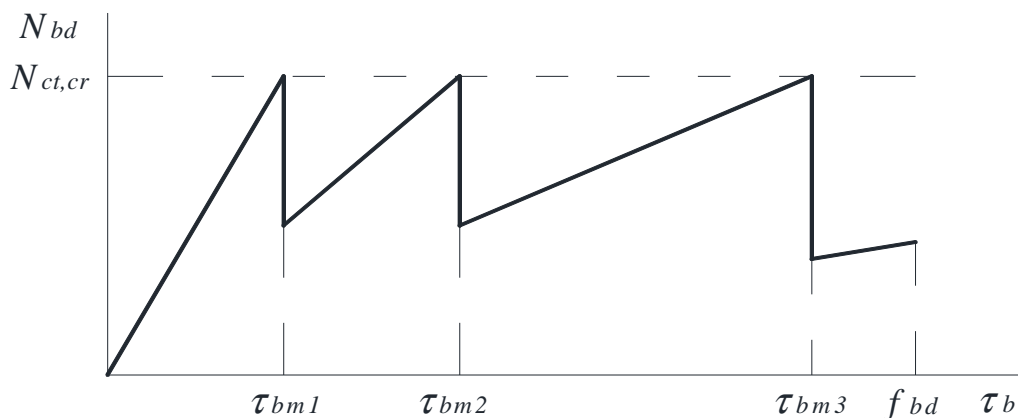


Рис. 1. Графік зміни сил зчеплення арматури з бетоном в процесі деформування залізобетонного елемента

Значення вказаних зусиль на ділянках між тріщинами пропонується розрахувати

$$\tau_{bmi} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctk} \cdot (\sigma_{si} / \sigma_{s,max})^{1-1/\eta_1}, \quad (2)$$

де  $\sigma_{si}$  – найбільші напруження в арматурі на ділянці активного зчеплення за певної стадії деформування залізобетонного елемента;  $\sigma_{s,max}$  – максимально можливі напруження в розтягнутій арматурі на ділянці активного зчеплення з розтягнутим бетоном, не можуть перевищувати граничних значень ( $\sigma_{s,max} \leq f_{yk}$ );  $\eta_2$  – коефіцієнт, що враховує вплив діаметра

за допомогою нелінійної функції середніх напружень зчеплення арматури з бетоном [6, 15]

арматури, можна приймати за чинними нормами [1, 2].

Для нормування значень коефіцієнта  $\eta_1$  (рис. 2), який враховує профіль арматури за індексом зчеплення  $f_R$ , пропонується користуватися залежністю (3), що має довірчий інтервал  $2\sigma$  ( $\sigma$  – стандартне відхилення)

