УДК 624.012.35:620.173/174

ВИЗНАЧАЛЬНІ ПАРАМЕТРИ ДІАГРАМИ ДЕФОРМУВАННЯ СТИСНУТОГО БЕТОНУ ЗА ДІЇ ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ

Канд. техн. наук О. В. Ромашко-Майструк

MAIN PARAMETERS OF THE DEFORMATION DIAGRAM OF COMPRESSED CONCRETE UNDER THE DYNAMIC LOADS

PhD. (Tech.) O. V. Romashko-Maistruk

DOI: https://doi.org/10.18664/1994-7852.211.2025.327209

Анотація. *Стаття присвячена визначальним параметрам діаграми деформування стиснутого бетону за дії динамічних навантажень. Отримано аналітично обґрунтовану функцію гранично можливих значень коефіцієнта динамічного зміцнення бетону (DIF). Показано, що DIF залежить не тільки від швидкості деформування стиснутого бетону, але і його загальновідомої інтегральної характеристики – коефіцієнта пружно-пластичності. Виявлено взаємозв'язок між коефіцієнтами пружно-пластичності бетону за дії динамічних і статичних навантажень. Встановлено функціональну залежність рівня деформативності стиснутого бетону від його класу та швидкості деформування бетону.*

Ключові слова: *бетон, діаграма, швидкість деформування, коефіцієнт динамічного зміцнення, деформативність, коефіцієнт пружно-пластичності.*

Abstract. *The article is devoted to the features of modeling the deformation diagram of compressed concrete under the dynamic loads action. The specified modeling involves the transformation of the standard deformation diagram of compressed concrete, obtained during static load tests, into a calculated one. It is aimed at the further development of the generalized deformation-force model of concrete and reinforced concrete resistance to force effects. The improved concrete deformation model is based on the law of conservation of the specific potential energy of concrete ultimate deformation (destruction), regardless of its strain rate. A critical analysis of the currently known research results carried out by other authors on the specified topic was carried out. The main attention is paid to the determining parameters of compressed concrete deformation diagram under the dynamic loads action: the known dynamic increase factor (DIF), the level of concrete ultimate deformability and the degree of elasticity modulus variability. The main advantages and disadvantages of the currently existing methods of determining these parameters are analyzed.*

The main tasks of these studies are formulated. An analytically justified function of the maximum possible DIF values was obtained. It is shown that DIF directly depends on the well-known integral characteristic of concrete - the elastic-plasticity coefficient. The functional dependence of DIF on the compressed concrete strain rate under the different intensity dynamic loads action is proposed. An analytical relationship between the concrete elastic-plasticity coefficients under the action of dynamic and static loads has been established. A simple functional dependence of the compressed concrete deformability level on its class and the concrete strain rate was obtained. The expediency of using the initial modulus of concrete deformations (elasticity) in reinforced concrete elements and structures calculation methods is indicated.

Keywords: *concrete, diagram, strain rate, dynamic increase factor, deformability, elastic-plasticity coefficient.*

Вступ. Відомо, що в основу так званих «деформаційних» моделей бетону закладено повні діаграми його деформування, отримані з випробуваннями стандартних призмових або циліндричних зразків статичним навантаженням зі сталою швидкістю їх деформування $\dot{\varepsilon}$. Проводять такі діаграми деформування через опорні або характерні параметричні точки, визначені за певними (крайовими) граничними умовами. І тут важливо, щоб і вказані точки, і вищезазначені умови були універсальними та мали чіткий фізичний зміст [1]. Тоді зі зміною швидкості деформування бетону $\dot{\varepsilon}$ стандартна діаграма $\sigma_c - \varepsilon_c$ буде трансформуватися в розрахункову $\sigma_{c,d} - \varepsilon_{c,d}$ автоматично за уточненими характеристиками цих параметричних точок. Для бетонних і залізобетонних елементів і конструкцій, проєктованих на сприйняття динамічних навантажень і впливів будь-якої інтенсивності, подібна трансформація набуває особливого значення. Інакше кажучи, щоб побудувати трансформовану діаграму деформування стиснутого бетону $\sigma_{c,d} - \varepsilon_{c,d}$, необхідно мати інформацію про коефіцієнт динамічного зміцнення бетону (DIF), рівень його граничної (критичної) деформативності $\varepsilon_{c1,d} / \varepsilon_{c1}$ і ступінь змінності модуля пружності $E_{c,d} / E_c$. Також слід пам'ятати, що всі ці параметри залежать від швидкості деформування бетону.

