

УДК 624.012.4-183.2:624.046.2

## ДО ВИЗНАЧЕННЯ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ БІБЕТОННИХ АРМОВАНИХ БАЛОК ПРЯМОКУТНОГО ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕРІЗУ

Викладач вищої категорії Д. Б. Романенко,  
кандидати техн. наук О. А. Крупченко, П. А. Юрко

## TO DETERMINE THE BEARING CAPACITY OF BI-CONCRETE REINFORCED BEAMS OF RECTANGULAR CROSS-SECTION

Teacher of the highest category D. B. Romanenko,  
PhD (Tehn.) O. A. Krupchenko, PhD (Tehn.) P. A. Yurko

DOI: <https://doi.org/10.18664/1994-7852.211.2025.327198>



**Анотація.** У статті викладено рекомендації для розрахунку несучої здатності двошарових залізобетонних згинаних елементів із бетоном вищого класу у стиснутій зоні. Для цього застосовано дві удосконалені методики, базовані на класичній моделі напружено-деформованого стану композитного бруса та рівноваги нормальних перерізів за методом граничних станів. Застосовуючи класичну модель напружено-деформованого стану багатошарового бруса зі згином для розрахунку бібетонних армованих балок прямокутного поперечного перерізу, поперечний переріз балки розбито на три прямокутні шари – бетон вищого класу у стиснутій зоні, бетон нижчого класу у розтягнутій зоні та поздовжнє робоче армування в розтягнутій зоні.

**Ключові слова:** несуча здатність, згин, композитний брус, бібетон, армування, прямокутний поперечний переріз.

**Abstract.** As is known, the tensile concrete is not considered in calculating the overall load-bearing capacity of reinforced concrete structures; it only increases their weight and, consequently, the manufacturing costs. Therefore, replacing the tensile concrete in such structures with a less expensive material, such as lower-grade concrete or concrete with porous aggregates, is a relevant issue. The purpose of this work is to develop recommendations for calculating the load-bearing capacity and determining the deformations of two-layer reinforced concrete flexural elements with higher-grade concrete in the compressed zone. To achieve this, two advanced methods are used, based on the classical model of the stress-strain state of a composite beam and the equilibrium of normal sections using the limit state method. When applying the classical model of the stress-strain state of a multilayer beam in bending to calculate bi-concrete reinforced beams with a rectangular cross-section and higher-grade concrete in the compressed zone, the cross-section of the beam is divided into three rectangular layers – higher-grade concrete in the compressed zone, lower-grade concrete in the tensile zone, and longitudinal working reinforcement in the tensile zone. For convenience, the coordinates of the extreme points of each layer should be determined relative to the lowest point of the cross-section. A comparison was made to assess the convergence of the theoretical, numerical, and experimental results obtained. The study involved five types of bi-concrete beams with rectangular cross-sections of 100×150 mm and a working length of 1200 mm, each with varying height ratios of different concrete classes. The upper compressed portion of the beams was made from class C20/25 concrete, while the lower tensioned portion utilized class C12/15 concrete. The working reinforcement consisted of two Ø12 A400C reinforcement bars.

**Keywords:** bearing capacity, bending, composite beam, bi-concrete, reinforcement, rectangular cross-section.

**Вступ.** Розвиток номенклатури будівельних конструкцій є комплексним процесом, що охоплює два основні напрями: по-перше, пошук інноваційних рішень, які включають створення принципово нових типів елементів із використанням як одного матеріалу, так і комбінації різних матеріалів для забезпечення їхньої взаємовигідної сумісної роботи; по-друге, послідовне вдосконалення наявних будівельних виробів через зменшення їхньої ваги зі збереженням несучої здатності та підвищення технологічності виготовлення.

Особливо це стосується залізобетонних конструкцій, призначених для сприйняття згинальних навантажень. Проблема полягає в тому, що розтягнутий бетон практично не бере участі в забезпеченні несучої здатності конструкції, натомість лише збільшує її загальну вагу та витрати на виробництво. Саме тому актуальним напрямом досліджень є заміна розтягнутого бетону більш економічними матеріалами, такими як бетон нижчого класу міцності або бетон з пористими заповнювачами, що дасть змогу оптимізувати конструктивні та економічні параметри будівельних виробів.

**Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими та практичними завданнями.** Для сучасного будівництва характерне унікальне поєднання інноваційних і відновлювальних конструктивно-планувальних рішень, викликаних як плановим розвитком, так і наслідками воєнних дій. Це висуває принципово нові вимоги до будівельних конструкцій, зокрема необхідність створення багатофункційних елементів, які не лише відповідають технічним параметрам, але й органічно інтегруються в громадський простір. Основними критеріями для сучасних несучих конструкцій стають економічна доцільність, висока надійність,

живучість і здатність витримувати складні умови експлуатації, включаючи можливість швидкого та ефективного відновлення пошкоджених ділянок. За такого підходу можна не лише забезпечити технічну функційність споруд, але й створити більш стійке та адаптивне середовище життєдіяльності.

Тема роботи відповідає сучасним напрямам науково-технічної політики держави щодо енергоефективності та ресурсозбереження, у тому числі в будівництві, згідно з розпорядженням КМУ від 17.12.2008 р. № 1567-р «Про програми підвищення енергоефективності та зменшення споживання енергоресурсів».

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Багатошарові залізобетонні конструкції утворюються під час як нового будівництва з метою зменшення ваги чи покращення теплофізичних властивостей конструкцій, так і підсилення пошкоджених конструкцій із метою відновлення чи покращення їхніх експлуатаційних властивостей [1].

У науковій школі в Київському національному університеті будівництва і архітектури під керівництвом А. Я. Барашикова порівняно підсилення експериментально випробуваних різних балок: непідсиленних, підсиленних шаром сталевібробетону, полімербетоном, армованим полімербетоном, дрібнозернистим бетоном і арматурою тощо. Зокрема, Е. М. Блалі порівняв ефективність методів підсилення залізобетонних згинаних елементів [2]. Д. В. Попруга дослідив міцність стикових з'єднань з підсиленням залізобетонних згинаних елементів у стиснутій зоні [3]. І. О. Цибульник дослідив підсилення залізобетонних плит сталевібробетоном [4].

Також у Києві у ДП «Державний науково-дослідний інститут будівельних конструкцій» проведені експериментальні

та теоретичні дослідження балок із тріщинами після підсилення [5].

У Національному університеті «Львівська політехніка» І. В. Задорожнікова дослідила підсилення стиснутої зони як засіб відновлення експлуатаційних якостей залізобетонних згинальних елементів [6]; А. В. Мурин досліджував залізобетонні конструкції, підсилені в розтягнутій зоні зовнішньою композитною арматурою [7]; А. Б. Боярчук виявляв вплив тріщин, які мали місце перед підсиленням, а також вплив міцності контактних швів на механічні властивості підсилених балок [8].

У Харківській національній академії міського господарства М. Ю. Смолянinov під керуванням Л. М. Шутенка і М. С. Золотова дослідив несучу здатність залізобетонних згинальних елементів, підсилених обіймою з акрилового полімеррозчину [9].

У Львівському національному аграрному університеті А. В. Мазурак і В. М. Калітовський дослідили міцність і деформативність залізобетонних балок, підсилених за технологією торкретування [10].

У програмах скінченно-елементного моделювання враховують родовідну нелінійність, що виникає під час підсилення експлуатованих конструкцій [11].

**Виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми.** Проте залишається не повністю розкритим питання визначення точної несучої здатності багатошарових залізобетонних конструкцій, виготовлених як із новим будівництвом, так і особливо під час підсилення з урахуванням наявного напружено-деформованого стану та геометричних характеристик підсилюваної частини конструкції.

**Визначення мети та задачі дослідження:** розробити рекомендації для розрахунку несучої здатності та визначення деформацій двошарових залізобетонних згинальних елементів із бетоном вищого класу у стиснутій зоні.

