

УДК 629.083

DOI: <https://doi.org/10.18664/1994-7852.145.2014.249260>

**МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПОКРЫТИЯ**

Д-р техн. наук С.С. Тимофеев

**МОДЕЛЮВАННЯ ПРУЖНО-ПЛАСТИЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ПОКРИТТЯ**

Д-р техн. наук С.С. Тимофеев

**MODEL ANALYSIS OF ELASTIC PROPERTIES OF COATING**

Doct. of techn. sciences S.S. Timofeyev

*В статье описан способ решения задачи проектирования поверхностей трения с композиционными покрытиями. Доказано, что моделируя физико-механические свойства и варьируя составом покрытия, можно добиться благоприятного сочетания свойств поверхности и основы. Предложено оценивать механическое поведение композиционного слоя путем построения адекватной модели взаимодействия поверхностей.*

***Ключевые слова:** упруго-пластические свойства, композиционные покрытия, адекватная модель, медьсодержащий материал.*

У статті описаний спосіб вирішення задачі проектування поверхонь тертя з композиційними покриттями. Доведено, що моделюючи фізико-механічні властивості й варіюючи складом покриття, можна домогтися сприятливого поєднання властивостей поверхні та основи. Запропоновано оцінювати механічну поведінку композиційного шару шляхом побудови адекватної моделі взаємодії поверхонь.

**Ключові слова:** пружно-пластичні властивості, композиційні покриття, адекватна модель, мідьмісний матеріал.

*The article describes a method of solving the problem of designing the friction surfaces with composite coatings. Despite the fact that many scientists have investigated the effect of coatings on the properties of the items during the exploitation, however, has not yet been carried out a detailed study of elastoplastic properties of the coating to the copper-containing material with different concentrations of ultrafine additions of copper, nickel, molybdenum disulfide. Elastoplastic properties of such materials is usually described by the relations of the deformation theory of plasticity.*

*It is proved that the modeling of physical and mechanical properties, and varying the coating composition can achieve a favorable combination of properties of the surface and the substrate. Proposed of designing friction surface with composite coating, development an adequate model of the interaction of surfaces, which makes it possible to judge which components need to enter into the coating to obtain the desired properties.*

**Keywords:** elastoplastic properties, composite coatings, adequate model, copper-containing material.

**Постановка проблеми.** Теоретическое прогнозирование макроскопических свойств поверхностных покрытий является одной из актуальных задач механики деформируемого твёрдого тела. Многие материалы на диаграммах растяжения не имеют явно выраженных площадок текучести, что существенно затрудняет решения технологических задач. Упруго-пластические свойства подобных материалов обычно описывают соотношениями деформационной теории пластичности. Практика показала, что, моделируя физико-механические свойства и варьируя составом покрытия, можно добиться благоприятного сочетания свойств поверхности и основы. Проектирование поверхностей трения с композиционными покрытиями весьма сложная задача, которую можно решить, например, способом разработки адекватной модели взаимодействия поверхностей, что даёт возможность судить о том, какие компоненты необходимо ввести в покрытие для получения требуемых свойств.

**Анализ последних исследований и публикаций.** В работах многих ученых исследовалось влияние покрытий на свойства изделий в процессе эксплуатации. До теперешнего времени не проводилось детальное исследование упругопластических свойств покрытия для медьсодержащего материала с различной концентрацией ультрадисперсных добавок меди, никеля,

дисульфида молибдена. Поэтому построение адекватной модели механического поведения композиционного слоя, дающего возможность достаточно точно оценивать его деформационные свойства, прочностные характеристики, несущую способность и т.д., является актуальной и важной задачей.

**Цель исследования.** Разработка модели упруго-пластических свойств покрытий в процессе эксплуатации.

**Основной материал исследования.** Технологический процесс нанесения покрытия состоит из следующих этапов: предварительно образуется диффузионный слой, а затем само покрытие. В большинстве случаев в процессе эксплуатации покрытие относительно быстро изнашивается (процесс приработки), и основной несущей поверхностью является приповерхностный слой, который обладает свойствами, отличными от свойств основного материала и свойств покрытия. Считается, что насыщение поверхностного слоя основного металла элементами покрытия будет происходить по границам зёрен, величина образованного диффузионного слоя определялась по зависимостям. Кроме того, в процессе образования диффузионного слоя происходит "залечивание", поверхностных микротрещин, т.е. наблюдается дополнительный процесс проникновения компонентов покрытия в основной материал.

