

УДК 656.223:502.5

**ФОРМАЛІЗАЦІЯ ВАНТАЖНИХ МУЛЬТИМОДАЛЬНИХ ЗАЛІЗНИЧНИХ  
ПЕРЕВЕЗЕНЬ ЯК БАГАТОЕТАПНОЇ ТА БАГАТОЦІЛЬОВОЇ ТРАНСПОРТНОЇ  
ЗАДАЧІ**

Д-р техн. наук Д. В. Ломотько, канд. техн. наук Г. О. Примаченко

**FORMALIZATION OF MULTIMODAL TRUCK TRANSPORTATION  
AS A MULTI-STAGE AND MULTI-OBJECTIVE TRANSPORT PROBLEM**

**Dr. Sc. (Tech.) D. Lomotko, PhD (Tech.) H. Prymachenko**

---

DOI: <https://doi.org/10.18664/1994-7852.203.2023.277920>



**Анотація.** У статті розглянуто транспортну модель витрат на перевезення на мультимодальних маршрутах переміщення вантажів, що залежать від часу в дорозі, бо саме такий підхід до оптимізації мультимодальних перевезень вантажів у сучасних умовах має покликання до іхнього розвитку на транспортному ринку України та світу. Розроблену в роботі модель можна вважати достатньо універсальною за свою структурою, що залежить від особливостей виконаних вантажних операцій із окремими типами вантажу з прибуття або відривлення.

**Ключові слова:** вантажні перевезення, мультимодальні перевезення, оператор мультимодального перевезення, багатоетапна транспортна задача.

**Abstract.** The article examines the transport model of costs for transportation on multimodal routes for the movement of goods, depending on the time in transit, because this approach to the optimization of multimodal transportation of goods in modern conditions is called for their development in the transport market of Ukraine and the world. The analysis of the latest research

and publications showed that the process of transportation under the control of a multimodal transportation operator is not considered, the use of this approach in the interaction of modes of transport is not taken into account, that the goal of synchromodal optimization is to determine a synchronized uninterrupted transportation system, and this study was developed for this purpose. In order to set the problem, a research principle scheme was formed, which includes a set of sources of material flows, a set of points of movement of material flows, a set of destination points of material flows and a set of multimodal transportation routes. According to the central limit theorem, taking into account a large number of transport units, customers of multimodal transportation services and consignees, the distribution of the sum of independent identically distributed random variables converges to the normal distribution law. The implementation of the developed model in the conditions of the organization of multimodal routes on the territory of Ukraine with the participation of railway transport showed that for the averaged initial data it is possible to obtain an optimal solution for optimizing the costs of moving transport loads and optimizing the time spent on the multimodal route. The developed model can be considered quite universal in its structure, while only the parameters of the model will change, which depends on the specifics of the performed cargo operations with individual types of cargo upon arrival or departure.

**Keywords:** freight transportation, multimodal transportation, multimodal transportation operator, multi-stage transportation task.

**Вступ.** Завдання оптимізації використовують у багатьох сферах діяльності, а транспорт є важливою галуззю, що потребує постійної оптимізації, особливо в умовах воєнного стану. Для ефективного управління процесом перевезень підприємствами транспорту активно застосовується апарат математичного програмування, у тому числі методи лінійного програмування. При цьому виникає питання обліку параметричної невизначеності моделей процесів здійснення перевезень. Деякі фактори транспортування вантажів, такі як попит, вартість ресурсів, заробітна плата персоналу тощо, змінюються незалежно від самого підприємства транспорту. В умовах варіації параметрів середовища доводиться приймати рішення, подаючи ці параметри як випадкові величини. Для цього застосовується апарат стохастичного програмування [1]. Рішення, прийняте в подібних умовах, не завжди є оптимальним, що спричиняє збитки, тому використовується оцінка області ймовірності стійкості рішення. У статті авторами розглянуто транспортну модель витрат на перевезення на мультимодальних маршрутах переміщення вантажів, що

залежать від часу в дорозі (час на переміщення, перевантаження і т. д.), тому час на мультимодальному маршруті є стохастичною величиною, що залежить від довжини маршруту – детермінованої величини при плануванні маршруту руху, отже, сам час у русі – детермінована величина, і швидкості руху – стохастичної величини, але є середні швидкості руху на дільницях, тому при моделюванні прийнято середні значення швидостей руху на дільницях, і сама величина швидкості стає детермінованою величиною. Отже, саме такий підхід до оптимізації мультимодальних перевезень вантажів у сучасних умовах має покликання до їхнього розвитку на транспортному ринку України та світу.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У роботі [2] розглянута проблематика щодо оптимальної організації руху різних видів транспорту в системі контейнерних мультимодальних перевезень на основі оцінювання таких параметрів, як час, вартість і якість перевезення вантажу, але не враховано стохастичні параметри часу на очікування на кожному з етапів перевезення. Для того щоб описати оптимальну організацію завдання, авторами розроблено модель, заснована на

динамічному програмуванні, запропоновано алгоритм програмування для отримання оптимальної стратегії поєднання видів транспорту, але не розглянуто процес перевезення під контролем оператора мультимодального перевезення.

У ході виконання роботи [3] було проаналізовано модель класичної транспортної задачі для дослідження найбільш популярних методів оптимізації перевезень, доведено актуальність цього дослідження та обґрунтовано мету вдосконалення математичної моделі транспортної задачі, сформовано критерій ефективності для розроблення опорного плану перевезень за рахунок введення нових обмежень на завантаженість і якість покриття доріг, але не враховано використання такого підходу при взаємодії видів транспорту.

