

УДК 624.012.35:620.173/174

**МОДЕЛЬ РІВНЕВОГО УТВОРЕННЯ ТА РОЗКРИТТЯ НОРМАЛЬНИХ ТРІЩИН  
У РОЗТЯГНУТИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТАХ**

Канд. техн. наук О. В. Ромашко-Майструк, д-р техн. наук В. М. Ромашко

**MODEL OF NORMAL CRACKS LEVEL FORMATION AND OPENING IN STRETCHED  
REINFORCED CONCRETE ELEMENTS**

PhD. (Tech.) O. V. Romashko-Maistruk, D. Sc. (Tech.) V. M. Romashko

DOI: <https://doi.org/10.18664/1994-7852.197.2021.248117>

*Анотація.* У статті висвітлено найважливіші результати досліджень механізму утворення та розкриття нормальних тріщин у розтягнутих залізобетонних елементах у процесі їх деформування. Виконано критичний аналіз існуючих методів розрахунку рівневого утворення та розкриття нормальних тріщин, у яких зчеплення арматури з бетоном враховується безпосередньо чи опосередковано. Експериментально підтверджено, що процес

утворення тріщин загалом є рівневим. Наведено основні характеристики дослідних зразків, за результатами випробування яких встановлено, що в практичних розрахунках тріщиностійкості залізобетонних елементів зазвичай можна обмежуватися двома рівнями утворення нормальних тріщин. Для вказаних рівнів утворення тріщин встановлено відповідні їм рівні завантаження, крок і ширина розкриття тріщин.

Розроблено загальну та спрощену методика розрахунку рівневого утворення та розкриття нормальних тріщин у залізобетонних елементах. Проведено відповідні статистичні порівняння результатів розрахунків за цими методиками з дослідними даними. Оцінено ефективність розроблених методів розрахунку рівневого утворення та розкриття нормальних тріщин через їх порівняння з уже існуючими методами.

**Ключові слова:** залізобетон, елементи, деформування, нормальні тріщини, рівні утворення, крок, ширина розкриття.

**Abstract.** The article highlights the most important studies results of the mechanism of normal cracks formation and opening in stretched reinforced concrete elements during their deformation. A critical analysis of the existing methods and ways for calculating normal cracks level formation and opening, in which the reinforcement to concrete adhesion is taken into account directly or indirectly, is carried out. The main advantages and disadvantages of each of these methods are indicated. It has been experimentally confirmed that the crack formation process is generally leveled. The main features and patterns of cracking in stretched reinforced concrete elements and structures are revealed. The main characteristics of the prototypes are given, according to the test results of which it was established that in practical calculations of the reinforced concrete elements crack resistance, it is usually possible to restrict oneself to two levels of normal cracking. For the indicated cracking levels, the corresponding load level, step and crack opening width are established. The expediency of using in practical calculations the nonlinear function of the reinforcement with concrete average adhesion stresses is also substantiated. Based on the studies results carried out, the existing methods for calculating the normal cracks formation and opening in reinforced concrete elements and structures were evaluated from the standpoint of local disadvantage of the reinforcement to concrete adhesion.

General and simplified methods for calculating normal cracks level formation and opening in reinforced concrete elements have been developed. In them, the direct integration of the expression for the concrete and reinforcement mutual displacements is proposed to be replaced not by the numerical integration of the indicated expression, but by the successive accumulation of the indicated displacements. Corresponding statistical comparisons of the calculations results by these methods with experimental data are carried out. The effectiveness of the developed methods for calculating normal cracks level formation and opening by comparing them with existing methods is estimated.

**Keywords:** reinforced concrete, elements, deformation, normal cracks, levels of cracking, step, opening width.

**Вступ.** Питання тріщиностійкості залізобетонних елементів і конструкцій завжди залишатимуться одними з визначальних у теорії залізобетону, оскільки процеси утворення та розвитку тріщин суттєво впливають на збереження їхніх експлуатаційних властивостей. До того ж запровадження в сучасну практику проектування деформаційних моделей опору

залізобетонних елементів і конструкцій силовим впливам дає можливість для більш точного відтворення реального напружено-деформованого стану вказаних елементів у процесі їх деформування.

Водночас загальновідомо, що утворення і розвиток тріщин у залізобетонних елементах є наслідком порушення зчеплення арматури з розтягнутим бетоном.