При построении математической модели макроскопического диффузионного слоя частицы проникновения удобно аппроксимировать разориентированными в пространстве эллипсоидами и идеальной адгезией. Исходные локальные определяющие уравнения для компонентов в этом случае можно записать в виде

$$\Delta_{ij} = 2\mu_{m,f}(e)e_{ij}, \quad \sigma_{pp} = 3K_{m,f}\varepsilon_{pp}. \quad (1)$$

Здесь индекс  $m$  относится к материалу матрицы (подложка), индекс  $f$  к добавляемым компонентам покрытия (ультрадисперсные порошки).

Структура слоя описывается индикаторной функцией  $x(r)$ , равной нулю в объёме матрицы  $V_m$ , и единице в объёме  $V_f$ . Положение эллипсоидных включений в пространстве зададим набором индикаторных

функций  $x_1(r)x_2(r), \dots, x_n(r)$ , каждая из которых  $x_s(r)$  равна единице в объёме  $V_s$  всех эллипсоидов  $s$ -го направления и равна нулю вне этого объёма. При этом имеет место соотношение

$$x(r) = \sum_{\Delta=1}^n x_s(r).$$

Соотношения (1) принимают вид

$$\Delta_{ij}(r) = 2(\mu_m + [\mu]x(r))e_{ij}(r), \quad (2)$$

$$\sigma_{pp}(r) = 3(K_m + [K]x(r))\varepsilon_{pp}(r).$$

С помощью тензора Грина [1] определяем

$$G_{ij}(r) = \frac{1}{8\pi\mu_m(\langle e \rangle)} \left( \delta_{ik}r_{pp} - \frac{3K_m + 5\mu_m(\langle e \rangle)}{3K_m + 8\mu_m(\langle e \rangle)} r_{ik} \right).$$

Система уравнений (2) и уравнения  $\sigma_{ip,p}(r) = 0$ ,  $2\varepsilon_{ij}(r) = u_{i,j}(r) + u_{j,i}(r)$ ,  $f(r)|_{r \in S} = \langle f \rangle$  сводятся к системе

интегральных уравнений вида  $\varepsilon_{ij}(r) = \int_V G_{ik,ej}(r-r_1)\tau'_{ke}(r_1)dr_1$ , в которых

$$\tau_{ij}(r) = -(2[\mu]e_{ij}(r) + \delta_{ij}[K]\varepsilon_{pp}(r))x(r). \quad (3)$$

Вычислим микроскопические напряжения  $\langle \sigma_{ij} \rangle$ . Для этого усредним соотношения (2) по полному объёму  $V$  и применим правило механического смешивания.

$$\langle \Delta_{ij} \rangle = 2\mu_m \langle e_{ij} \rangle + 2[\mu] \sum_{S=1}^n c_S \langle e_{ij} \rangle_S, \quad (4)$$

$$\langle \sigma_{pp} \rangle = 3K_m \langle \varepsilon_{pp} \rangle + 3[K] \sum_{S=1}^n c_S \langle \varepsilon_{pp} \rangle_S,$$

где  $c_\Delta = V_\Delta V^{-1}$  – объёмное содержание эллипсоидов  $s$ -го направления.

Для вычисления величин  $\langle \varepsilon_{ij} \rangle_\Delta$  воспользуемся известным соотношением

$$\langle \varepsilon_{ij} \rangle_S = \langle \varepsilon_{ij} \rangle + c_S^{-1} \langle \chi_S \varepsilon'_{ij} \rangle. \quad (5)$$

Для определения моментов  $\langle \chi_S \varepsilon'_{ij} \rangle$  умножим уравнение

$$\varepsilon_{ij}(r) = \int_V G_{ik,ej}(r-r_1)\tau'_{ke}(r_1)dr_1 \quad \text{на } \chi_S(r)$$

и усредним результат по объёму  $V$ , в результате получим

$$\langle \chi_S \varepsilon'_{ij} \rangle = \int_V G_{ik,ej}(r_1) \langle \chi'_S(r) \tau'_{ke}(r+r_1) dr_1 \rangle. \quad (6)$$

При вычислении интеграла, стоящего в правой части, воспользуемся тем, что функция  $\chi_S(r)$  описывает эллипсоиды только одного направления, и будем считать, что коррекционная функция по знакам интеграла имеет вид

$$\langle \chi'_S(r) \tau'_{ke}(r+r_1) \rangle = \int_{ke}^{\Delta} \left( \frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} + \frac{x_3^2}{a_3^2} \right). \quad (7)$$