Основними відмінностями і перевагами багатоетапної та багатоцільової транспортної задачі порівняно з класичною, за роботою [4], є специфіка математичних моделей, що дає можливість розробити простіший і більш точний метод розв'язування, а за роботою [5], дає змогу застосовувати основні методи розв'язування транспортних задач в умовах невизначеності, методи побудови початкових опорних планів збалансованих транспортних задач, ураховувати особливості застосування сучасних методів стохастичного програмування до розв'язування транспортних задач з різними пропускними спроможностями комунікацій.

У праці [6] зазначається, що метою синхромодальної оптимізації є визначення синхронізованої безперебійної транспортної системи, де оператори спільно обмінюються інформацією, а технології дають змогу перемикати модальності на основі поточного стану мережі, що динамічно оновлюється на ходу, хоча це ідеалістичне бачення далеке від нинішньої ситуації транспортування кількома способами, мета полягає в тому, щоб отримати оптимізовану

та повністю синхронізовану систему, а саме для цього і розроблено це дослідження.

**Визначення мети та завдання дослідження.** Метою статті є пошук шляхів оптимізації плану перевезення вантажів на мультимодальних маршрутах за допомогою математичного апарату розв'язання транспортної задачі.

Завдання дослідження:

- провести аналіз видів транспортних задач;
- проаналізувати елементи і показники мультимодальних перевезень;
- визначити залежності між показниками мультимодального перевезення;
- сформулювати стохастичну модель мультимодальних вантажних перевезень і оцінити її за теоретичними та емпіричними даними.

**Основна частина дослідження.** Для постановки задачі сформовано принципову схему дослідження, що включає множини джерел матеріальних потоків (замовників послуги мультимодального перевезення), пунктів переміщення матеріальних потоків (проміжні пункти, мультимодальні термінали і т. п.), пунктів призначення матеріальних потоків (вантажоотримувачів) і маршрутів мультимодального перевезення (рис. 1).

За теорією математичного апарату, для розв'язання транспортної задачі часто використовують одноетапні транспортні задачі як класику для вирішення питань доставки матеріальних потоків від власників до отримувачів вантажу. У багатоетапних транспортних задачах вантаж від постачальників спочатку надходить на проміжні пункти (вузли транспортної мережі, розподільні центри, склади і т. п.), де за потреби він перевантажується або ж розвантажується та певний час зберігається [8]. Тобто для мультимодальних маршрутів вантаж буде переміщуватися від замовника послуги мультимодального перевезення [9] у транспортних одиницях фактичними перевізниками на мультимодальний

термінал за участю, можливо, третіх осіб, залучених до надання послуги мультимодального перевезення, так може повторюватися певну кількість разів і все це під контролем оператора мультимодального перевезення (рис. 2).

За схемою на рис. 2, процес мультимодального перевезення вантажів можна подати як багатостапну транспортну задачу – коли на шляху від постачальника до споживача матеріального потоку проміжних пунктів є декілька.