Однак побудова загальної методики розрахунку утворення та розкриття нормальних тріщин з безпосереднім залученням визначальних закономірностей зчеплення арматури з бетоном і досі стикається з серйозними труднощами. Зокрема розрахунок ширини розкриття нормальних тріщин за методикою Томаса, згідно з його знаменитою гіпотезою, у більшості випадків продовжує залишатися декларативним через значні труднощі прямого інтегрування виразу взаємних зміщень бетону і арматури. Обумовлено це тим, що дійсна залежність зчеплення арматури з бетоном є вкрай складною та не може бути описана якоюсь єдиною універсальною функцією.

Разом з тим методика розрахунку тріщиностійкості залізобетонних елементів у нормальних перерізах може бути суттєво спрощена. Для цього крок утворення тріщин і ширину їх розкриття необхідно пов'язати безпосередньо з зусиллями взаємодії арматури з бетоном на ділянці їхнього активного зчеплення та врахувати, що процес утворення тріщин зазвичай є дво-трирівневим. Безперечно, питання можливості та доцільності застосування такого підходу до розрахунку визначальних параметрів тріщиностійкості залізобетонних елементів і конструкцій потребують проведення спеціальних ґрунтовних досліджень.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Дуже багато вітчизняних, а ще більше зарубіжних вчених присвятили свої численні дослідження питанням тріщиностійкості залізобетонних елементів і конструкцій. Тим не менше, лише окремі з них спрямовували свою увагу на виявлення загальних закономірностей поступового або рівневого утворення і розкриття нормальних тріщин і безпосередньо пов'язували їх зі зчепленням арматури з бетоном. Усі їхні дослідження можна умовно поділити на чотири групи.

До першої групи слід віднести ті дослідження, де вплив зчеплення арматури з

бетоном на послідовність утворення та розкриття нормальних тріщин пробують відтворювати за допомогою безпосереднього інтегрування діаграм взаємного зміщення бетону і арматури [1-4]. Оскільки було встановлено, що форма зазначених діаграм у процесі деформування залізобетонних елементів постійно змінюється [5-7], то подібне відтворення взаємодії арматури з бетоном у практичних розрахунках виявилось вкрай складним і навіть неможливим.

Роботи другої групи [8-12] зводяться до числових способів розрахунку рівневого утворення і розкриття нормальних тріщин, що реалізуються в рамках методу скінчених елементів за допомогою спеціальних програмних комплексів. Внаслідок цього інженерна осяжність і фізична сутність процесів зчеплення арматури з бетоном при утворенні тріщин у залізобетонному елементі доволі часто нівелюється або навіть втрачається.

До третьої групи слід віднести дослідження, які ґрунтуються на використанні спеціального «двоконсольного» елемента [13, 14]. Однак на сьогодні моделювання рівневого утворення нормальних тріщин за його допомогою залишається доволі складним і можливим лише за допомогою спеціальних комп'ютерних програм. Тут основні труднощі виникають з коректністю «виділення» або формування відповідного «двоконсольного» елемента.

Четверту групу складають роботи, у яких рівневе утворення нормальних тріщин моделюється за допомогою середніх напружень зчеплення арматури з бетоном [15-19]. З одного боку, цей спосіб є одним із найпростіших для реалізації в практичних розрахунках, з іншого – він не знімає питання щодо форми зв'язку між середніми значеннями напружень зчеплення арматури з бетоном і середніми значеннями нормальних напружень у самій арматурі, особливо на проміжних стадіях деформування залізобетонних елементів.

**Мета та задачі досліджень.** Дані дослідження спрямовані на формування та експериментально-теоретичне обґрунтування моделі рівневого утворення і розкриття нормальних тріщин у залізобетонних елементах. Для досягнення заявленої мети слід вирішити такі завдання:

– експериментально дослідити закономірності рівневого утворення та розкриття нормальних тріщин у розтягнутих елементах шляхом випробування призмових зразків;

– розрахувати за різними методиками теоретичну ширину розкриття нормальних тріщин при їх рівневому утворенні;

– виконати відповідні статистичні порівняння отриманих результатів розрахунку з дослідними даними та оцінити

ефективність різних способів урахування зчеплення арматури з бетоном у розрахунках тріщиностійкості залізобетонних елементів.