Щодо коефіцієнта DIF, то всі відомі на сьогодні залежності з його визначення можна умовно поділити на три окремі групи, пов'язані з тривалістю дії динамічного навантаження τ [2], швидкістю зростання напружень $\dot{\sigma} = d\sigma / dt$ [3-5] або швидкістю деформування бетону $\dot{\varepsilon} = d\varepsilon / dt$ [3, 5-12]. Детальний аналіз зазначених залежностей і їхніх основних недоліків наведено в роботі [13], де вказано, що жодна з відомих на сьогодні функцій DIF не враховує впливу на нього пружно-пластичних властивостей бетону. Водночас у більшості експериментальних досліджень [14-16] зазначено, що коефіцієнт DIF суттєво залежить від класу бетону.

Щодо рівня «граничної» деформативності стиснутого бетону за дії динамічних навантажень, то тут результати відповідних експериментальних досліджень є вкрай суперечливими. В одних роботах [6, 17, 18] вказано, що зі зростанням швидкості деформування бетону він зменшується, в інших же [19-21], навпаки, – зростає. Якщо в першому випадку можна знайти певне (логічне) обґрунтування такої поведінки бетону, то у другому його віднайти неможливо. Спільним же недоліком усіх вищезгаданих робіт, як і європейських стандартів [3, 5], є те, що рівень деформативності стиснутого бетону $\varepsilon_{c1,d} / \varepsilon_{c1}$ ніяк не пов'язаний зі ступенем його пружно-пластичності (класом).

Ступінь зростання модуля пружності бетону за дії динамічних навантажень також залежить від його класу [22-24]. Однак у сучасних методиках розрахунку співвідношення $E_{c,d} / E_c$ приймають сталим [25, 26] або залежним лише від швидкості деформування бетону $\dot{\varepsilon} = d\varepsilon / dt$ [4, 5, 27].

Тому цілком очевидно, що подальша розбудова універсальної моделі деформування бетону потребуватиме встановлення аналітичного зв'язку його визначальних характеристик не тільки зі швидкістю деформування бетону, але і ступенем його пружно-пластичності (класом).

Постановка мети і задач досліджень. Вишукування спрямовані на встановлення функціональної залежності визначальних параметрів діаграми деформування стиснутого бетону не тільки від швидкості його деформування, але і ступеня пластичності (класу) бетону. При цьому основну увагу зосереджено на коефіцієнті

динамічного зміцнення бетону і рівні його «граничної» деформативності.

Методика досліджень. Дослідження ґрунтуються на загальних закономірностях фізико-математичного моделювання процесів деформування стиснутого бетонну за будь-якого режиму його завантаження [28-31] і загальновідомому законі збереження питомої потенціальної енергії деформування матеріалів [1, 32, 33].

Результати досліджень. Оскільки бетон належить до групи пружно-пластичних матеріалів, то визначальні параметри діаграми $\sigma_c - \varepsilon_c$ завжди будуть обумовлені швидкістю деформування самого бетону $\dot{\varepsilon}$. Тому за дії «миттєвих» динамічних навантажень міцність на стиск, відповідні їй критичні деформації та модуль пружності бетону сягатимуть своїх граничних значень $f_{ck,du}$, $\varepsilon_{c1,du}$ та $E_{c,du}$.

Цілком очевидно, що характер зв'язку між вищезгаданими статичними та динамічними характеристиками стиснутого бетону (рис. 1) можна відстежити за допомогою закону збереження питомої потенціальної енергії деформування (руйнування) матеріалів [32, 33].