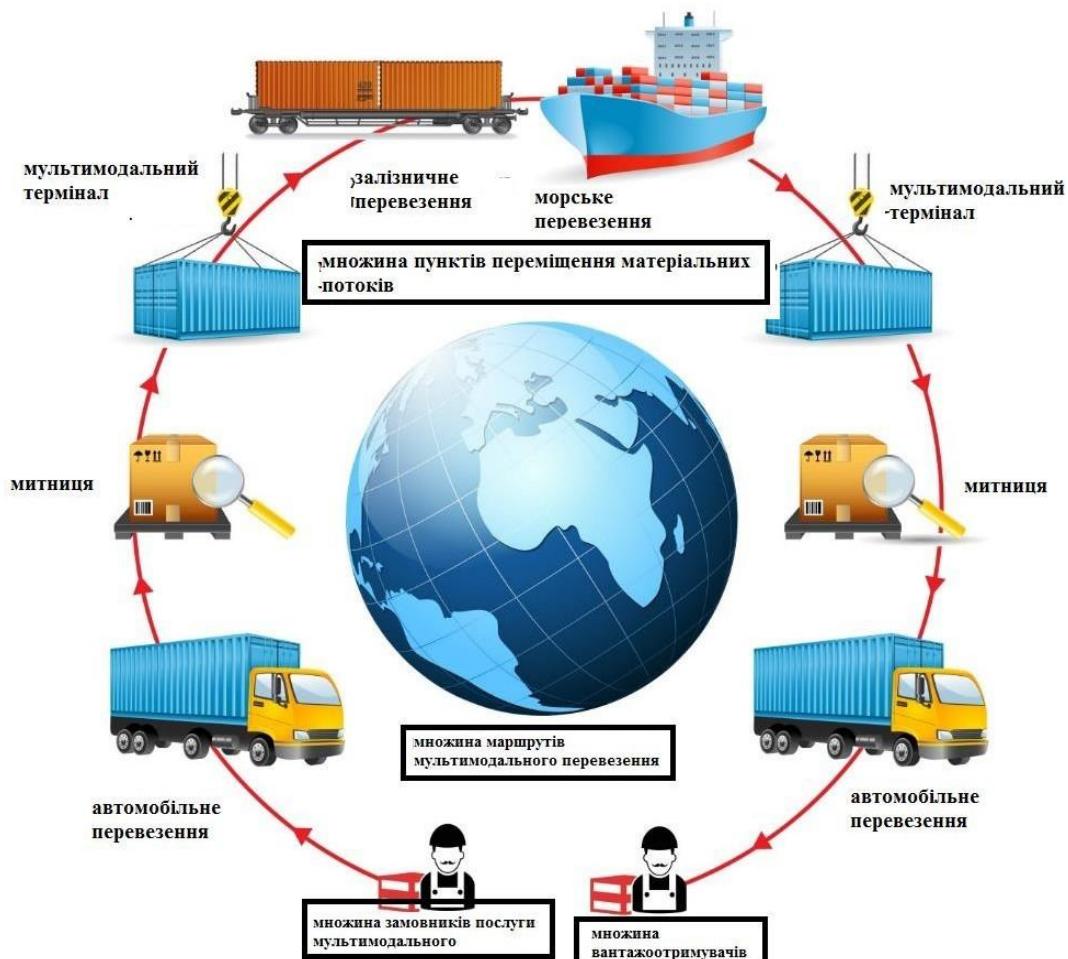


Рис. 1. Принципова схема полігона дослідження мультимодальних вантажних перевезень [7]

Вантаж, що перевозитиметься, вважається однорідним як транспортна одиниця. Замовників послуги мультимодального перевезення, транспортних одиниць, фактичних перевізників, мультимодальних терміналів, третіх осіб і вантажоотримувачів може бути декілька, а ось оператор мультимодального перевезення – один. Вважаються відомими запаси вантажу в замовників послуги мультимодального перевезення, пропускні спроможності проміжних пунктів

(залізничних станцій, портів, автошляхів, мультимодальних терміналів і т. д.), потреби вантажоотримувачів, а також тарифи на перевезення одиниці продукції (транспортної одиниці) і пропускні спроможності кожного з можливих мультимодальних маршрутів. За цих умов потрібно визначити найекономічніший план перевезень вантажів від замовника послуги мультимодального перевезення до вантажоотримувача.

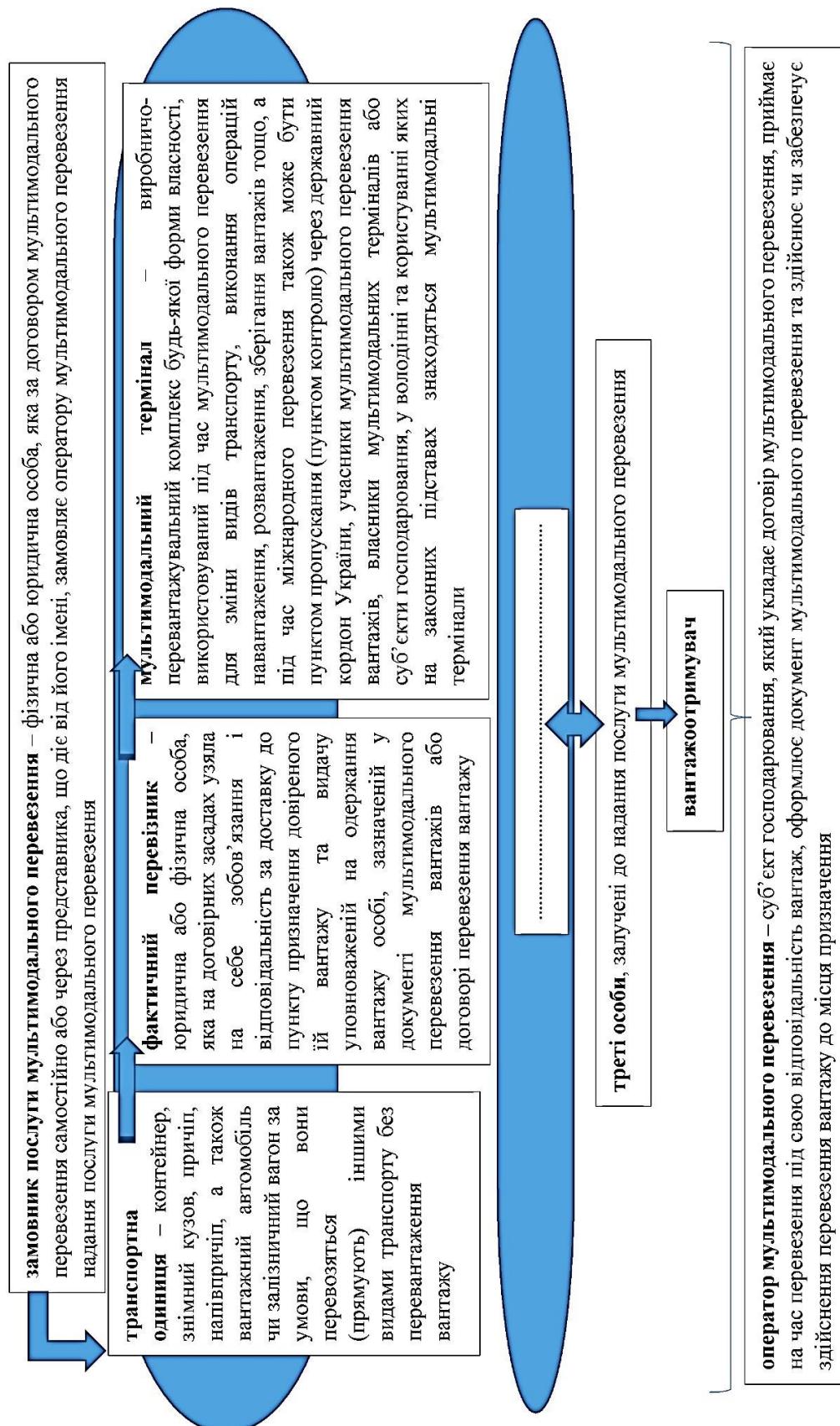


Рис. 2. Схема переміщення матеріальних потоків при мультимодальному перевезенні вантажів