**Основна частина досліджень.** У роботі безпосереднє інтегрування виразу взаємних зміщень бетону і арматури пропонується замінити навіть не числовим інтегруванням зазначеного виразу, а послідовним накопиченням вказаних зміщень. Тому експериментально-теоретичні дослідження авторів зосереджені на вивченні реального механізму їх ступеневого накопичення. Пошук відповідних рішень розпочато з найпростішого випадку деформування залізобетонних елементів при утворенні в них тріщин. Для цього було виготовлено по три призмових зразки двох типів (рис. 1).

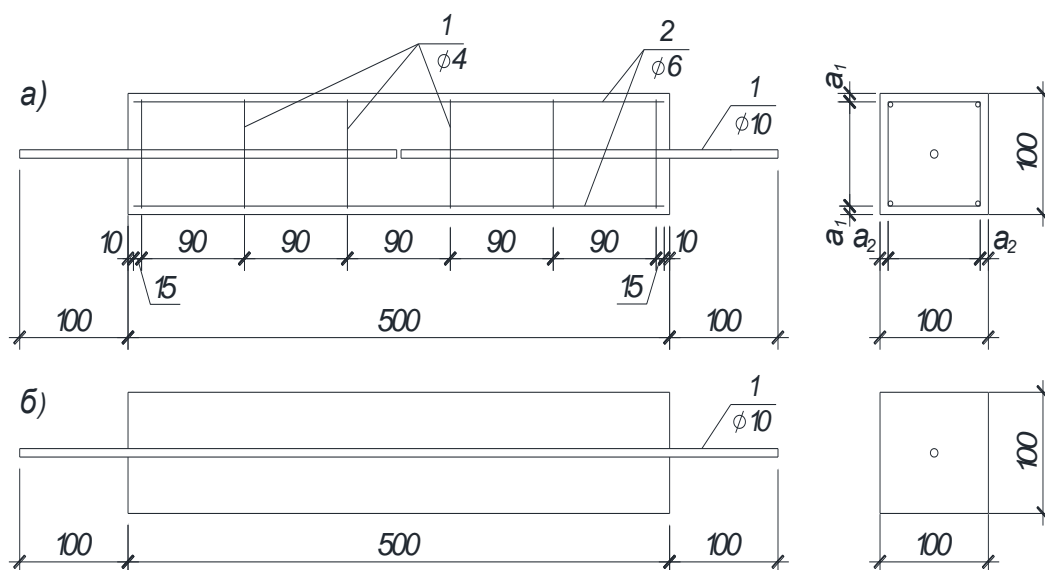


Рис. 1. Конструкція та схеми армування призмових зразків типу:  
а – ПАЗ; б – ПАР

У призмах типу ПАЗ центральний стрижень серпоподібного профілю  $\varnothing 10$  мм з арматури класу А500С був розрізаний посередині. Залізобетонна обійма навколо нього створювалася за допомогою просторового каркаса з чотирьох поздовжніх стрижнів гладкого профілю  $\varnothing 6$  мм класу

А240С і гнутих замкнених хомутів  $\varnothing 4$  мм класу Вр-І, розміщених з кроком 90 мм.

Усі призми типу ПАР армувалися лише одним центрально розташованим у поперечному перерізі елемента стрижнем  $\varnothing 10$  мм класу А500С. Слід зауважити, що в цих дослідженнях призмові зразки

розглядалися як фрагменти центрально розтягнутих елементів.

Експериментально встановлено, що утворення нормальних тріщин в обох випадках носило рівневий характер [20].

Тріщини першого рівня в призмах ПАЗ (рис. 2) утворювалися при навантаженнях  $N_{w,1} \approx 0,45N_m$ , починаючи від середини призми, де суміщались кінці розрізаного арматурного стрижня  $\varnothing 10$  мм А500С. Загалом же відстані між тріщинами цього рівня коливалися в достатньо широких межах – 120...250 мм. Утворення ж тріщин

другого рівня, відстань між якими зменшувалась до 70...120 мм, практично співпадало з початком проковзування гладких арматурних стрижнів  $\varnothing 6$  мм, що призводило до інтенсивного розкриття магістральних тріщин при навантаженнях  $N_{w,2} \approx (0,8...0,9)N_m$ . При цьому ставало помітним порушення зчеплення центрального арматурного стрижня  $\varnothing 10$  мм з бетоном, внаслідок чого з'являлися поздовжні тріщини на прикінцевих ділянках призмових зразків.