$$\eta_1 = 1 + 29 \cdot f_R - 120 \cdot f_R^2. \quad (3)$$

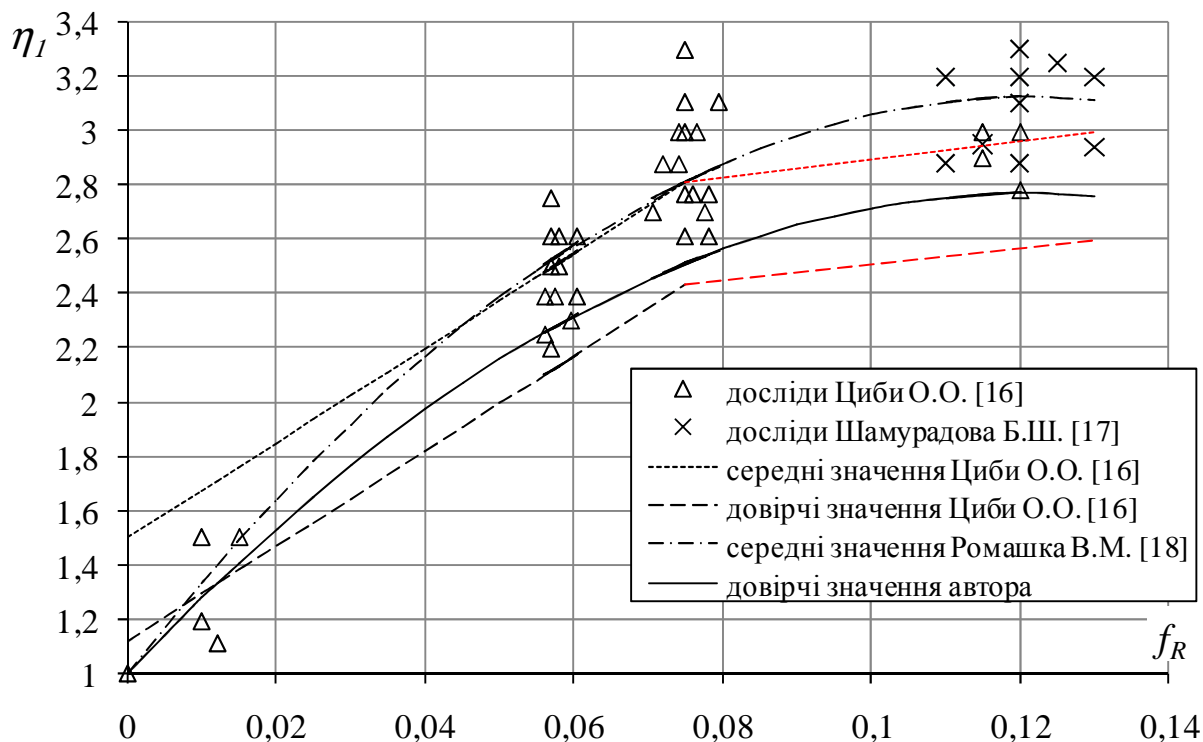


Рис. 2. Залежність коефіцієнта  $\eta_1$  від індексу зчеплення  $f_R$

Пріоритетність розрахунку зусиль зчеплення  $N_{bd}$  за нелінійною функцією (2), відносно лінійної залежності (4) [13]

$$\tau_{m,i} = f_{ctm} \cdot ((\eta_1 \cdot \eta_2 - 0,4) \cdot \sigma_{si} / f_{yd} + 0,4), \quad (4)$$

обгрунтовано статистично, про що свідчать результати відповідного порівняння (таблиця).

Таблиця

Порівняння теоретичних та дослідних значень середніх напружень зчеплення арматури з бетоном

Автори досліджень	Профіль та діаметр арматури, мм	Відхилення від дослідних даних					
		за формулою автора (2)			за лінійною функцією (4)		
		$\Delta$	$\sigma$	$\nu, \%$	$\Delta$	$\sigma$	$\nu, \%$
Кольнер В. [19]	періодичний, 20	1,00	1,73	1,73	1,08	5,27	4,88
Adrouche К. [20]	періодичний, 16	0,995	2,00	2,01	1,01	2,32	2,30
Rashedul К. [21]	періодичний, 20	0,994	2,29	2,30	1,051	4,48	4,26
Самошкин А. [22]	періодичний, 16	0,998	2,28	2,29	1,023	2,76	2,70

Якщо керуватися узагальненим бетоном (1), то для залізобетонного критерієм порушення зчеплення арматури з | елемента на ділянках між суміжними

тріщинами можна записати

$$N_{bd,cri} = N_{bd,rci+1}, \quad (5)$$

де  $N_{bd,cri}$  і  $N_{bd,rci+1}$  – зусилля активного зчеплення арматури з бетоном, що відповідають утворенню тріщин попереднього та наступного рівнів відповідно.

За графічним зображенням зазначеного критерію (рис. 1) видно, що при утворенні будь-якої нової тріщини граничні зусилля зчеплення  $N_{bd,cr}$  на ділянці між суміжними тріщинами залишаються незмінними та рівними граничному зусиллю в розтягнутому бетоні  $N_{ct,cr}$ . Тоді для центрально розтягнутого елемента (рис. 3) завжди зберігатиметься така рівність:

$$\tau_{bm1} \cdot s_{r1} = \tau_{bm2} \cdot s_{r2}, \quad (6)$$

де  $s_{r1}$  і  $s_{r2}$  – відстані між тріщинами першого і другого рівнів відповідно;

$\tau_{bm1}$  і  $\tau_{bm2}$  – середні напруження в зонах між тріщинами тих же рівнів відповідно.

Слід також зазначити, що рівність (5),

хоч і в дещо іншому вигляді

$$\tau_{bm2,1} \cdot s_{r2,1} = \tau_{bm2,2} \cdot s_{r2,2}, \quad (7)$$

залишається актуальною і для згинальних елементів [15].