### Основна частина дослідження.

Позначимо кількість замовників послуги мультимодального перевезення через  $m$ , а обсяг наявного в кожного з них вантажу (транспортних одиниць) через  $a_i$  ( $i = 1; m$ ). Кількість вантажоотримувачів позначимо через  $n$ , попит кожного вантажоотримувача –  $b_j$  ( $j = 1; n$ ). Припустимо, що перевезення вантажу від замовників послуги мультимодального перевезення до вантажоотримувачів здійснюватимуться у  $d$  етапів. Спочатку вантаж від замовників послуги мультимодального перевезення надходитиме на проміжні пункти, а вже з проміжних пунктів – до вантажоотримувачів (рис. 2). Кількість проміжних пунктів позначимо через  $p$ , а пропускну спроможність окремого  $k$ -го проміжного пункту –  $c_k$  ( $k = 1; p$ ).

Витрати на перевезення одиниці вантажу від  $i$ -го замовника послуги мультимодального перевезення на  $k$ -ий проміжний пункт позначимо через  $s_{ik}$  ( $i = 1; m$ ;  $k = 1; p$ ), витрати на перевезення одиниці вантажу від  $k_1$ -го проміжного пункту до  $k_p$ -го проміжного пункту позначимо через  $v_{k_1 k_p}$ , витрати на перевезення одиниці продукції з  $k$ -го проміжного пункту до  $j$ -го споживача –  $t_{kj}$  ( $k = 1; p$ ;  $j = 1; n$ ). Зроблено припущення, що пропускні спроможності кожного з можливих мультимодальних маршрутів є достатніми для пропускання всіх вантажопотоків. Потрібно знайти обсяги

$x_{ik}$  перевезень вантажів від замовників послуги мультимодального перевезення на проміжні пункти ( $i = 1; m$ ;  $k = 1; p$ ), обсяги  $w_{k_1 k_p}$  перевезень вантажів між проміжними пунктами та обсяги  $y_{kj}$  перевезень вантажів з проміжних пунктів до вантажоотримувачів ( $k = 1; p$ ;  $j = 1; n$ ), щоб загальні витрати  $Z$  на здійснення всіх перевезень були мінімальними.

Згодом значення попиту, запасів і вартості перевезення та інших параметрів можуть змінюватись, причинами чого є криза, зміни цін тощо. У зв'язку з цим виникає потреба постановки завдання з імовірнісними характеристиками здійснення оптимального плану мультимодального вантажного перевезення, а саме використання стохастичної постановки задачі, змінні параметри якої є випадковими величинами, тобто залучити апарат стохастичного програмування.

На відміну від класичної постановки транспортної задачі, у стохастичній задачі витрати на перевезення, попит вантажоотримувачів і пропозиція замовників послуги мультимодального перевезення можуть набувати випадкових значень. Зокрема може бути враховано, що змінна величина вартості перевезення на мультимодальному маршруті залежить від особливостей тарифної політики внаслідок фінансових, законодавчих чи ринкових причин зрушень у галузі. Тоді економіко-математична модель  $d$ -етапної транспортної задачі набуде вигляду

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^p s_{ik} \cdot x_{ik} + \sum_{k=1}^p v_{k_1 k_p} \cdot w_{k_1 k_p} + \sum_{k=1}^p \sum_{j=1}^n t_{kj} \cdot y_{kj} = \\ &= \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^p \left( \left( \int_{t_0}^{t_1} s_{ik} \cdot \varphi(s_{ik}) ds_{ik} \right) \cdot x_{ik} \right) + \sum_{k=1}^p \left( \left( \int_{t_0}^{t_1} v_{k_1 k_p} \cdot \chi(v_{k_1 k_p}) dv_{k_1 k_p} \right) \cdot w_{k_1 k_p} \right) + \sum_{k=1}^p \sum_{j=1}^n \left( \left( \int_{t_0}^{t_1} t_{kj} \cdot \gamma(t_{kj}) dt_{kj} \right) \cdot y_{kj} \right) = \\ &= \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^p \left( \left( \int_{t_0}^{t_1} s_{ik} \cdot P'(s_{ik}) ds_{ik} \right) \cdot x_{ik} \right) + \sum_{k=1}^p \left( \left( \int_{t_0}^{t_1} v_{k_1 k_p} \cdot P'(v_{k_1 k_p}) dv_{k_1 k_p} \right) \cdot w_{k_1 k_p} \right) + \sum_{k=1}^p \sum_{j=1}^n \left( \left( \int_{t_0}^{t_1} t_{kj} \cdot P'(t_{kj}) dt_{kj} \right) \cdot y_{kj} \right) \rightarrow \min \end{aligned} \quad (1)$$