**Основна частина дослідження.** Основне завдання теоретичних досліджень, викладених нижче, – удосконалення методики та розроблення практичних рекомендацій оцінювання міцності та напружено-деформованого стану нормальних перерізів двошарових залізобетонних балок прямокутного поперечного перерізу з бетоном вищого класу у стиснутій зоні, враховуючи при цьому пружно-пластичні властивості бетону і сталевго армування. Структурно-логічна схема проведення теоретичних досліджень армованих бібетонних балок показана на рис. 1.

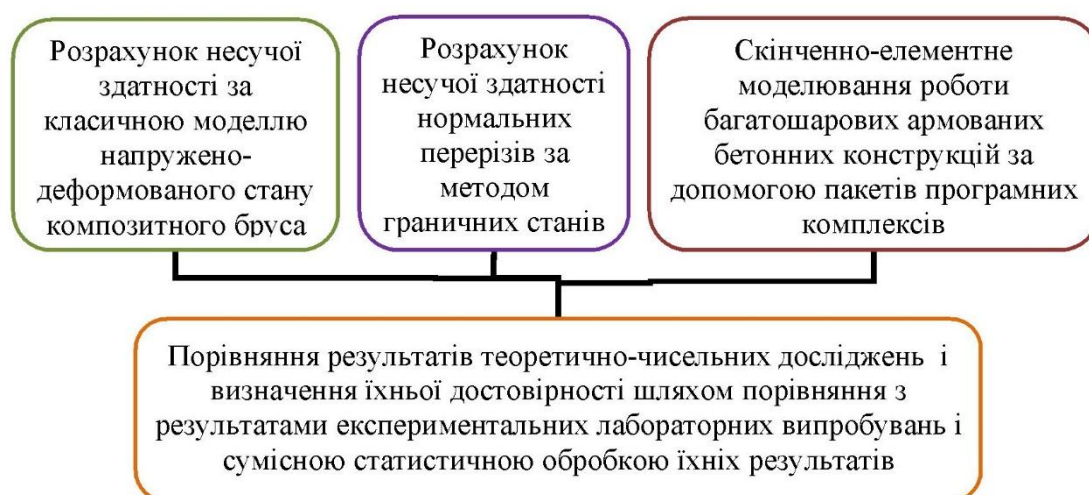


Рис. 1. Структурно-логічна схема теоретичних досліджень армованих бібетонних балок

У першій розглянутій методиці для розрахунку армованих бібетонних балок застосовано класичну модель напружено-деформованого стану композитного бруса зі згином. За цією моделлю можна розраховувати згинальні елементи, що включають шари з матеріалів, які відрізняються фізико-механічними власти-

востями, розташовані симетрично відносно вертикальної осі поперечного перерізу (два шари бетону та робоче армування – на рис. 1) і пов'язані нерозривністю переміщень на контактній межі шарів.

Модуль пружності, за класичною моделлю багат шарового бруса зі згином у довільній точці,

$$E = E(x, y) = \sum_{k=1}^n E_k \left\{ \theta(x - x_{l_k}) - \theta(x - x_{n_k}) \right\} \cdot \left\{ \theta(y - y_{n_k}) - \theta(y - y_{e_k}) \right\}; \quad (1)$$

де  $\theta(x)$ ,  $\theta(y)$  – узагальнені функції Хевісайда,

$$\theta(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}; \quad \theta(y) = \begin{cases} 0, & y \leq 0 \\ 1, & y > 0 \end{cases}; \quad (2)$$

$x_{l_k}; x_{n_k}; y_{n_k}; y_{e_k}$  – координати лівої і правої, нижньої й верхньої граней  $k$ -го шару.

Із формул (1), (2) випливає, що з усіх доданків сум у виразі (1) залишаються лише ті, що належать точці з координатами  $x$  та  $y$   $k$ -го шару.