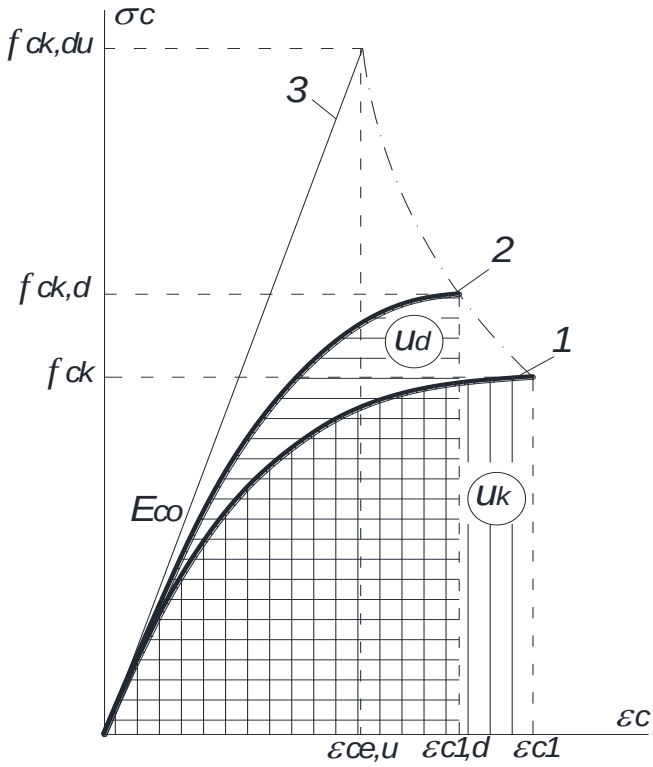

Рис. 1. Епюри питомої потенціальної енергії руйнування бетону за режимів завантаження: 1 – короткочасного (статичного); 2 – динамічного; 3 – миттєвого динамічного

У роботах [1, 13] функціональний зв'язок між граничною міцністю стиснутого бетону за дії динамічного навантаження, близького до миттєвого ($\dot{\varepsilon}_m = 10^3 c^{-1}$), і його стандартною міцністю за дії статичного навантаження ($\dot{\varepsilon}_s = 10^{-6} c^{-1}$) подано як

$$DIF_u = \frac{f_{ck,du}}{f_{ck}} = \sqrt{\frac{2\cdot k}{(k-2)}\left[-\frac{1}{2}+\frac{(k-1)^2}{(k-2)}-\left(\frac{k-1}{k-2}\right)^2 \ln(k-1)\right]}, \quad (1)$$

де k – коефіцієнт пружно-пластичності стиснутого бетону за дії статичних навантажень, $k = E_{co}\cdot\varepsilon_{c1}/f_{ck}$.

Застосовуючи закон збереження питомої потенціальної енергії руйнування бетону в діапазоні швидкостей його деформування $10^{-6}c^{-1} \le \dot{\varepsilon} \le 10^{3}c^{-1}$, отримуємо таке рівняння:

$$\frac{k\cdot f_{ck}^2}{(k-2)}\left[-\frac{1}{2}+\frac{(k-1)^2}{(k-2)}-\left(\frac{k-1}{k-2}\right)^2 \ln(k-1)\right] = \frac{k_d\cdot f_{ck,d}^2}{(k_d-2)}\left[-\frac{1}{2}+\frac{(k_d-1)^2}{(k_d-2)}-\left(\frac{k_d-1}{k_d-2}\right)^2 \ln(k_d-1)\right], \quad (2)$$

де k_d – коефіцієнт пружно-пластичності бетону за дії динамічних навантажень, $k_d = E_{co}\cdot\varepsilon_{c1,d}/f_{ck,d}$.