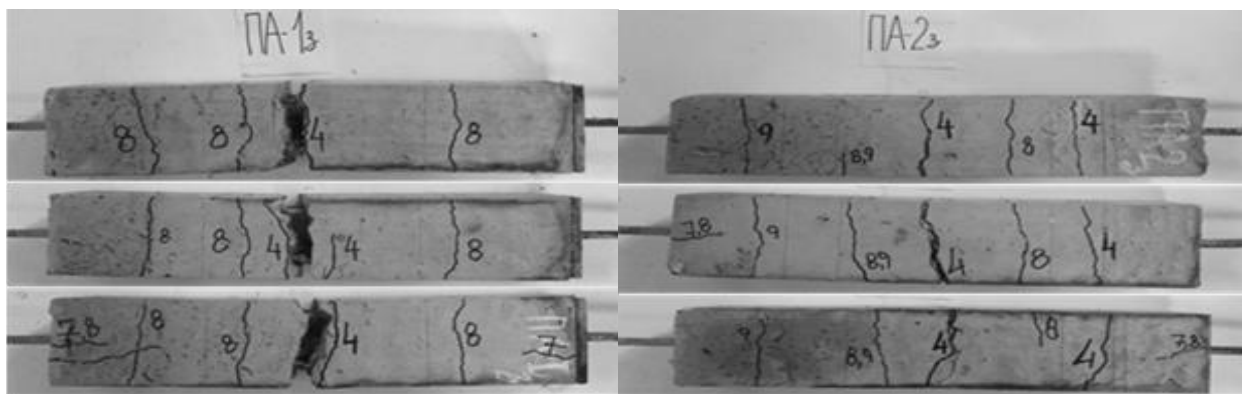


Рис. 2. Розгортки рівневого утворення і розвитку тріщин у призмах ПАЗ

У призмах ПАР (рис. 3) тріщини першого рівня почали з'являтися при навантаженнях  $N_{w,1} \approx 0,36N_m$ , тобто дещо раніше, ніж у призмових зразках ПАЗ, імовірно через відсутність обрамлювального просторового каркаса. Крок між тріщинами

цього рівня коливався в межах 170...250 мм. Тріщини другого рівня, відстань між якими зменшувалася теж практично вдвічі до 70...130 мм, утворювалися при навантаженнях, що були трохи більшими експлуатаційних  $N_{w,2} \approx (0,75...0,85)N_m$ .

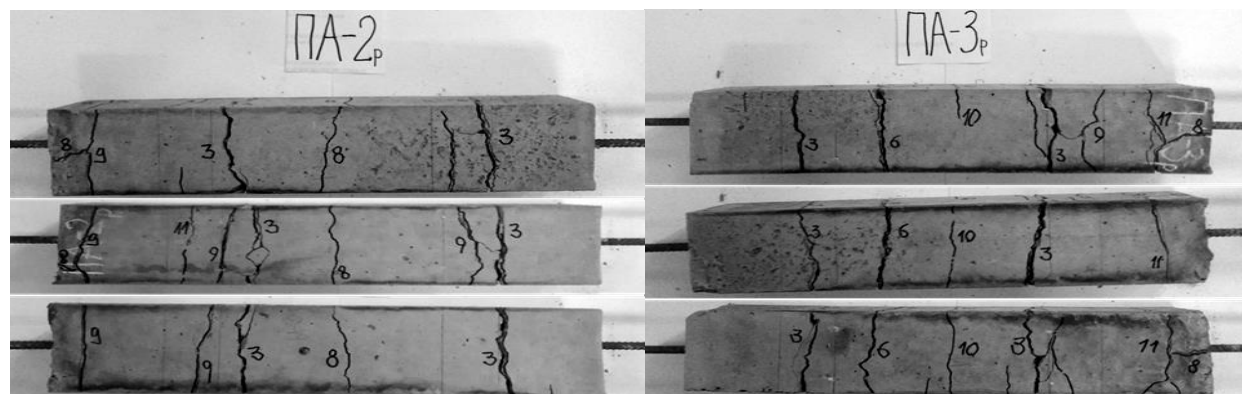


Рис. 3. Розгортки рівневого утворення і розвитку тріщин у призмах Пар

Для тріщин третього рівня характерним було те, що вони починали утворюватися при текучості арматури, і відстань між ними вже складала 40...80 мм. Практично з утворенням цих тріщин на прикінцевих ділянках вказаних призмових зразків з'являлись поздовжні тріщини, які свідчили про повне порушення зчеплення арматури з бетоном. При цьому утворення останніх супроводжувалося появою нових поперечних тріщин поблизу торця призм.