За класичною моделлю багат шарового бруса зі згином, нормальні та дотичні напруження в перерізі визначають як

$$\sigma_z = E \left( \frac{d^2 w}{dz^2} \xi_0(y) + C_1 \right); \quad (3)$$

$$\tau_{zy} = \frac{d^3 w}{dz^3} f_0(y); \quad (4)$$

де  $w(z)$  – функція прогину згинального елемента;

$\xi_0(y)$  – функція розподілу поздовжніх переміщень і нормальних напружень за висотою перерізу;

$f_0(y)$  – функція розподілу дотичних напружень за площею перерізу вздовж координати  $z$ ;

$C_1$  – стала інтегрування, що характеризує поздовжню деформацію перерізу на початку координати  $z$  і визначена умовами закріплення кінців стрижня; майже для всіх випадків закріплень  $C_1 = 0$ .

Функції  $\xi_0(y)$  і  $f_0(y)$  визначають за формулами

$$\xi_0(y) = \frac{B_0(y_e)}{B(y_e)} - \psi_0(y); \quad (5)$$

$$f_0(y) = \frac{1}{b(y)} \left( B_0(y) - \frac{B_0(y_e)}{B(y_e)} B(y) \right); \quad (6)$$

$$\text{або } f_0(y) = -\frac{1}{b(y)} \sum_{k=1}^n E_k b_k \left( \theta(y - y_{n_k}) \int_{y_{n_k}}^y \xi_0(y) dy - \theta(y - y_{e_k}) \int_{y_{e_k}}^y \xi_0(y) dy \right). \quad (7)$$

Застосовуючи класичну модель напружено-деформованого стану багат шарового бруса зі згином для розрахунку бібетонних армованих балок прямокутного поперечного перерізу із бетоном вищого класу у стиснутій зоні, поперечний переріз балки розбито на три прямокутні шари – бетон вищого класу у стиснутій зоні 1, бетон нижчого класу в розтягнутій зоні 2 та поздовжнє робоче армування 3 у розтягнутій зоні (рис. 2). Координати крайніх точок кожного шару для зручності слід визначати відносно найнижчої точки перерізу.

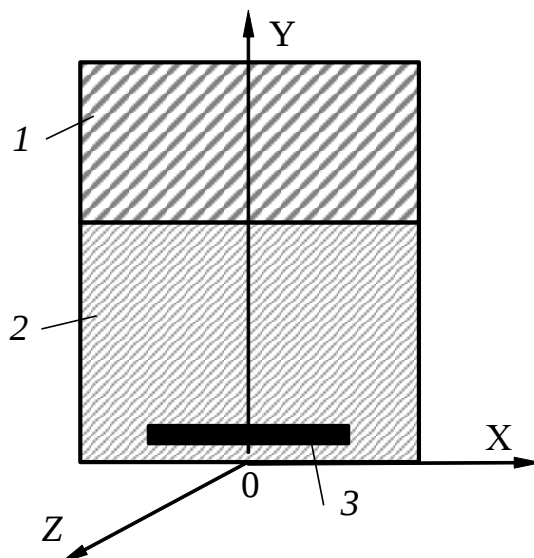


Рис. 2. Схема поділу поперечного перерізу на шари

Знайдемо функції  $B(y)$  і  $B_0(y)$  для балки, поперечний переріз якої складається із трьох шарів (рис. 2):

$$B(y) = \sum_{k=1}^3 E_k b_k \left( \theta(y - y_{n_k}) \int_{y_{n_k}}^y dy - \theta(y - y_{e_k}) \int_{y_{e_k}}^y dy \right) = \sum_{k=1}^3 E_k b_k \left[ \theta(y - y_{n_k}) (y - y_{n_k}) - \theta(y - y_{e_k}) (y - y_{e_k}) \right]; \quad (8)$$

$$\begin{aligned} f_0(y) &= -\frac{1}{b(y)} B_0(y) = \sum_{k=1}^3 E_k b_k \left( \theta(y - y_{n_k}) \int_{y_{n_k}}^y \psi_0(y) dy - \theta(y - y_{e_k}) \int_{y_{e_k}}^y \psi_0(y) dy \right) = \\ &= \sum_{k=1}^3 E_k b_k \left[ \theta(y - y_{n_k}) \left( \frac{(y - y_n)^2}{2} - \frac{(y_{n_k} - y_n)^2}{2} \right) - \theta(y - y_{e_k}) \left( \frac{(y - y_n)^2}{2} - \frac{(y_{e_k} - y_n)^2}{2} \right) \right]; \end{aligned} \quad (9)$$