**Висновки.** Отримані результати дозволяють зробити низку таких висновків та пропозицій:

- взаємодію арматури з бетоном доцільно моделювати за допомогою зусиль зчеплення, оскільки їх граничні значення залишаються незмінними в процесі деформування залізобетонного елемента;
- зусилля зчеплення варто розраховувати у найпростіший спосіб з використанням середніх напружень зчеплення арматури з бетоном;
- залежність середніх напружень зчеплення від нормальних напружень в самій арматурі є нелінійною;
- регламентування розрахунків тріщиностійкості залізобетонних елементів за параметрами зчеплення арматури з бетоном сприятиме побудові узагальненої теорії їх зчеплення в рамках загальної теорії залізобетону.

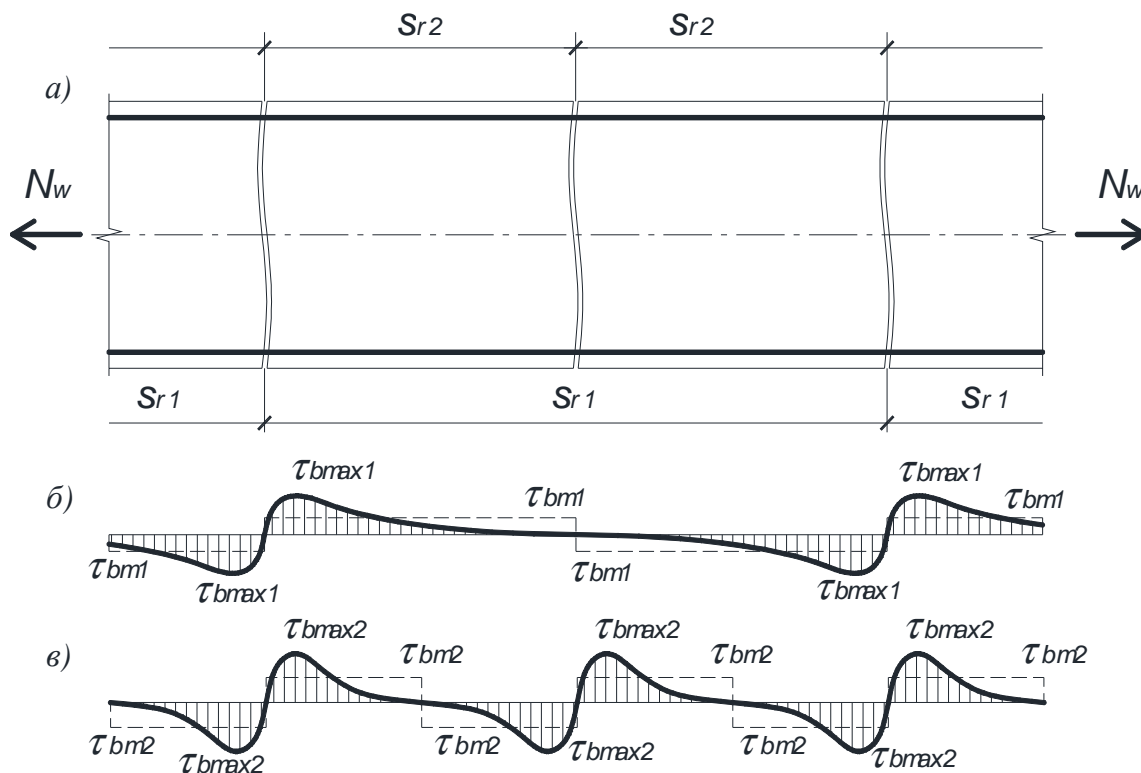


Рис. 3. Схема (а) та епюри напружень зчеплення за першого (б) і другого (в) рівнів утворення тріщин в центрально-розтягнутому залізобетонному елементі

### Список використаних джерел

1. ДСТУ Б В.2.6-156: 2010. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування. Чинний від 01.06.11. Київ: Мінрегіонбуд України, 2011. 123 с.
2. EN 1992-1-1. Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings. [Final Draft, Dec. 2004]. Brussels: CEN. 2004. 225 p.
3. Бабич Є. М., Вавринюк Б. А., Чапюк О. С. Напружено-деформований стан контакту з бетоном арматури серповидного профілю. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі і споруди: зб. наук. праць*. Рівне, 2009. Вип. 19. С. 74-82.
4. Колчунов В. И., Яковенко И. А., Дмитренко Е. А. Конечно-элементное моделирование нелинейной плоской задачи сцепления бетона и арматуры в ПК Лира-САПР. *Промислове будівництво та інженерні споруди*. 2016. № 3. С. 6-15.
5. Худик Ю. Т., Рыбалка Е. М., Климов Ю. А. Производство и применение арматурного проката класса А500С. *Будівельні конструкції: зб. наук. праць НДІБК*. Київ, 2003. Вип. 59, кн.1. С. 22-25.
6. Romashko O., Romashko V. Evaluation of bond between reinforcement and concrete. *MATEC Web of Conf.* 2018. Vol. 230. 02027. (SCOPUS).
7. Ромашко В. М., Ромашко О. В. Розрахунок тріщиностійкості залізобетонних елементів з урахуванням рівнів утворення нормальних тріщин: *зб. наук. праць Укр. держ. ун-ту залізнич. трансп.* Харків: УДУЗТ, 2018. Вип. 181. С. 58-65.

