

УДК 624.073:621.886

**РОЗРАХУНОК НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ ШПОНКОВОГО З'ЄДНАННЯ
З РУЙНУВАННЯМ ШВА ЗА СТИСНУТОЮ СМУГОЮ**

Канд. техн. наук О. О. Довженко, асп. М. О. Мищенко,
магістрант Г. Р. Шершерія

**CALCULATION OF THE BEARING CAPACITY OF A KEYED JOINT IN THE CASE OF
FAILURE OF THE SEAM BY A COMPRESSED STRIP**

PhD (Tech.) O. O. Dovzhenko, postgraduate student M. O. Mishchenko,
master H. R. Shersheriia

DOI: <https://doi.org/10.18664/1994-7852.210.2024.320729>



***Анотація.** Розроблений у Національному університеті «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка» варіаційний метод у теорії пластичності бетону використано як теоретичну основу для створення методики розрахунку несучої здатності шпонкових з'єднань збірних і збірно-монолітних залізобетонних конструкцій. Розглянуто руйнування шва за похилою стиснутою смугою шляхом діагонального розколювання. Запропонована залежність для визначення граничного навантаження враховує міцнісні характеристики бетону й арматури, геометричні параметри стику: висоту і глибину шпонки, кут нахилу опорного майданчика, ширину шва, кількість арматури.*

***Ключові слова:** теорія пластичності, варіаційний метод, стиснута смуга, діагональне розколювання, шпонковий стик.*

***Abstract.** The key joint with the seam of precast and precast- cast-in-place reinforced concrete structures is considered. The bearing capacity of the joint is proposed to be calculated using the method based on the variational method in the theory of concrete plasticity. In experimental studies, the destruction of the same along the inclined compressed strip was recorded. Diagonal splitting is considered as a theoretical model in this case. A kinematically possible scheme is proposed, which takes into account the specificity of the stress-strain state of the element in the limit state. The scheme includes 4 rigid discs formed with a failure surface: two wedges under the loading platforms, and two discs formed with the surfaces of the wedges and the tearing-off plane connecting their tops. The wedges approach each other, the other two move away perpendicular to the tearing-off plane. The failure surface consists of areas of shear with compression, on which directional plastic strain is localized and limit normal and tangential stresses with values according to the accepted condition of*

concrete strength, as well as areas of tension with principal stresses. The unknowns when solving the problem of the strength of a compressed strip under diagonal splitting are the two angles of inclination of the shear sections of the wedges to the splitting plane (γ_1 , γ_2), the ratio of the speeds of the rigid disks $k = V_1 / V_2$ and the limit load. After determining the jumps of the normal and tangential components of velocities on the sections of the failure surface, as well as their areas, the functional of the method is recorded, which is examined for a steady state. As a result, a formula for determining the limit load was obtained, which takes into account the strength characteristics of concrete and reinforcement, the geometric parameters of the joint (height and depth of the key, the angle of inclination of the support platform of the key, the width of the seam), the amount of reinforcement. To determine the values of the load, this function is examined for the extremum.

Keywords: theory of plasticity, variational method, compressed strip, diagonal splitting, keyed joint.

Вступ. У збірному та збірно-монолітному будівництві широко застосовують шпонкові з'єднання несучих елементів каркасів і стін, а також збірного та монолітного бетону. Для вдосконалення конструктивних рішень таких стиків [1] і безпечної та надійної експлуатації будівель необхідна достовірний й точна методика оцінювання їхньої несучої здатності, яка охоплює всі можливі випадки руйнування, що зустрічаються на практиці.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. За результатами випробувань відомі чотири характерні випадки руйнування шпонкових з'єднань [2]: зсув без руйнування шпонки з можливими розривами поперечної арматури (опір шпонки при цьому не використовують, такий варіант можливий за певного нахилу опорної грані шпонки та за умови неперевикнення величиною горизонтального зусилля обтиснення 20 % величини вертикального зусилля); сколювання (зріз) двох типів: у результаті руйнування шпонки вздовж вертикальної тріщини або шва вздовж косої тріщини, що з'єднує протилежні кути шпонок; зминання в результаті руйнування шпонки шляхом роздроблення бетону замонолічування під опорними поверхнями. Залежно від геометричних параметрів шпонки і шва, їхнього армування, рівня обтиснення з перерахованих реалізують такий випадок,

для якого характерне мінімальне значення граничного навантаження.