де  $\psi_0(y)$  – функція, що описує розподіл лінійних деформацій за висотою перерізу і являє собою пряму лінію, яка відповідає гіпотезі плоских перерізів:

$$\psi_0(y) = \int_{y_n}^y dy = y - y_n. \quad (10)$$

Ураховуючи залежності (8), (9), функції (5) – (7), що входять до складу функцій напружень, матимуть вигляд

$$\xi_0(y) = \frac{B_0(y_e)}{B(y_e)} - (y - y_n); \quad (11)$$

$$f_0(y) = -\frac{1}{b(y)} \sum_{k=1}^3 E_k b_k \left[ \theta(y - y_{H_k}) \left( \frac{B_0(y_{\theta})}{B(y_{\theta})} (y - y_{H_k}) - \frac{(y - y_H)^2}{2} + \frac{(y_{H_k} - y_H)^2}{2} \right) - \right. \\ \left. - \theta(y - y_{\theta_k}) \left( \frac{B_0(y_{\theta})}{B(y_{\theta})} (y - y_{\theta_k}) - \frac{(y - y_H)^2}{2} + \frac{(y_{\theta_k} - y_H)^2}{2} \right) \right]. \quad (12)$$

Знаючи дотичні напруження  $\tau_{zy}$  на межі контакту двох шарів бетону, можна визначити зсувне зусилля  $T$ , яке виникає в контактній площині двох різних шарів бетону:

$$T = \int_A \tau_{zy} dA = b_2 \int_0^z \tau_{zy} dz. \quad (13)$$

Для балки, яка має ділянку чистого згину, дотичні напруження  $\tau_{zy}$  відсутні на другій ділянці (у зоні чистого згину (рис. 3)), тобто зсувне зусилля виникає тільки на першій і третій ділянках і дорівнює

$$T = b_2 \int_0^z \frac{dw^3}{dz^3} f_0(y_{\theta_2}) dz = \frac{Fz}{EI} b_2 f_0(y_{\theta_2}); \quad (14)$$

де  $b_i$  – ширина  $i$ -го шару в перерізі композитного бруса.

Прогини бібетонних армованих балок за класичною моделлю напружено-деформованого стану багат шарового бруса визначали за уточненим методом початкових параметрів, який ґрунтується на диференціальних залежностях для елементарної ділянки балки довжиною  $dz$ , що зазнає деформацій згину і зсуву.

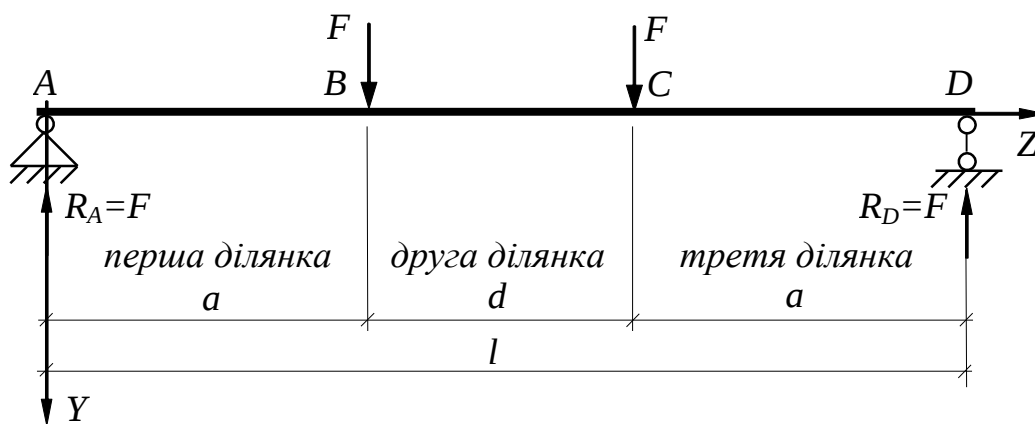


Рис. 3. Розрахункова схема балки, за якою були експериментально випробувані дослідні зразки, із ділянкою чистого згину