де  $\overline{s_{ik}}$ ,  $\overline{v_{k|p}}$ ,  $\overline{t_{kj}}$  – математичне очікування витрат на перевезення від замовників послуги мультимодального перевезення до проміжних пунктів, між проміжними пунктами мультимодального маршруту і з проміжних пунктів до вантажоотримувачів, відповідно, умов. од.;

$t_0$  – момент часу початку перевезення;

$\tau$  – кінцевий момент часу перевезення;

$\varphi(s_{ik})$  – щільність розподілу безперервної випадкової величини витрат на перевезення від замовників послуги мультимодального перевезення до проміжних пунктів як функція, що є похідною  $P'$  від функції, що диференціюється;

$\chi(v_{k|p})$  – щільність розподілу

безперервної випадкової величини витрат на перевезення між проміжними пунктами мультимодального маршруту як функція, що є похідною  $P'$  від функції, що диференціюється;

$\gamma(t_{kj})$  – щільність розподілу безперервної випадкової величини витрат на перевезення з проміжних пунктів до вантажоотримувачів як функція, що є похідною  $P'$  від функції, що диференціюється;

Отже, отримали стохастичну постановку транспортної задачі для мультимодального перевезення:

$$z = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^p \left( \left( \int_{t_0}^{\tau} s_{ik} \cdot P'(s_{ik}) ds_{ik} \right) \cdot x_{ik} \right) + \sum_{k=1}^p \left( \left( \int_{t_0}^{\tau} v_{k|p} \cdot P'(v_{k|p}) dv_{k|p} \right) \cdot w_{k|p} \right) + \sum_{k=1}^p \sum_{j=1}^n \left( \left( \int_{t_0}^{\tau} t_{kj} \cdot P'(t_{kj}) dt_{kj} \right) \cdot y_{kj} \right) \rightarrow \min \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^p x_{ik} \leq a_i, i = 1, \overline{m}, \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^p y_{kj} = b_j, j = 1, \overline{n}, \quad (4)$$

$$a_i \geq \sum_{k=1}^p w_{k|p} \leq b_j, \quad (5)$$

$$\sum_{k=1}^p x_{ik} = \sum_{j=1}^n y_{kj} \leq c_k, k = 1, \overline{p}, \quad (6)$$

$$x_{ik} \geq 0, i = 1, \overline{m}, k = 1, \overline{p}, \quad (7)$$

$$w_{k|p} \geq 0, k = 1, \overline{p}, \quad (8)$$

$$y_{kj} \geq 0, k = 1, \overline{p}, j = 1, \overline{n}. \quad (9)$$

Цільова функція (2) задачі (2) – (9) відображує вимогу пошуку найекономічнішого плану перевезень вантажів. Інші умови задачі означають, відповідно, що:

(3) – обсяг вантажу, що вивозиться від кожного замовника послуги мультимодального перевезення, не має перевищувати наявного в нього запасу;

(4) – обсяг вантажу, що завозиться кожному вантажоотримувачу, має відповідати його попиту;

(5) – вантаж на маршруті руху не перевищує наявний обсяг у замовників послуги мультимодального перевезення і попит вантажоотримувачів;

(6) – увесь вантаж, що завозиться на кожний проміжний пункт від замовників послуги мультимодального перевезення, має бути потім надісланий до вантажоотримувачів, причому слід ураховувати пропускні спроможності кожного проміжного пункту;

(7)–(9) – обсяги перевезень за кожним із маршрутів мають бути невід’ємними.

Математично задача (2)–(9) є стохастичною моделлю процесу мультимодального перевезення.

Для розв’язання такої транспортної задачі (2)–(9) можна використовувати різні методи. Існує поняття дисбалансу та виродженості у транспортній задачі. Виконання умови збалансованості

$$\sum_{i=1} a_i = \sum_{j=1} b_j \quad [10] \text{ дуже важливо під час}$$

розв’язання транспортної задачі. Це означає, що до базисного допустимого розв’язку входить  $m + n - 1$  базисна змінна. Така умова не виконується, якщо замовники послуги мультимодального перевезення можуть запропонувати більше, ніж потрібно вантажоотримувачам, тоді для розв’язання задачі вводиться фіктивний вантажоотримувач, попит якого дорівнює

$$b_{n+1} = \sum_{i=1} a_i - \sum_{j=1} b_j. \text{ Вартість перевезення для}$$

циого вантажоотримувача дорівнює 0 умовних одиниць. Отже, при розв’язанні задачі надлишки списуються ціому вантажоотримувачу, і отримуємо транспортне завдання, для якого виконується умова збалансованості.

Щоб при розв’язанні транспортної задачі не виникло труднощів, необхідно також перевіряти розв’язок на невиродженість. Опорний план

транспортної задачі є невиродженим, якщо кількість базисних змінних дорівнює  $m + n - 1$ . Якщо вона менше цього значення – опорний план вироджений. Така ситуація може виникнути, якщо одночасно задоволені потреби вантажоотримувачів і порожній склад замовників послуги мультимодального перевезення. Це призводить до того, що система матиме не єдине значення. Для вирішення проблеми в такій ситуації привласнююмо змінній, що стоять у транспортній таблиці поруч із базисною, нульове значення.