Для визначення несучої здатності шпонкових з'єднань, крім емпіричного підходу отримання залежностей, використовують теоретичні розрахункові моделі. У роботі [3] варіаційним методом у теорії пластичності бетону отримано формули для визначення граничного навантаження стиків з їх руйнуванням як за шпонкою (зріз першого типу та роздроблення, за наданою вище класифікацією), так і швом (зріз другого типу) і встановлено межі їх реалізації залежно від параметрів з'єднання. Поверхня руйнування на кінематичній схемі, що враховує специфіку граничного напружено-деформованого стану елемента, складається з ділянок зрізу зі стиском, на яких локалізується спрямована пластична деформація та діють граничні нормальні і дотичні напруження зі значеннями за прийнятою умовою міцності бетону, а також ділянок розтягу з головними напруженнями.

Для багатошпонкових стиків зі швом запропоновано розглядати всі можливі випадки руйнування: $n+1$, де n – кількість шпонок у стику: руйнування лише за шпонками (рис. 1, а); комбіноване (за шпонками і швом на рис. 1, б-г); руйнування лише за швом. За розрахункове приймають мінімальне з отриманих значень несучої здатності.

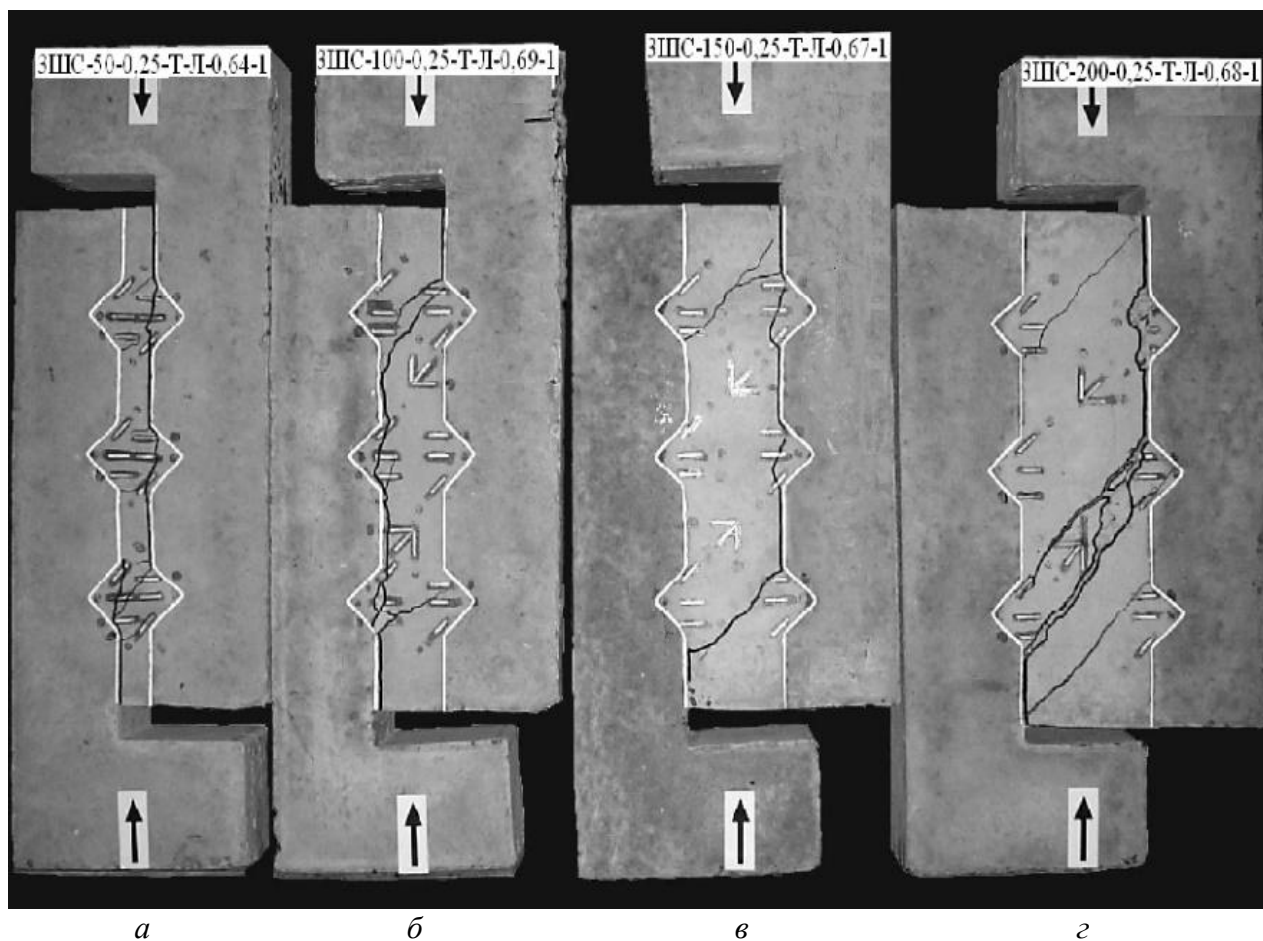


Рис. 1. Характер руйнування тришпонкових залізобетонних стиків трикутного профілю зі швом: *а* – за трьома шпонками; *б* – двома шпонками і швом у межах верхньої шпонки; *в* – двома шпонками і швом у межах нижньої; *г* – шпонкою з утворенням похилої смуги в межах висоти двох шпонок