За другою розглянутою методикою оцінювання міцності нормального перерізу бібетонних армованих балок подано на основі сумісного рішення рівняння рівноваги поздовжніх сил відповідно до

схеми внутрішніх зусиль, що виникають у поперечному перерізі.

Висоту стиснутої зони перерізу  $x$  за умови проходження нульової лінії в бетоні

вищого класу (рис. 4) визначають за формулою

$$x = \frac{f_{yd} A_s}{f_{cd1} b}. \quad (15)$$

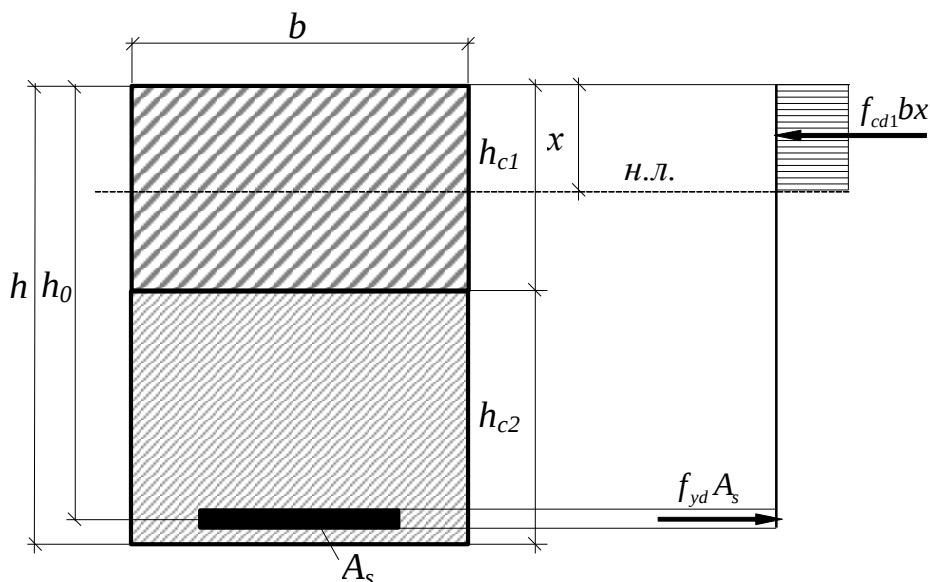


Рис. 4. Схема внутрішніх зусиль у нормальному перерізі за умови проходження нульової лінії в бетоні вищого класу

Міцність нормального перерізу:

- за умови  $\sum M = 0$  відносно центра ваги стиснутої зони бетону

$$M_{розр} = f_{yd} A_s (h_0 - 0.5x); \quad (16)$$

- умови  $\sum M = 0$  відносно центра ваги поздовжнього робочого сталевго армування

$$M_{розр} = f_{cd1} b x (h_0 - 0.5x). \quad (17)$$

Висоту стиснутої зони перерізу  $x$  за умови проходження нульової лінії в бетоні

меншого класу (рис. 5) визначають за формулою

$$x = \frac{f_{yd} A_s - b h_{c1} (f_{cd1} - f_{cd2})}{f_{cd2} b}. \quad (18)$$

Міцність нормального перерізу:

- за умови  $\sum M = 0$  відносно центра ваги стиснутої зони бетону

$$M_{розр} = f_{yd} A_s (h_0 - 0.5x); \quad (19)$$

- умови  $\sum M = 0$  відносно центра ваги поздовжнього робочого сталевго армування

$$M_{розр} = f_{cd1} b h_{c1} (h_0 - 0.5h_{c1}) + f_{cd2} b (x - h_{c1}) (h_0 - 0.5(h_{c1} + x)). \quad (20)$$