Експериментальні значення ширини розкриття нормальних тріщин у вищезгаданих призмах порівнювали з теоретичними значеннями, обчисленими за різними методиками (рис. 4 і 5, таблиця). Розрахунки виконувались за розробленими загальною [20] і спрощеною [20, 21] методиками, за методиками чинних норм [22, 23], СП [24] і за деформаційно-силовою моделлю [21] з використанням лінійної функції середніх напружень зчеплення арматури з бетоном  $\tau_{bm}$  [15].

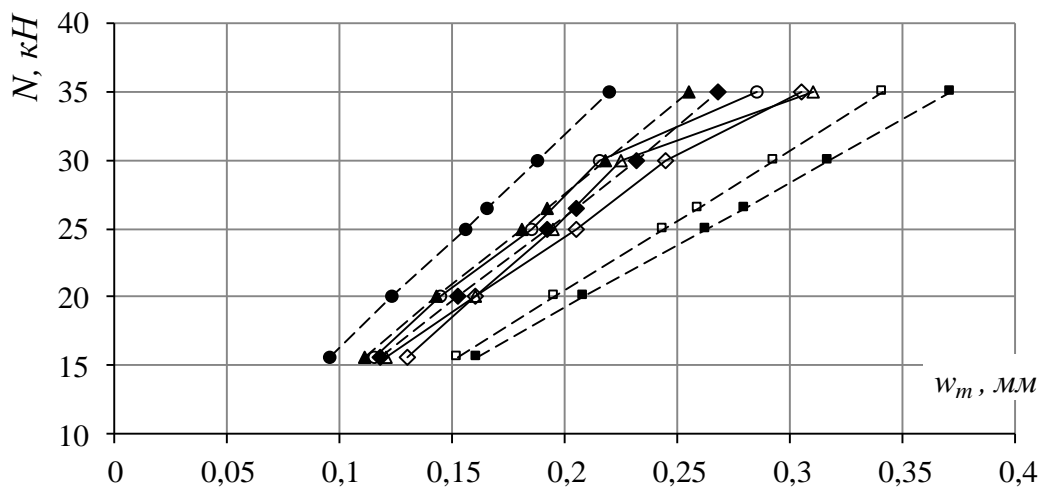


Рис. 4. Графіки розкриття тріщин: дослідні в призмах ○ – ПА-1з, ◇ – ПА-2з, △ – ПА-3з; теоретичні за методиками ■ – норм [22, 23]; □ – СП [24]; ● – ДСМ [21] з лінійними  $\tau_{bm}$  [15]; ◆ – загальною [20]; ▲ – спрощеною [20, 21]

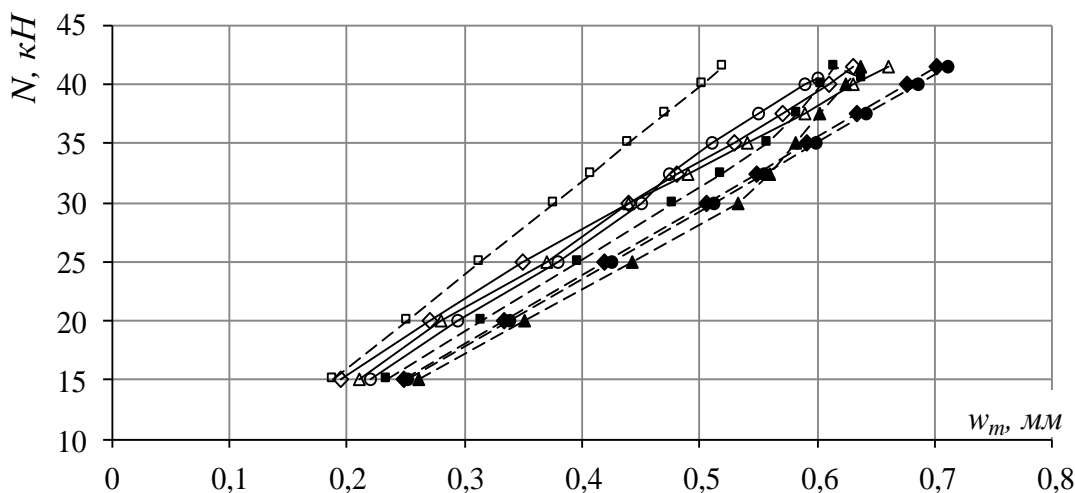


Рис. 5. Графіки розкриття тріщин: дослідні в призмах ○ – ПА-1р, △ – ПА-2р, ◇ – ПА-3р; теоретичні за методиками ◆ – норм [22, 23]; □ – СП [24]; ▲ – ДСМ [21] з лінійними  $\tau_{bm}$  [15]; ■ – загальною [20]; ● – спрощеною [20, 21]