Методика розрахунку, запропонована в роботі [4], реалізує верхню оцінку жорстко-пластичної моделі для визначення несучої здатності для зрізу вертикальних з'єднань стінових панелей із тросовими петлями. При цьому розглядають два ідеалізовані механізми руйнування стиків. Перший включає лінії текучості, розташовані тільки в напрямку дії поперечної сили (аналогія руйнування за шпонкою), при цьому між шпонками стик розглядають як гладкий, і опором ділянки між шпонками нехтують. Крім пластичної енергії, що розсіюється в лініях текучості, ураховують внесок тросових петель. Другий тип механізму, крім вертикальної, включає

також і діагональні лінії текучості (аналогія руйнування за швом): система наявних ліній текучості розділяє з'єднання на декілька жорстких сегментів. Довжину і напрямок векторів їхнього відносного зсуву використовують для розрахунку енергії, що розсіюється в лініях текучості. Оскільки діагональні лінії перетинають анкери, то враховують їхній безпосередній внесок у внутрішню роботу. За розрахункове приймають мінімальне з отриманих значення навантаження.

У тілі шва з величиною середніх дотичних напружень $0,7f_{ct}$ [5] утворюється система похилих тріщин, які окреслюють стиснуті підкоси (смуги), нахилені до

горизонталі, вони передають зусилля зсуву до моменту руйнування. У багатошпонкових стиках підкіс охоплює від однієї до трьох шпонок залежно від співвідношення t_j / u_k , де t_j – ширина шва, u_k – крок шпонок.

За певних параметрів стиків із трикутним профілем спостерігають [6] випадок руйнування, наведений на рис. 1, *г*.

У роботі [7] для оцінювання несучої здатності стиків використано теорію опору анізотропних матеріалів у стиснутому силовому потоці, що у з'єднаннях формуються між майданчиками завантаження.

У розрахунковій моделі [8] несуча здатність стику визначена опором стиснутого підкосу між шпонками, його ширина та кількість шпонок, які він охоплює, залежать від ширини шва, кроку шпонок і вмісту арматури.