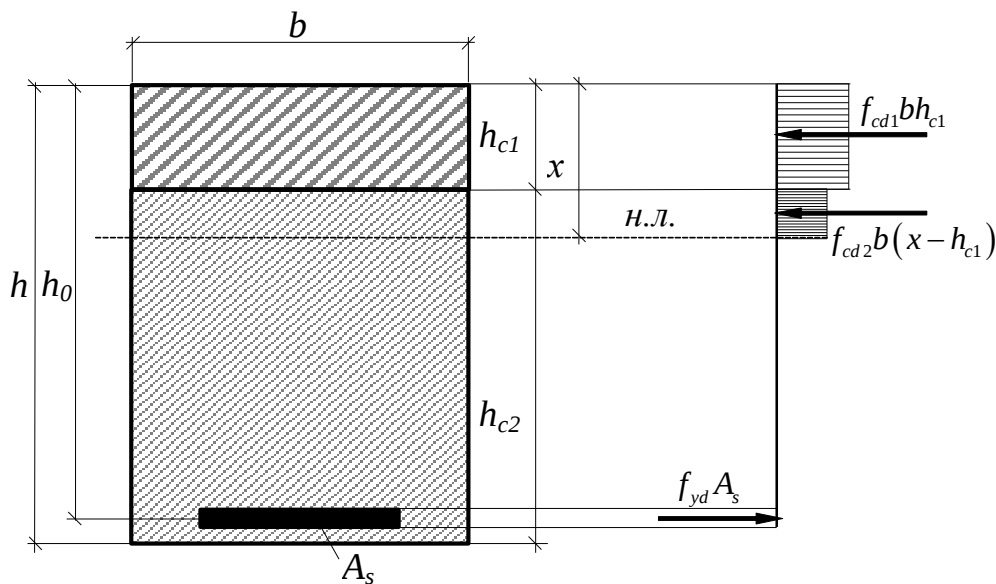


Рис. 5. Схема внутрішніх зусиль у нормальному перерізі за умови проходження нульової лінії в бетоні меншого класу

Для побудови повної діаграми  $\sigma_c - \varepsilon_c$  і визначення напружень у стиснутій зоні бетону можна використовувати залежність згідно з ДСТУ Б В.2.6-156:2010 для опису діаграми стиску бетону.

**Висновки з дослідження і перспективи, подальший розвиток у цьому напрямі.** Розроблено рекомендації для розрахунку несучої здатності

двошарових залізобетонних згинаних елементів із бетоном вищого класу у стиснутій зоні. Для цього застосовано дві удосконалені методики, базовані на класичній моделі напружено-деформованого стану композитного бруса та рівноваги нормальних перерізів за методом граничних станів.

### Список використаних джерел

1. Типові пошкодження несучих конструкцій складських і виробничих будівель та шляхи запобігання їх утворення / С. Ф. Пічугін, О. В. Семко, Г. М. Трусов та ін. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць*. Рівне: НУВГтаП, 2012. Вип. 23. С. 715–720.
2. Барашиков А. Я., Блалі ель Мустафа. Вплив способу підсилення на міцність, тріщиностійкість та прогини залізобетонних балок. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць*. Рівне: НУВГтаП, 2003. Вип. 9. С. 416–424.
3. Попруга Д. В. Тріщиностійкість та деформативність підсилених залізобетонних елементів. *Матеріали науково-технічної конференції «Проблеми будівництва – 2008»*. Кривий Ріг : КТУ, 2008. С. 86–89.
4. Барашиков А. Я., Журавський О. Д., Цибульник І. О. Дослідження попередньо-напружених плит до та після підсилення шаром сталевібробетону. *Будівельні конструкції*. Київ, НДІБК, 2004. Вип. 60. С. 551–558.