Порівняння теоретичних та експериментальних значень ширини розкриття нормальних тріщин

Методика розрахунку	Відхилення від дослідних даних		Коефіцієнт варіації $\nu$ , %
	середньо арифметичне $\Delta$ , %	середньо квадратичне $\sigma$ , %	
норм [22, 23]	33,25/13,93	8,29/4,69	6,22/4,11
СП [24]	17,75/14,85	12,79/3,98	10,87/4,67
ДСМ [21] і лінійних напружень $\tau_{bm}$ [15]	21,2/14,24	4,9/9,92	6,22/8,69
загальна [20]	3,05/7,32	6,3/4,74	6,5/4,41
спрощена [20, 21]	9,14/15,47	5,69/4,78	6,22/4,14

**Висновки.** Завдяки результатам проведених досліджень вдалося:

– виявити особливості та основні закономірності утворення, розвитку і розкриття нормальних тріщин у розтягнутих залізобетонних елементах і конструкціях;

– підтвердити, що процес утворення тріщин у залізобетонних елементах у дійсності є багаторівневим;

– встановити, що в більшості випадків при розрахунку залізобетонних елементів за тріщиностійкістю можна обмежуватися лише одним-двома рівнями утворення тріщин;

– обґрунтувати доцільність використання в практичних розрахунках нелінійної функції середніх напружень зчеплення арматури з бетоном;

– підтвердити можливість визначення ширини розкриття нормальних тріщин через послідовне накопичення взаємних зміщень бетону і арматури без прямого інтегрування виразу вказаних зміщень;

– оцінити ефективність розроблених методів розрахунку рівневого утворення та розкриття нормальних тріщин через їх порівняння з уже існуючими методами.

#### Список використаних джерел

1. Alvarez M. Einfluss des Verbundverhaltens auf das Verformungsvermögen von Stahlbeton: Abhandlung zur Erlangung des Titels Doktor der Technischen Wissenschaften. Zürich: Eidgenössischen Technischen Hochschule, 1998. 189 p.
2. Ruiz M. R., Hars E., Muttoni A. Bond mechanics in structural concrete. Theoretical model and experimental results. Lausanne: IS-BETON, EPFL, 2005. 75 p.
3. Майоров В. И., Кузьмин П. К. От условной к точной модели расчета трещиностойкости железобетонных сечений. *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2011. № 2. С. 22-28.
4. Рудный И. А. Трещиностойкость растянутых и изгибаемых железобетонных элементов с участками нарушенного сцепления: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. Санкт-Петербург, 2015. 22 с.