Числовим розв'язком цього рівняння стала аналітична залежність коефіцієнта динамічного зміцнення стиснутого бетону, функціонально пов'язана не тільки зі швидкістю деформування бетону, але і ступенем пластичності (класом) бетону (рис. 2)

$$DIF = \frac{f_{ck,d}}{f_{ck}} = \sqrt{\frac{2\cdot k}{(k-2)}\left[-\frac{1}{2}+\frac{(k-1)^2}{(k-2)}-\left(\frac{k-1}{k-2}\right)^2 \ln(k-1)\right]}^{((1+\log(\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_s))/9)^2} \quad \text{для } \dot{\varepsilon} \ge 10^{-6}c^{-1}, \quad (3)$$

де $\dot{\varepsilon}$ – швидкість деформування стиснутого бетону за дії динамічних навантажень;

$\dot{\varepsilon}_s$ – максимальна швидкість деформування стиснутого бетону за дії статичних (квазістатичних) навантажень, $\dot{\varepsilon}_s = 10^{-5}c^{-1}$.

Також за допомогою методів числового аналізу встановлено функціональний взаємозв'язок між коефіцієнтами пружно-пластичності бетону за дії динамічних і статичних навантажень:

$$k_d = 1+(k-1)\cdot(\log(\dot{\varepsilon}_m/\dot{\varepsilon})/9)+k/5\cdot(9-\log(\dot{\varepsilon}_m/\dot{\varepsilon}))\cdot(\log(\dot{\varepsilon}_m/\dot{\varepsilon})/18)^2, \quad (4)$$

де $\dot{\varepsilon}_m$ – швидкість деформування стиснутого бетону за дії миттєвого динамічного навантаження, обмежена величиною $\dot{\varepsilon}_m = 10^{3}c^{-1}$.