Знайдений оптимальний розв’язок (2) необхідно перевірити на належність до області імовірнісної стійкості. Якщо цей розв’язок для нас неприйнятний, постає завдання його корекції. Відомі дані минулих років АТ «УЗ» щодо перевезення транспортних одиниць (наприклад контейнерів), завдяки їм ми можемо знайти оптимальний план мультимодальних перевезень вантажів у контейнерах і мінімізувати витрати на їх транспортування. Приймаємо умову, що кількість вантажних одиниць у замовників послуг мультимодального перевезення відповідає потребам вантажоотримувачів і тому задача (2)–(9) розв’язується в закритому вигляді.

Витрати на перевезення  $S_{ik, k, k_p, kj}$

є стохастичними параметрами моделі і залежать від часу знаходження транспортних одиниць на мультимодальному маршруті:

$$t = \tau - t_0. \quad (10)$$

Відповідно час  $t$  включатиме такі основні складові:

$$t = t_{\text{nep.}} + t_{\text{вант.}} + t_{\text{очік.}}, \quad (11)$$

де  $t_{\text{nep.}}$  – час на переміщення транспортних одиниць на мультимодальному маршруті, год, є детермінованої величиною, бо залежить від відстані  $S$  перевезення, що є

відомою детермінованою величиною для конкретного мульти modalного маршруту, км, і швидкості руху у транспортному засобі  $V$ , км/год, що приймається як середнє значення для конкретного транспортного засобу на певній ділянці руху (наприклад середня швидкість перевезення для залізничного транспорту власного вагона перевізника з транспортними одиницями (приймаємо універсальні платформи з контейнерними відправками), введена в дію з 01.03.2023 р., складає мінімум 50 км/добу (рис. 3)):

$$t_{nep.} = \frac{S}{V}, \quad (12)$$

$t_{\text{вант.}}$  – час на перевантажувальні роботи за потреби є детермінованою величиною за технологічними нормами проведення навантажувально-розвантажувальних робіт, год;

$t_{\text{очік.}}$  – час на очікування при переміщенні транспортних одиниць на мульти modalному маршруті, є випадковою величиною.

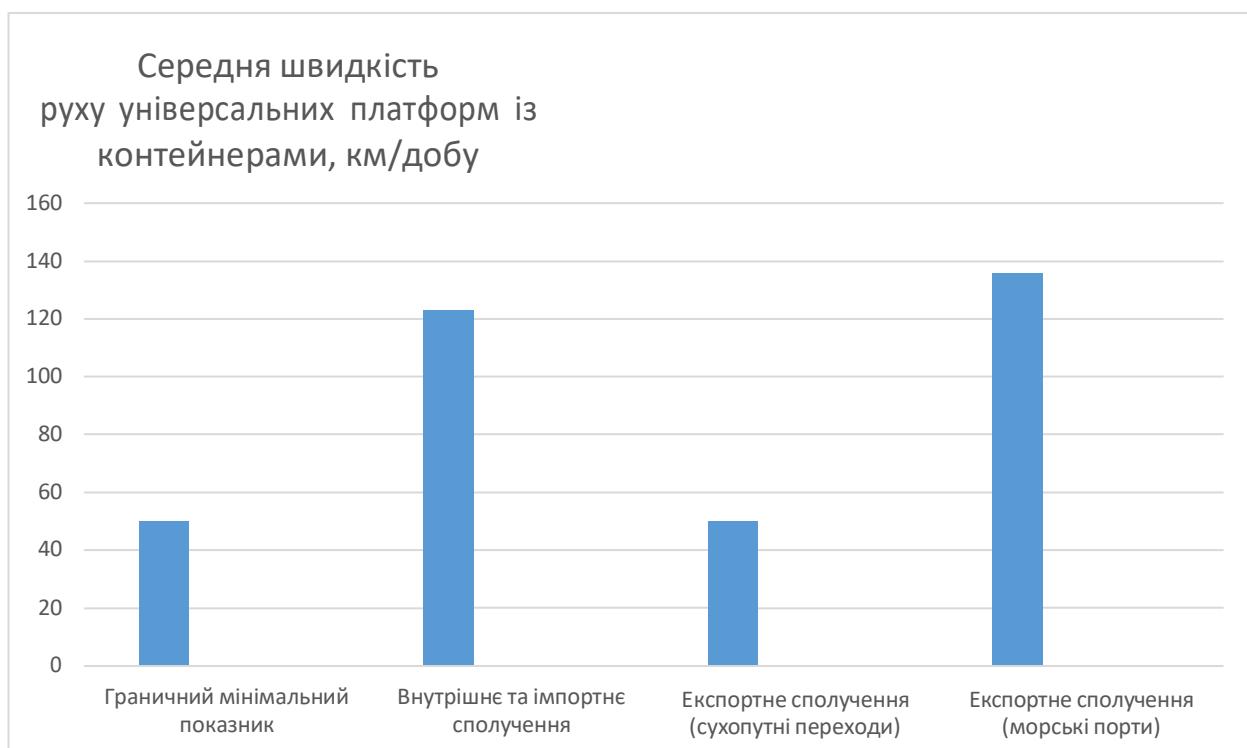


Рис. 3. Середня швидкість перевезення для залізничного транспорту власного вагона перевізника з транспортними одиницями (приймаємо універсальні платформи з контейнерними відправками), введена в дію з 01.03.2023 р.