5. Eligehausen R., Popov E. P. and Bertero V. V. Local bond stress-slip relationships of deformed bars under generalized excitations: Report No. UCB/EERC-83/23. Berkeley: Earthquake Engineering Research Center of California University, 1983. 169 p.
6. Shima H., Chou L.-L. and Okamura H. Micro and macro models for bond in reinforced concrete. *Journal of the Engineering Faculty of Tokyo University*. 1987. Vol. XXXIX, No. 2. P. 133-194.
7. Harajli M. H., Hout M. A. and Jalkh W. Local bond stress-slip behavior of reinforced bars embedded in plain and fiber concrete. *ACI Materials Journal*. 1995. Vol. 92, No. 4. P. 343-353. (SCOPUS).
8. Карпенко Н. И. Общие модели механики железобетона. Москва: Стройиздат, 1996. 416 с.
9. Веселов А. А. Нелинейная теория сцепления арматуры с бетоном и ее приложения: автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 05.23.01. Санкт-Петербург, 2000. 44 с.
10. Бенин А. В., Семёнов А. С., Семёнов С. Г., Мельников Б. Е. Математическое моделирование процесса разрушения сцепления арматуры с бетоном. Часть 1. Модели с учетом несплошности соединения. *Инженерно-строительный журнал*. 2013. № 5(40). С. 86-99.
11. Бенин А. В., Семенов А. С., Семенов С. Г., Мельников Б. Е. Математическое моделирование процесса разрушения сцепления арматуры с бетоном. Часть 2. Модели без учета несплошности соединения. *Инженерно-строительный журнал*. 2014. № 1(45). С. 23-40.
12. Shardakov I. N., Vykov A. A., Shestakov A. P., Glot I. O. Process of cracking in reinforced concrete beams: simulation and experiment. *Frattura ed Integrità Strutturale*. 2016. Vol. 38. P. 339-350. (SCOPUS).
13. Колчунов В. И., Яковенко И. А. Разработка двухконсольного элемента механики разрушения для расчета ширины раскрытия трещин железобетонных конструкций. *Вестник гражданских инженеров СПбГАСУ*. 2009. № 4(21). С. 160-163.
14. Яковенко І. А. Моделі деформування залізобетону на засадах механіки руйнування: автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 05.23.01. Полтава, 2018. 44 с.
15. Кочкаръов Д. В. Нелінійний опір залізобетонних елементів і конструкцій силовим впливам: автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 05.23.01. Полтава, 2018. 43 с.
16. Romashko O., Romashko V. Evaluation of bond between reinforcement and concrete. *MATEC Web of Conf*. 2018. Vol. 230. 02027. (SCOPUS).
17. Ромашко В. М., Ромашко О. В. Розрахунок тріщиностійкості залізобетонних елементів з урахуванням рівнів утворення нормальних тріщин. Зб. наук. праць Укр. держ. ун-ту залізнич. трансп. Харків: УкрДУЗТ, 2018. Вип. 181. С. 58-65.
18. Romashko O. V. and Romashko V. M. Model of multilevel formation of normal cracks in reinforced concrete elements and structures. *IOP Conf. Ser.: Materials Science and Engineering*. 2019. Vol. 708. 012069. (SCOPUS).
19. Romashko V., Romashko O. Calculation of the crack resistance of reinforced concrete elements with allowance for the levels of normal crack formation. *MATEC Web of Conf*. 2018. Vol. 230. 02028. (SCOPUS).
20. Ромашко-Майструк О. В. Опір залізобетонних елементів багаторівневному утворенню нормальних тріщин: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. Рівне, 2021. 217 с.
21. Ромашко В. М. Деформаційно-силова модель опору бетону і залізобетону: монографія. Рівне: О. Зень, 2016. 424 с.
22. ДСТУ Б В.2.6-156: 2010. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування. [Чинний від 01.06.11]. Київ: Мінрегіонбуд України, 2011. 123 с.
23. EN 1992-1-1. Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings. [Final Draft, December 2004]. Brussels: CEN. 2004. 225 p.



24. СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003. [Введен 01.01.2013]. Москва: Минрегион России, 2013. 155 с.

---

---

Ромашко-Майструк Олена Василівна, кандидат технічних наук, старший викладач кафедри промислового, цивільного будівництва та інженерних споруд Національного університету водного господарства та природокористування (м. Рівне). ORCID: 0000-0003-3353-2268. Тел.: (096) 131-99-17. E-mail: romashkoolena@gmail.com.  
Ромашко Василь Миколайович, доктор технічних наук, доцент, завідувач кафедри основ архітектурного проектування, конструювання і графіки Національного університету водного господарства та природокористування (м. Рівне). ORCID: 0000-0003-3448-7489. Тел.: (097) 595-75-91. E-mail: romashkovasyl@gmail.com.

Romashko-Maistruk Olena Vasylivna, PhD. (Tech.), Senior Lecturer at the Department of Industrial, Civil Construction and Engineering Structures National University of Water Management and Environmental Engineering (Rivne). ORCID: 0000-0003-3353-2268. Tel.: (096) 131-99-17. E-mail: romashkoolena@gmail.com.  
Romashko Vasylyl Mykolayovych, D. Sc. (Tech.), associate professor, head of Chair of Architectural Designing Bases, Constructing and Graphics National University of Water Management and Environmental Engineering (Rivne). ORCID: 0000-0003-3448-7489. Tel.: (097) 595-75-91. E-mail: romashkovasyl@gmail.com.

Статтю прийнято 11.08.2021 р.