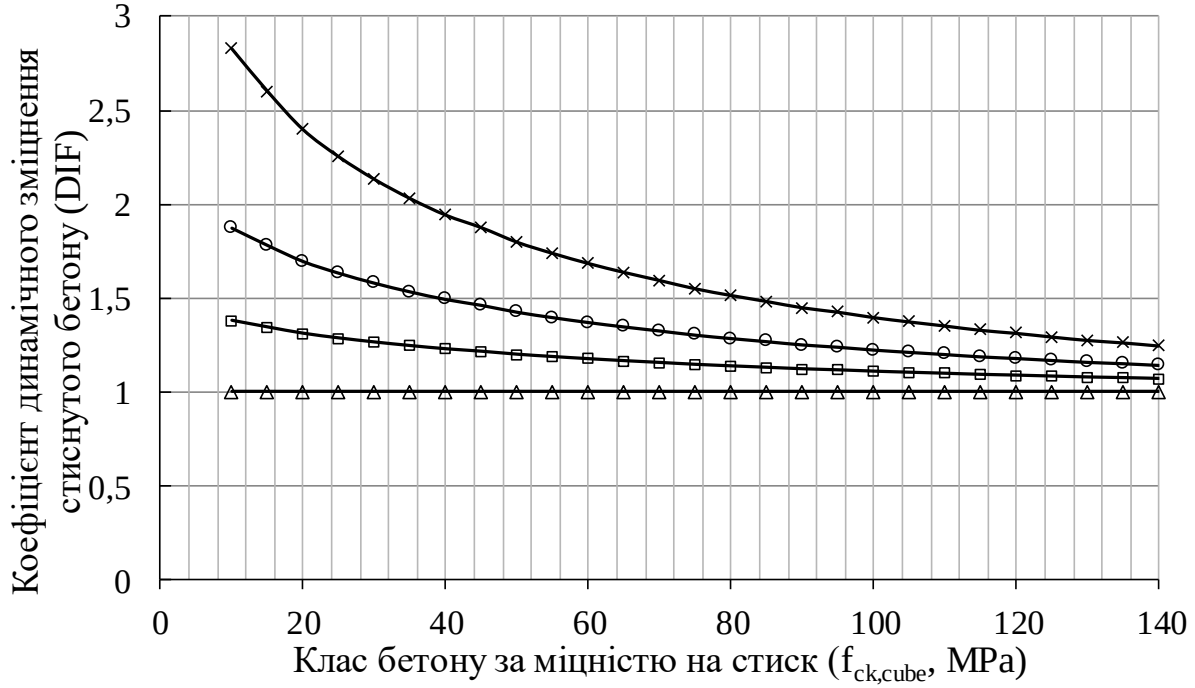

Рис. 2. Залежність коефіцієнта динамічного зміцнення стиснутого бетону від його класу за швидкості деформування бетону:
$\triangle$ - $\dot{\varepsilon} = 10^{-6} c^{-1}$; $\square$ - $\dot{\varepsilon} = 10^{-1} c^{-1}$; $\circ$ - $\dot{\varepsilon} = 10^{1} c^{-1}$; $\times$ - $\dot{\varepsilon} = 10^{3} c^{-1}$

Цим підтверджено, що ступінь пластичності бетону залежить не тільки від його класу, але і швидкості деформування бетону (рис. 3).

Коефіцієнти пружно-пластичності бетону за дії динамічних і статичних навантажень можна пов'язати між собою і за допомогою початкового модуля пружності

$$k_d = E_{co} \cdot \varepsilon_{c1,d} / f_{ck,d} = k \cdot f_{ck} / \varepsilon_{c1} \cdot \varepsilon_{c1,d} / f_{ck,d} \,. \qquad (5)$$

Тоді рівень деформативності стиснутого бетону за дії динамічних навантажень можна прогнозувати за допомогою такого виразу:

$$\varepsilon_{c1,d} / \varepsilon_{c1} = DIF \cdot k_d / k \,, \qquad (6)$$

що відображує залежність рівня деформативності стиснутого бетону від його класу та швидкості деформування бетону (рис. 4).

Що стосується рівня зростання модуля пружності бетону $E_{c,d} / E_c$ за дії динамічних навантажень, то нема ніякої потреби в його відслідковуванні, оскільки в авторській методиці розрахунку залізобетонних елементів і конструкцій [1] запропоновано використовувати модуль деформацій бетону, пов'язаний із його початковим значенням, тобто початковим модулем пружності бетону E_{co}.