Відповідно до технології перевезення вантажу витрати, пов’язані з перебуванням транспортних одиниць під час  $t_{\text{очік.}}$ , будуть

на проміжних пунктах мульти modalного маршруту і складатимуть

$$z_{\text{очік.}} = \sum_{k=1}^p \frac{C \cdot q}{\frac{n_{\text{прост.}}}{c_m}} \cdot \int_{t_{\min}}^{t_{\text{очік.}}} t_{\text{очік.} k_1 k_p} \cdot f(t_{\text{очік.} k_1 k_p}) dt_{\text{очік.} k_1 k_p}, \quad (13)$$

де  $C_{прост.}$  – вартість години простою транспортного засобу на мультиodalному маршруті;

$q$  – маса вантажу для переміщення по мультиodalному маршруту, т;

$q_{cm}$  – статичне навантаження транспортного засобу, т/засіб;

$t_m \text{ in}$  – мінімальний час простою транспортного засобу під час очікування операцій із транспортними одиницями на мультиodalному маршруті.

Отже, цільова функція моделі набуде вигляду

$$z = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^p \left( \left( \int_{t_0}^{\tau} s_{ik} \cdot P'(s_{ik}) ds_{ik} \right) \cdot x_{ik} \right) + \sum_{k=1}^p \left( \left( \int_{t_0}^{\tau} v_{k_1 k_p} \cdot P'(v_{k_1 k_p}) dv_{k_1 k_p} \right) \cdot w_{k_1 k_p} \right) + \\ + \sum_{k=1}^p \sum_{j=1}^n \left( \left( \int_{t_0}^{\tau} t_{kj} \cdot P'(t_{kj}) dt_{kj} \right) \cdot y_{kj} \right) + \sum_{k=1}^p \frac{C_{прост.} \cdot q}{q_{cm}} \cdot \int_{t_{\min}}^{t_{очік.}} t_{очік. k_1 k_p} \cdot f(t_{очік. k_1 k_p}) dt_{очік. k_1 k_p} \rightarrow \min. \quad (14)$$

Експериментальні дослідження моделі показали, що, за положеннями центральної граничної теореми [11], з урахуванням великої кількості транспортних одиниць, замовників послуг мультиodalного перевезення та вантажоотримувачів існує збіжність розподілу суми незалежних однаково розподілених випадкових величин до нормальному закону розподілу.

Подальші статистичні дослідження доводять, що  $t_{очік.}$  в основному складається з часу очікування на пунктах пропускання через державний кордон, мультиodalних терміналах, при очікуванні навантажувально-розвантажувальних операцій і т. п., його можна вважати підпорядкованим усіченому нормальному закону розподілу із щільністю

$$(очік.)f_t = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t_{очік.} - \bar{t}_{очік.})^2}{2\sigma^2}}, \quad (15)$$

де  $\bar{t}_{очік.}$  та  $\sigma$  – відповідно математичне очікування та середньоквадратичне відхилення випадкової величини  $t_{очік.}$ . Це обумовлює несинхронне функціонування замовників послуг мультиodalного

перевезення, оператора мультиodalного перевезення, терміналів і вантажоотримувачів.

У роботі [12] досліджено показник простою великовагового контейнера під 1-ю вантажною операцією і доведено, що випадкова величина підкоряється нормальному закону розподілу, функція

$$\text{щільності якого } f(t_{очік.}) = 0,019 \cdot e^{-\frac{t_{очік.} - 74,33}{861,125}}.$$

Гістограма та функція щільності розподілу простою великовагового контейнера на прикладі транспортного перевантажувального вузла М під 1-ю вантажною операцією наведено на рис. 4. Виявлено наявність тенденції до збільшення часу простою внаслідок нерівномірності підведення вагонів і контейнерів, а також із коливанням обсягів роботи.

Оцінювання результатів моделювання вантажних мультиodalних залізничних перевезень показало, що реалізація формалізованої технології при інтенсивності відправлення транспортних вантажів у розмірі 1 тис. TEU/добу дає витрати на рівні 5...6 грн/ TEU\*км, що на 2..3,5 % менше, ніж існуючі.

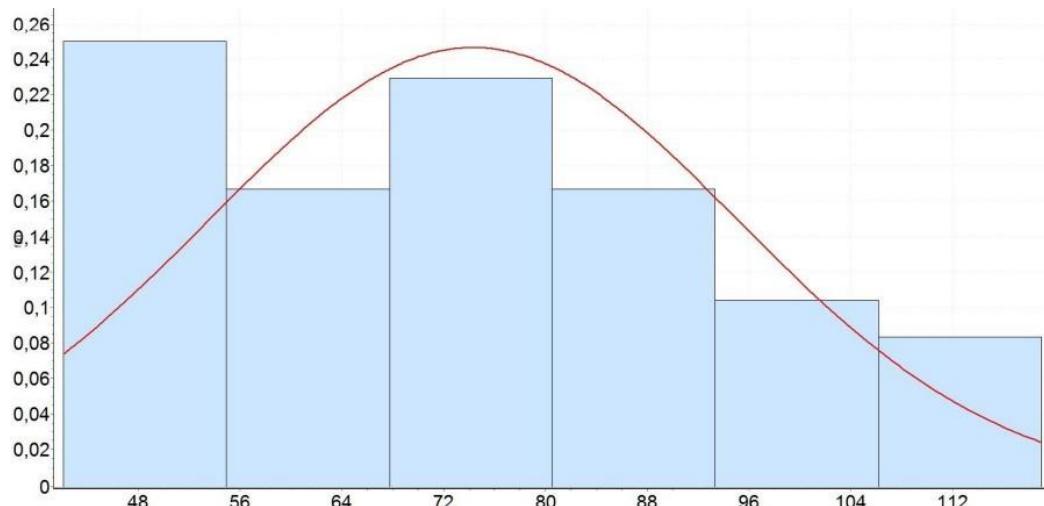


Рис. 4. Гістограма та функція щільності розподілу простою великовагового контейнера під 1-ю вантажною операцією