Здесь  $a_i$  – полуоси эллипсоида. Значение интеграла с учётом сделанного допущения выражается формулой [2]

$$\langle \chi_S \varepsilon'_{ij} \rangle = \frac{c_S}{2\mu_m} Z_{ijke}^{(S)} (\langle \tau_{ke} \rangle_S - c_f \langle \tau_{ke} \rangle_f), \quad (8)$$

где  $Z_{ijke}^{(S)} = S_{ijke}^{(S)} - \frac{\nu_m}{1+\nu_m} \delta_{ij} S_{ppke}^{(S)}$ ,

$$\nu_m = \frac{3K_m - 2\mu_m}{6K_m + 2\mu_m}, \quad c_f = V_f \cdot V^{-1} - \text{объёмное}$$

содержание всех включений;

$S_{ijke}^{(r)}$  – компоненты тензора Эшелби [3],

записанные в лабораторной системе координат эллипсоида  $s$ -го направления.

Постановка выражения для  $\tau_{ij}$  и формул (5) в соотношение (4) даёт

$$\langle \varepsilon_{ij} \rangle_S = c_f Q_{ijpq}^{(S)} P_{pqke}^{(S)} \langle \varepsilon_{ke} \rangle_f + Q_{ijre}^{(S)} \langle \varepsilon_{ke} \rangle, \quad (9)$$

$$E_{ijke} = 2\mu_m I_{ijke} + \delta_{ij} \delta_{ke} \lambda_m + c_f \cdot (2[\mu] I_{ijpq} + \delta_{ij} \delta_{pq} [\lambda]) \cdot a_{pqke}. \quad (12)$$

Соотношение  $\langle \sigma_{ij} \rangle = E_{ijke}^* (\langle e \rangle) \langle \varepsilon_{ij} \rangle$

принимает вид  $\langle \Delta_y \rangle = 2\mu^* (\langle e \rangle) \langle e_y \rangle$ ,

$\langle \sigma_{pp} \rangle = 2K^* (\langle e \rangle) \langle e_{pp} \rangle$ , в котором

$$\mu^* = \mu_m + [\mu] \frac{C_f \alpha}{C_m + \gamma C_f}, \quad (13)$$

где  $P_{ijke}^{(\Delta)} = \frac{1}{2\mu_m} (2[\mu] Z_{ijke}^{(S)} + \delta_{ke} [\lambda] Z_{ijpp}^{(S)})$ ,

$$Q_{ijke}^{(S)} = (I_{ijke} + P_{ijke}^{(S)})^{-1};$$

$$\lambda_{m,f} = K_{m,f} - \frac{2}{3} \mu_{m,f}.$$

Умножая (5) на  $c_s$  и суммируя по всем возможным направлениям эллипсоида, запишем уравнение для  $\langle \varepsilon_{ij} \rangle_f$

$$\langle \varepsilon_{ij} \rangle_f = \frac{\langle \varepsilon_{ke} \rangle - c_f \langle \varepsilon_{ke} \rangle_f}{c_f \cdot c_m} \sum_{\Delta=1}^n c_{\Delta} Q_{ijke}^{(S)}. \quad (10)$$

Разрешая тензорное уравнение относительно  $\langle \varepsilon_{ij} \rangle_f$  получаем

$$\langle \varepsilon_{ij} \rangle_f = a_{ijke} \cdot \langle \varepsilon_{ke} \rangle, \quad (11)$$

где

$$a_{ijke} = (I_{ilpq} + R_{ijpq})^{-1} R_{pqke} R_{ijke} = \frac{1}{c_f c_m} \sum_{\Delta=1}^n c_{\Delta} Q_{ijke}^{(S)},$$

$$c_m = 1 - c_f.$$

Подставляя (4), (10) в соотношения (2), находим макроскопический закон упруго-пластического деформирования композиционного слоя вида  $\langle \sigma_{ij} \rangle = E_{ijke}^* (\langle e \rangle) \langle \varepsilon_{ij} \rangle$ , в котором

$$K^* = K_m + [K] \frac{C_f \alpha}{C_m + \gamma C_f},$$

где  $K^*$  – эффективный предел текучести;

$\mu^*$  – эффективный коэффициент Пуассона.