Метою роботи є визначення опору похилої стиснутої смуги, яка може утворюватися в межах шва шпонок стиків і визначати його несучу здатність розробленим у Національному університеті «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка» варіаційним методом у теорії пластичності бетону.

Основна частина дослідження.

Послідовність вирішення завдання опору бетонного елемента варіаційним методом така:

- моделюють характер руйнування – формування кінематично можливої схеми: із використанням геометричних параметрів окреслюють обрис поверхні руйнування та задають напрямки руху (швидкості) окремих жорстких дисків, виділених руйнівною поверхнею; зазвичай невідомими геометричними параметрами є кути нахилу ділянок руйнування до площини дії сил, а також відносні значення швидкостей; геометричні параметри стику та міцнісні характеристики бетону задані;

- знаходять стрибки швидкостей на ділянках поверхні руйнування та площі останніх;

- записують функціонал варіаційного методу, виконують відповідні математичні перетворення;

- функціонал досліджують на стаціонарний стан (прирівнюють до 0);

- виводять формулу для підрахунку граничного навантаження у функції від невідомих параметрів;

- цю функцію досліджують на екстремум (безумовний за поступального руху жорстких дисків на кінематичній схемі й умовний в іншому випадку: як додаткові умови використовують рівняння рівноваги);

- визначають значення граничного навантаження і всіх невідомих параметрів.

Розглянуто розрахункову модель, у межах якої стиснута похила смуга руйнується від діагонального розколювання (рис. 2, *а*) (руйнування за діагональною тріщиною вздовж стиснутої смуги [2]).

Перший етап розроблення методики її розрахунку – створення кінематично можливої схеми руйнування стику, що має врахувати особливості його роботи в граничному стані.

У розгляданому випадку в теоретичній моделі на стадії руйнування шов розділяється на чотири жорсткі диски: два клини 1 під майданчиками, через які передається навантаження (у загальному випадку клини можуть бути несиметричними, останнє обумовлено співвідношенням геометричних параметрів шпонок з'єднання) і два диски 2, окреслені зсувними ділянками клинів і площиною розколювання, що з'єднує їхні вершини (рис. 2, *б*).

Клини за дії зовнішнього навантаження рухаються назустріч один одному, спричиняючи віддалення двох інших дисків у напрямку, перпендикулярному до площини розколювання. Невідомих за розв'язання задачі буде чотири: два кути нахилу ділянок зсуву клинів до площини розколювання (γ_1, γ_2), відношення швидкостей руху жорстких дисків $k = V_1 / V_2$ і граничне навантаження P_1 , направлене вздовж площини розколювання (рис. 3).