**Висновки.** Реалізація моделі (14) в умовах організації мультимодальних маршрутів на території України за участю залізничного транспорту показала, що для усереднених вихідних даних можна отримати оптимальне рішення щодо оптимізації витрат на переміщення транспортних вантажів і оптимізації часу знаходження на мультимодальному маршруті. Зокрема для умов експериментального полігону отримано, що реалізація розробленої технології при інтенсивності відправлення транспортних вантажів у розмірі 1 тис. TEU/добу,

мінімальних витрат за експертними розрахунками 5,42 грн/ TEU, що на 3 % менше, ніж за теоретичними даними.

Розроблену модель можна вважати достатньо універсальною за своюю структурою і використовувати її при подаванні транспортних одиниць для перевезень за мультимодальним маршрутом до вантажоотримувачів і у зворотному напрямку. При цьому будуть змінюватися тільки параметри моделі, що залежить від особливостей роботи видів транспорту з окремими типами вантажу з приуття або відправлення.

### Список використаних джерел

1. Колбин В. В. Стохастическое программирование. *Palmarium Academic Publishing*. 2013. 396 с.
2. Congli Hao, Yixiang Yue Optimization on Combination of Transport Routes and Modes on Dynamic Programming for a Container Multimodal Transport System Procedia Engineering 137 (2016). P. 382–390. URL: [https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S187770581600299X?ref=pdf\\_download&fr=RR-2&rr=7ac5f507d8f2c30a](https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S187770581600299X?ref=pdf_download&fr=RR-2&rr=7ac5f507d8f2c30a).
3. Кошевий Д. О. Дослідження методів оптимізації транспортних перевезень: пояснівальна записка до атестаційної роботи здобувача вищої освіти на другому (магістерському) рівні, спеціальність 122 Комп'ютерні науки / М-во освіти і науки України, Харків. нац. ун-т радіоелектроніки. Харків, 2019. 81 с. URL: <http://openarchive.nure.ua/handle/document/10958>.

4. Економіко-математичні методи та моделі: навч. посіб. / Н. Л. Воропай, Т. В. Герасименко, Л. О. Кирилова та ін.; за заг. ред. В. М. Мацкул. Одеса: ОНЕУ, 2018. 404 с.
5. Іксанов О. М., Шевченко В. І. Транспортна задача, її властивості та методи розв'язування (курс «Дослідження операцій»): навч. посіб. Київ: Наукове видавництво «ТВiМС», 2010. 84 с.
6. Claudia Archetti, Lorenzo Peirano, M. Grazia Speranza Optimization in multimodal freight transportation problems: A Survey. *European Journal of Operational Research*. 2022. Vol. 299, Is. 1. P. 1-20. ISSN 0377-2217. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.07.031>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221721006263>.
7. Законопроект № 4258 «Про мультимодальні перевезення» змінить транспортну систему. Від 10.03.2021 р. URL: <https://www.ua-bud.com.ua/zakonoproekt-4258-pro-multimodalni-perevezennya/>. Дата звернення: 07.03.2021.
8. Транспортна задача лінійного програмування. URL: <https://www.mathros.net.ua/transportna-zadacha-matematichna-postanovka-zadachi.html>.
9. Про мультимодальні перевезення: Закон України. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/1887-20#Text>.
10. Zhuk V. V., Tumka O. A. About the uniform approximation on the all real axis of continuous distribution functions. *International Conference on «Stability and Control Processes» in Memory of V.I. Zubov, SCP 2015 – Proceedings*. 7342141. 2015. P. 364-365.
11. Центральна гранична теорема. URL: <https://uk.wikipedia.org/>.
12. Ломотько Д. В., Дерев'янко О. В., Дворецький П. О. Підвищення ефективності роботи з контейнерами в умовах перевантажувальних вузлів за участю залізниць. *Збірник наукових праць ДНУЗТ ім. акад. В. Лазаряна*. 2016. Вип. 11. С. 48-54.

---

Ломотько Денис Вікторович, доктор технічних наук, завідувач кафедри транспортних систем та логістики, професор, Український державний університет залізничного транспорту. ORCID iD: 0000-0002-7624-2925.

Тел.: +38 (067) 576-06-61. E-mail: den@kart.edu.ua.

Примаченко Ганна Олександровна, кандидат технічних наук, доцент кафедри транспортних систем та логістики, Український державний університет залізничного транспорту. ORCID iD: 0000-0001-7326-8997.

Тел.: +38 (066) 567-97-72. E-mail: gannaprymachenko@kart.edu.ua.

Lomotko Denys, Dr. Sc. (Tech.), professor, heard of the department of transport systems and logistics, Ukrainian State University of Railway Transport. ORCID iD: 0000-0002-7624-2925. E-mail: den@kart.edu.ua.

Prymachenko Hanna, PhD (Tech). Associate Professor, department of transport systems and logistics, Ukrainian State University of Railway Transport. ORCID iD: 0000-0001-7326-8997. E-mail: gannaprymachenko@kart.edu.ua.

Статтю прийнято 25.03.2023