При расчётах по полученным формулам  $\Delta_{ij}(r) = 2(\mu_1(e)x_1(r) + \mu_2(e)x_2(r))e_{ij}(r)$  и

$\sigma_{pp}(r) = 3(K_1x_1(r) + K_2x_2(r)) \cdot \varepsilon_{pp}(r)$ , (10) и (12) следует использовать зависимость для модулей пластичности вида

$$\tau = 2\mu_{\infty}e + K \left( 1 - e^{-\frac{2\mu_0 - 2\mu_{\infty}}{K}} \right)$$

и для концентраций  $c_2 = c_{\max} \left[ 1 - \left( \frac{z}{\Delta h} \right)^2 \right]$ . Для построения

зависимости изменения напряжений от деформации диффузионного слоя используем

зависимость  $\langle \sigma_{11} \rangle = \frac{9K^* \mu^*}{3K^* + \mu^*} \langle \varepsilon_{11} \rangle$  и

$\langle \varepsilon_{11} \rangle = \langle \varepsilon_{22} \rangle$ . Рассматривалось одноосное растяжение.

Экспериментальные исследования проводились на образцах с основой 40Х при определении поверхностной твёрдости после механически снятого покрытия (имитация процесса износа покрытия). Предел текучести определялся в соответствии со стандартной методикой (при  $\varepsilon = 0,2$ ).

На рисунке представлены результаты деформационных свойств медьсодержащего слоя покрытия с ультрадисперсными добавками меди, никеля дисульфида молибдена.

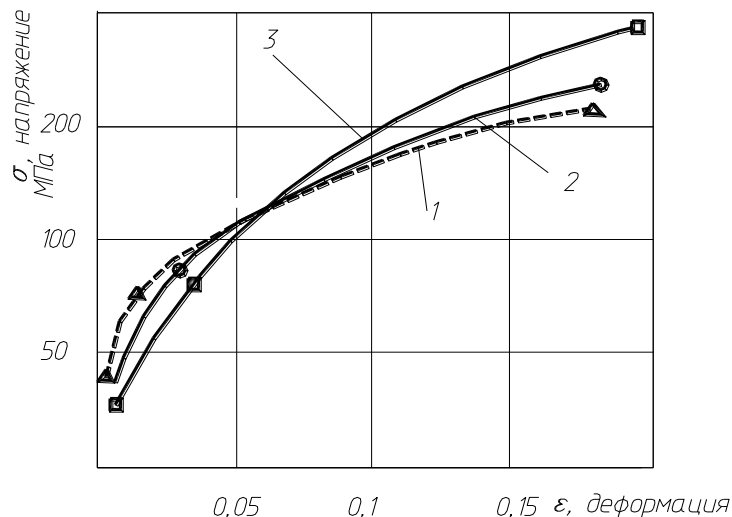


Рис. Зависимость механических свойств слоя покрытия для медьсодержащего покрытия с различными концентрациями включений (одноосное растяжение):

- 1 — расчётная зависимость (медь 95%, добавки 5%); 2 — экспериментальная кривая;
- 3 — экспериментальная кривая с серебряным покрытием

**Выводы.** Разработана модель физико-механических свойств многокомпонентного покрытия на рабочих поверхностях деталей, работающих в условиях трения и изнашивания.

Установлено, что за пределом упругости композиционного материала покрытие ведет себя так же, как и упруго-пластическое тело с линейным пластическим упрочнением.

**Список использованных источников**

1. Сараев, Л.А. Сингулярное приближение теории вязкопластических микронеоднородных сред [Текст] / Л.А. Сараев, Т.Д. Шермергор // Прикладная механика. — 1985. — Т.21, №5. — С. 92-97.
2. Холодинов, О.В. Диагностика изнашивания подвижных сопряжений [Текст] / О.В. Холодинов // Трибология: Исследования и приложения: опыт США и стран СНГ. — М.: Машиностроение; Нью-Йорк: Аллертон пресс, 1993. — С. 413-423.

3. Эшелби, Дж. Континуальная теория дислокаций [Текст] / Дж. Эшелби: пер. с англ. – М.: Иностранная литература, 1963. – 247 с.

---

Тимофеев Сергій Сергійович, доктор техн. наук, доцент кафедри матеріалів та технологій виготовлення виробів транспортного призначення Української державної академії залізничного транспорту. Тел.: (057) 730-10-49. E-mail: fedcirina@yandex.ru.

Timofeyev Sergiy, doct. of techn. sciences, associate professor department of materials and manufacturing technology products transport purposes Ukrainian State Academy of Railway Transport. Tel.: (057) 730-10-49. E-mail: fedcirina@yandex.ru.