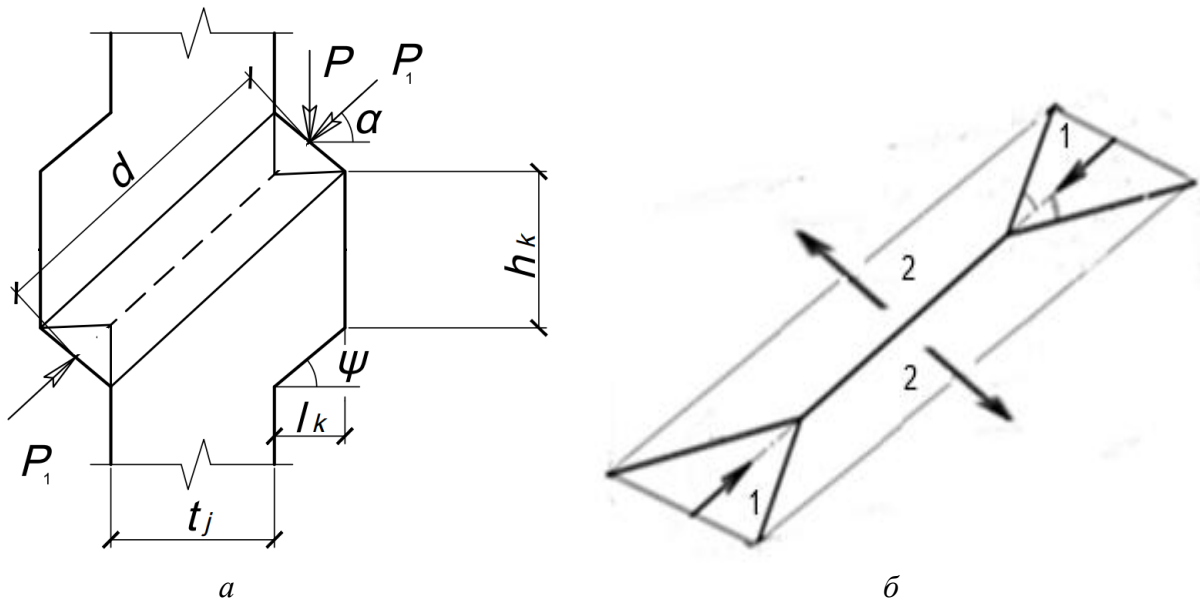


Рис. 2. Розколювання похилої стиснутої смуги в межах шва (а);
кінематика руху жорстких дисків (б)

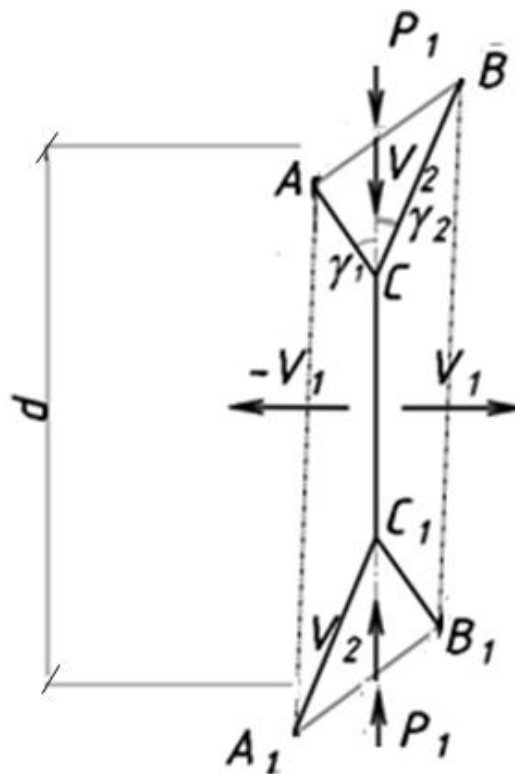


Рис. 3. Кінематична схема руйнування за діагонального розколювання

Відповідно до прийнятої послідовності розв'язання задач опору елементів варіаційним методом у теорії пластичності бетону знаходять стрибки нормальних і дотичних складових швидкостей на ділянках поверхні руйнування AC, BC, CC₁, а також площі цих ділянок:

- на ділянках AC і BC розриви швидкостей відповідно обчислюють як

$$\left. \begin{aligned} \Delta V_{n1} &= V_1 \cos \gamma_1 - V_2 \sin \gamma_1 \\ \Delta V_{t1} &= V_1 \sin \gamma_1 + V_2 \cos \gamma_1 \end{aligned} \right\}; \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta V_{n2} &= V_1 \cos \gamma_2 - V_2 \sin \gamma_2 \\ \Delta V_{t2} &= V_1 \sin \gamma_2 + V_2 \cos \gamma_2 \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

де γ_1 та γ_2 – кути між ділянками руйнування AC і BC і площиною відриву (розколювання);

- площі ділянок AC та BC відповідно дорівнюють

$$S^{AC} = \frac{l_k}{2 \sin \gamma_1} b; \quad (3)$$

$$S^{BC} = \frac{l_k}{2 \sin \gamma_2} b, \quad (4)$$

де b – товщина елемента;

- для ділянки CC₁ розриви швидкостей обчислюються як

$$\left. \begin{aligned} \Delta V_n &= 2V_1 \\ \Delta V_t &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (5)$$