8. Schießl A. Verbundverhalten von selbstverdichtendem Beton: Beitrage zum 38. Forschungskolloquium am 2 und 3. Marz 2000 an der Technische Universität München. Berlin: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 2000. S. 177-185.
9. Ikki N., Kiyomiya O. and Yamada M. Experimental study on the effects of numerous factors on bond-slip relationship. *Journal of Materials, Concrete Structures and Pavements*. 1996, Vol. 33, No. 550. P. 73-83.
10. Balasz G. L. Connecting Reinforcement to Concrete by Bond. *Beton- und Stahlbetonbau*. 2007. Vol. 102, No. S1. P. 46-50. (SCOPUS).
11. Lowes L. N., Moehle J. P. and Govindjee S. Concrete-Steel Bond Model for Use in Finite Element Modeling of Reinforced Concrete Structures. *ACI Structural Journal*. 2004. V. 101, No. 4. P. 501-511. (SCOPUS).
12. Назаренко П. П. Контактное взаимодействие арматуры и бетона при кратковременном нагружении. Самара: СамГУПС, 2012. 171 с.
13. Кочкаръов Д. В. Нелінійний опір залізобетонних елементів і конструкцій силовим впливам: автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 05.23.01. Полтава, 2018. 44 с.
14. Romashko V., Romashko O. The construction features of the deformation and force model of concrete and reinforced concrete resistance. *MATEC Web of Conf*. 2017. Vol. 116. 02028. (SCOPUS).
15. Romashko V., Romashko O. Calculation of the crack resistance of reinforced concrete elements with allowance for the levels of normal crack formation. *MATEC Web of Conf*. 2018. Vol. 230. 02028. (SCOPUS).
16. Цыба О. О. Трещиностойкость и деформативность растянутого бетона с ненапрягаемой и напрягаемой стержневой арматурой, имеющей различную относительную площадь смятия поперечных ребер: автореф. дисс. ... канд. техн. наук: 05.23.01. Москва, 2011. 24 с.
17. Шамурадов Б. Ш. Ширина раскрытия нормальных трещин в железобетонных элементах: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. Киев, 1987. 19 с.
18. Ромашко В. М. Деформаційно-силова модель опору бетону і залізобетону: монографія. Рівне: О. Зень, 2016. 424 с.
19. Кольнер В. М. Сцепление арматуры с бетоном и прочность заделки стержневой арматуры периодического профиля. *Бетон и железобетон*. 1965. № 11. С. 25-27.
20. Adrouche K. Influence of the constitutive parameters for steel-concrete association on bond strength under slow cyclic loading. *Materials and Structures: RILEM*. 1987. Vol. 20. P. 315-320.
21. Rashedul Kabir Md. Bond stress behavior between concrete and steel rebar: Critical investigation of pull-out test via Finite Element Modeling. *International Journal of Civil and Structural Engineering*. 2014. Vol. 5, No1. P. 80-90.
22. Самошкин А. С., Тихомиров В. М. Исследование нелинейного деформирования железобетона экспериментально-расчетными методами. *Изв. вузов: стр-во*. 2017. Т. 5. С. 17-27.

---

Ромашко-Майструк Олена Василівна, старший викладач кафедри основ архітектурного проектування, конструювання і графіки Національного університету водного господарства та природокористування (м. Рівне). ORCID iD: 0000-0003-3353-2268. Тел.: (096) 131-99-17. E-mail: romashkoolena@gmail.com.

Romashko-Maistruk Olena Vasylivna, Senior Lecturer of Chair of Architectural Designing Bases, Constructing and Graphics National University of Water Management and Nature Recourses Use (Rivne). ORCID iD: 0000-0003-3353-2268. Tel.: (096) 131-99-17. E-mail: romashkoolena@gmail.com.

---



Статтю прийнято 15.04.2020 р.