5. Белоконь А., Жарко Л., Овчар В., Фесенко О. Випробування нерозрізної залізобетонної балки з консолями та тріщинами підсиленої вуглепластиком. *Наука та будівництво*. Київ, 2020. Вип. 25(3). С. 47–54. <https://doi.org/10.33644/scienceandconstruction.v25i3.5>.
  6. Задорожнікова І. В. Розрахунок згинальних залізобетонних елементів підсиленіх у стиснутій зоні шаром полімербетону. *Комунальне господарство міст*. Київ: Техніка, 2005. Вип. 67. С. 42–46.
  7. Мурин А. Я., Добрянський Р. З. Дослідження роботи залізобетонних балок, підсиленіх наклеюванням композитної арматури. *Вісник ДонНАБА*. Макіївка, 2005. Вип. 4(52). С. 254–257.
  8. Сунак О. П., Боярчук Б. А. Напружено-деформований стан підсиленіх залізобетонних балок при короткочасному навантаженні. *Міжвузівський збірник (за напрямком «Інженерна механіка»)*. Наукові нотатки. Луцьк: ЛДТУ, 2002. Вип. 11. С. 260–267.
  9. Смолянін М. Ю. Розрахунок несучої здатності згинаних залізобетонних елементів, підсиленіх обоймою із акрилового полімеррозчину. *Комунальне господарство міст*. Київ: Техніка, 2008. Вип. 81. С. 33–40.
  10. Мазурак А. В., Калітовський В. М. Міцність і деформативність експериментальних залізобетонних балок, підсиленіх і виготовленіх за технологією торкретування. *Вісник НУ «Львівська політехніка»*. Серія: Теорія і практика будівництва. Львів, 2010. № 664. С. 78–82.
  11. Гасенко А. В., Кириченко В. А., Крупченко О. А. Чисельні дослідження напружено-деформованого стану пошкоджених залізобетонних ребристих плит покриття. *Зб. наук. праць. Серія: Галузеве машинобудування, будівництво*. Полтава: ПолтНТУ, 2013. Вип. 4(39). С. 78–83.
- 

Романенко Дмитрій Борисович, магістр з будівництва, викладач вищої категорії, ВСП «Рубіжанський фаховий коледж», ДЗ «Луганський національний університет імені Тараса Шевченка». ORCID iD: 0009-0004-1265-4535. Тел.: +38 (066) 363-28-74. E-mail: alpintel@ukr.net.

Крупченко Олександр Анатолійович, кандидат технічних наук, старший науковий співробітник відділу досліджень технічного стану будівель та споруд при небезпечних геологічних процесах, ДП «Державний науково-дослідний інститут будівельних конструкцій». ORCID iD: 0000-0002-6075-5937. Тел.: +38 (093) 688-41-95. E-mail: krupchenko.alex@gmail.com.

Юрко Павло Анатолійович, кандидат технічних наук, старший науковий співробітник відділу досліджень технічного стану будівель та споруд при небезпечних геологічних процесах, ДП «Державний науково-дослідний інститут будівельних конструкцій». ORCID iD: 0000-0002-3485-435X. Тел.: +38 (066) 910-95-39. E-mail: pa.yurko@gmail.com.

Romanenko Dmytri, master's degree in construction, teacher of the highest category The Separated Structural Subdivision Rubizhne Professional, College of State Institution «Luhansk Taras Shevchenko National University». ORCID iD: 0009-0004-1265-4535. E-mail: alpintel@ukr.net.

Krupchenko Oleksandr, PhD (Tech.), senior researcher of the department of research into the technical condition of buildings and structures under dangerous geological processes State Enterprise «State Research Institute of Building Constructions». ORCID iD: 0000-0002-6075-5937. E-mail: krupchenko.alex@gmail.com.

Yurko Pavlo, PhD (Tech.), senior researcher of the department of research into the technical condition of buildings and structures under dangerous geological processes State Enterprise «State Research Institute of Building Constructions». ORCID iD: 0000-0002-3485-435X. E-mail: pa.yurko@gmail.com.

Статтю прийнято 12.03.2025 р.