а її довжина дорівнює (рис. 4)

$$CC_1 = d / 2 - (d_1 + d_2), \quad (6)$$

де $d = \sqrt{(h_k - l_k \operatorname{tg} \psi)^2 + (t_j + l_k)^2}$,

де ψ – кут нахилу до горизонталі опорної грані шпонки;

$$d_1 = \frac{l_k}{2 \operatorname{tg} \gamma_1}, \quad d_2 = \frac{l_k \operatorname{tg} \psi}{2}.$$

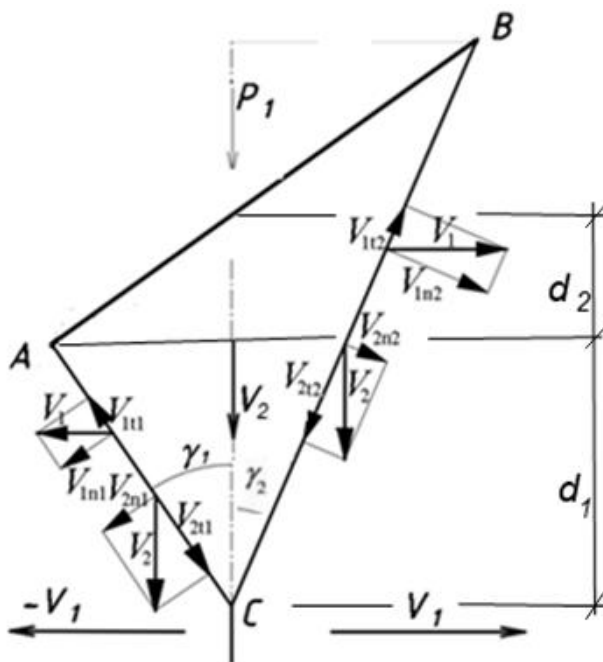


Рис. 4. Визначення стрибків швидкостей на поверхні руйнування ACB

Площа ділянки CC_1

$$S^{CC_1} = (d / 2 - l_k \frac{(1 + tg\gamma_1 tg\psi)}{2tg\gamma_1}) b . \quad (7)$$

Далі записують компоненти функціонала віртуальних швидкостей окремо для ділянок зсуву зі стиском:

- АС

$$\begin{aligned} J_{AC} &= m \left[2B \sqrt{1 + 0,25 \left(\frac{\Delta V_{t1}}{\Delta V_{n1}} \right)^2} - 1 \right] \Delta V_{n1} S^{AC} = \\ &= m \left[2B \sqrt{(k - tg\gamma_1)^2 + 0,25 (ktg\gamma_1 + 1)} - (k - tg\gamma_2) \right] \frac{l_k}{2tg\gamma_1} b, \end{aligned} \quad (8)$$

де $m = f_c - f_{ct}$, f_c , f_{ct} – міцність бетону за монолітування за стиску і розтягу відповідно;
 $B^2 = (1 + \chi / (1 - \chi)^2) / 3$, $\chi = f_{ct} / f_c$;

- СВ

$$\begin{aligned} J_{CB} &= m \left[2B \sqrt{1 + 0,25 \left(\frac{\Delta V_{t2}}{\Delta V_{n2}} \right)^2} - 1 \right] \Delta V_{n2} S^{CB} = \\ &= m \left[2B \sqrt{(k - tg\gamma_2)^2 + 0,25 (ktg\gamma_2 + 1)} - (k - tg\gamma_2) \right] \frac{l_k}{2tg\gamma_2} b; \end{aligned} \quad (9)$$

ділянки відриву CC_1

$$J_{CC_1} = 2f_{ct} V_1 S^{CC_1} = f_{ct} k (d - l_k \frac{(1 + tg\gamma_1 tg\psi)}{tg\gamma_1}) b; \quad (10)$$

а також дії зовнішніх сил

$$J_{P_1} = P_1. \quad (11)$$

З поєднанням усіх складових функціонал набуде вигляду

$$\begin{aligned}
 J = m & \left[2B\sqrt{(k - tg\gamma_1)^2 + 0,25(ktg\gamma_1 + 1)} - (k - tg\gamma_2) \right] \frac{l_k}{2tg\gamma_1} + \\
 & m \left[2B\sqrt{(k - tg\gamma_2)^2 + 0,25(ktg\gamma_2 + 1)} - (k - tg\gamma_2) \right] \frac{l_k}{2tg\gamma_2} + \\
 & + f_{ct} \left(d - l_k \frac{(1 + tg\gamma_1 tg\psi)}{tg\gamma_1} \right) + \frac{P_1}{b}.
 \end{aligned} \tag{12}$$

Після відповідних перетворень і дослідження функціонала (12) на стаціонарний стан отримано формулу для

визначення граничного навантаження, що відповідає мінімальній потужності пластичної деформації,

$$\begin{aligned}
 \frac{P_1}{mb} = & \left[2B\sqrt{(k - tg\gamma_1)^2 + 0,25(k - tg\gamma_1 + 1)^2} - (k - tg\gamma_1) \right] \frac{l_k}{2tg\gamma_1} + \\
 & + \left[2B\sqrt{(k - tg\gamma_2)^2 + 0,25(k - tg\gamma_2 + 1)^2} - (k - tg\gamma_2) \right] \frac{l_k}{2tg\gamma_2} + \\
 & + \frac{f_{ct}}{m} \left(d - l_k \frac{(1 + tg\gamma_1 tg\psi)}{tg\gamma_1} \right).
 \end{aligned} \tag{13}$$

Для встановлення залежності між невідомими кутами нахилу майданчиків руйнування до вертикалі γ_1 та γ_2 використаємо рівняння

$$\frac{l_k}{2tg\gamma_2} = l_k tg\psi + \frac{l_k}{2tg\gamma_1}. \tag{14}$$

Кути нахилу клина ущільнення γ_1 та γ_2 пов'язані між собою залежністю

$$tg\gamma_2 = \frac{tg\gamma_1}{2tg\psi tg\gamma_1 + 1}. \tag{15}$$

Вертикальне рівномірне розподілене за опорною поверхнею шпонки навантаження

$$\begin{aligned}
 \frac{q_u}{m} = \frac{P_1 \sin \alpha}{ml_k b} = \frac{P}{ml_k b} = \\
 \left[2B\sqrt{(k - tg\gamma_1)^2 + 0,25(k - tg\gamma_1 + 1)^2} - (k - tg\gamma_1) \right] \frac{1}{2tg\gamma_1} + \\
 + \left[2B\sqrt{(k - tg\gamma_2)^2 + 0,25(k - tg\gamma_2 + 1)^2} - (k - tg\gamma_2) \right] \frac{1}{2tg\gamma_2} + \\
 + \frac{f_{ct}}{m} \left(\frac{d}{l_k} - \frac{(1 + tg\gamma_1 tg\psi)}{tg\gamma_1} \right) \sin \alpha,
 \end{aligned} \tag{16}$$

де α – кут нахилу стиснутої смуги до горизонталі, $tg\alpha = \frac{h_k - l_k tg\psi}{t_j + l_k}$; $\sin\alpha = \sqrt{\frac{tg^2\alpha}{1 + tg^2\alpha}}$.

$$\frac{d}{l_k} = \sqrt{\left(\frac{h_k}{l_k} - \frac{l_k}{l_k} tg\psi\right)^2 + \left(\frac{t_j}{l_k} + \frac{l_k}{l_k}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{\gamma} - tg\psi\right)^2 + \left(\frac{t_j}{l_k} + 1\right)^2},$$

де $\gamma = l_k / h_k$, P – вертикальне навантаження на шпонку.

Наступним етапом розв’язання задачі опору є пошук безумовного екстремуму функції (16).

У разі одноярусного армування стику у формулу (16) додають складову, що

враховує його вплив – $\frac{\sigma_y A_{sw} k}{b_k h_k} \frac{1}{\gamma} \cos\alpha$.

Висновки. Варіаційним методом у теорії пластичності бетону, розробленим у

Національному університеті «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», отримано розв’язок задачі опору стиснутої похилої смуги з її руйнуванням шляхом діагонального розколювання. На сьогодні запропонована методика розрахунку опору стиків враховує всі можливі випадки їхнього руйнування, визначальні фактори (геометричні параметри, міцнісні характеристики матеріалів, обтиснення, армування).

Список використаних джерел

1. Dovzhenko O., Pohribnyi V., Kyrychenko V., Kuznietsova I., Bulbakha O. Improved structural solutions of keyed joints of modern structural systems from reinforced concrete. *AIP Conference Proceedings*. 2023. Vol. 2678 (1), 020007. <https://doi.org/10.1063/5.0118546>.
2. Elliot K. S. *Precast Concrete Structures*. 2th ed. Boca Raton: Taylor & Francis Group LLC. 2017. 299 p.
3. Збірник наукових розробок планувальних та конструктивних рішень споруд цивільного захисту: монографія / А. В. Гасенко, О. О. Довженко, В. В. Погрібний та ін. Полтава: Астроя, 2023. 209 с. URL: <https://reposit.nupp.edu.ua/handle/PoltNTU/17314>.
4. Jørgensen H. B., Hoang L. C. Load carrying capacity of keyed joints reinforced with high strength wire rope loops. *In Proceedings of fib Symposium Concrete – Innovation and Design, Copenhagen May 18-20, 2015*. 13 p. URL: <https://backend.orbit.dtu.dk/ws/files/111902767/Joergensen.pdf>.
5. Герасимова И. А. Испытание шпоночных замоноличенных вертикальных стыков на сдвиг. *Конструкции жилых зданий*. 1987. С. 72–76.
6. Довженко О. О. Міцність шпонкових з’єднань бетонних і залізобетонних елементів: експериментальні дослідження: монографія. Полтава: ПолтНТУ ім. Ю. Кондратюка, 2015. 181 с.
7. Соколов Б. С. Теоретические основы сопротивления бетона и железобетона при сжатии. *Известия вузов. Строительство*. 1993. № 9. С. 39–43.

8. Nielsen M. P., Hoang L. C. Limit Analysis and Concrete Plasticity. 3rd ed. CRC Press, 2016. 788 p.

Довженко Оксана Олександрівна, кандидат технічних наук, професор кафедри будівельних конструкцій, Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка». ORCID iD: 0000-0002-2266-2588. Тел.: +38 (050) 982-58-54. E-mail: o.o.dovzhenko@gmail.com.

Мищенко Микола Олегович, аспірант кафедри будівництва та цивільної інженерії, Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка. ORCID iD: 0009-0006-4419-649X. Тел.: +38 (095) 614-15-62. E-mail: mishchenkof@gmail.com.

Шершерія Георгій Русланович, магістрант кафедри будівництва та цивільної інженерії, Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка. ORCID iD: 0009-0001-7862-9824. Тел.: +38 (096) 548-32-44. E-mail: sherger.poems@gmail.com.

Dovzhenko Oksana Oleksandrivna, PhD (Tech), Professor, department of building structures, National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic». ORCID iD: 0000-0002-2266-2588. Tel.: +38 (050) 982-58-54. E-mail: o.o.dovzhenko@gmail.com.

Myshchenko Mykola Olegovich, postgraduate student, department of construction and civil engineering, National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic». ORCID iD: 0009-0006-4419-649X. Tel.: +38 (095) 614-15-62. E-mail: mishchenkof@gmail.com.

Shersheriia Heorgii Ruslanovych, master's student, department of construction and civil engineering, National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic». ORCID iD: 0009-0001-7862-9824. Tel.: +38 (096) 548-32-44. E-mail: sherger.poems@gmail.com.

Статтю прийнято 05.12.2024 р.