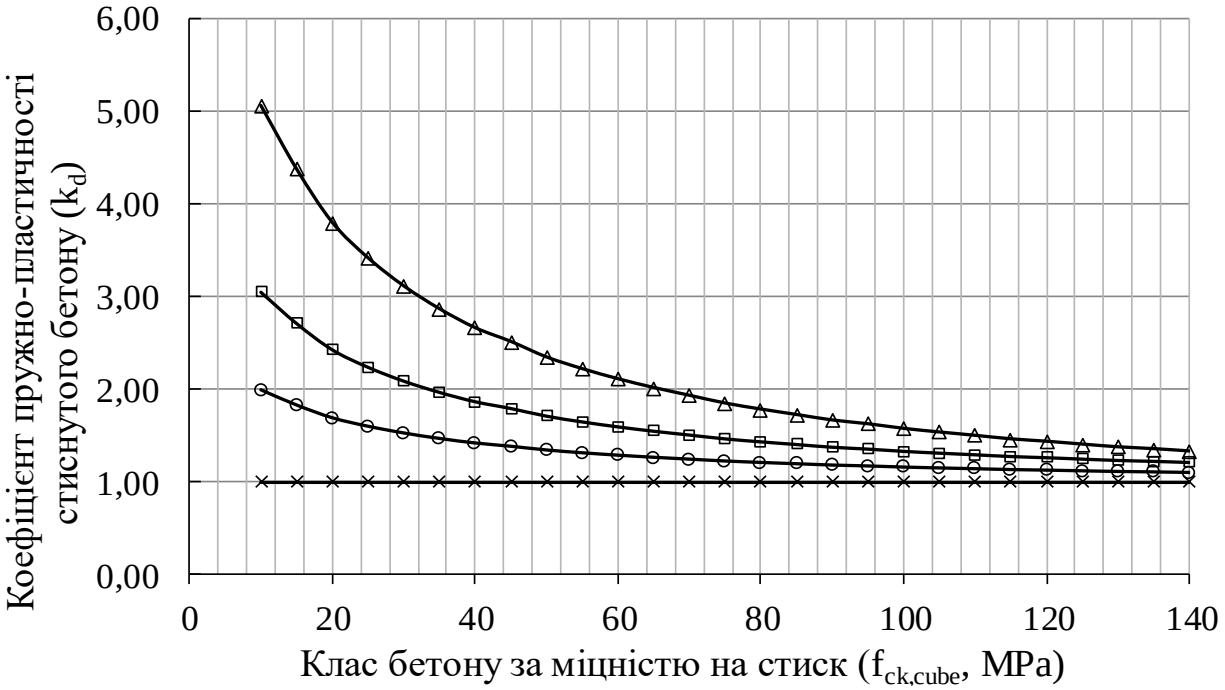

Рис. 3. Залежність коефіцієнта пружно-пластичності стиснутого бетону від його класу за швидкості деформування бетону:
△ - $\dot{\varepsilon} = 10^{-6} c^{-1}$; □ - $\dot{\varepsilon} = 10^{-1} c^{-1}$; ○ - $\dot{\varepsilon} = 10^{1} c^{-1}$; × - $\dot{\varepsilon} = 10^{3} c^{-1}$

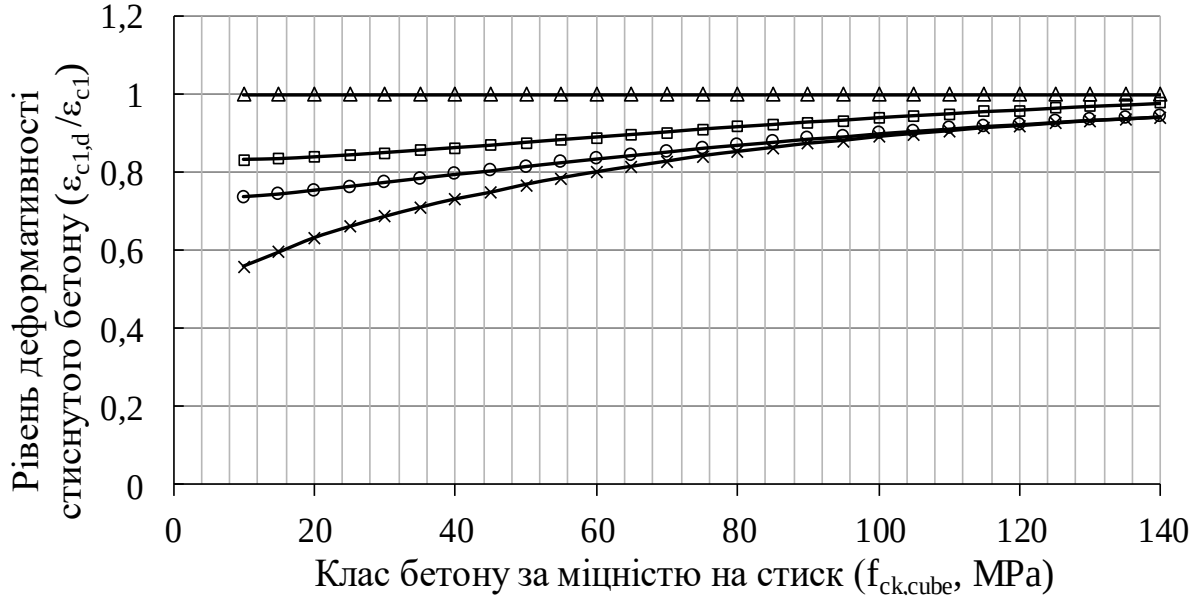

Рис. 4. Залежність рівня деформативності стиснутого бетону від його класу за швидкості деформування бетону:
△ - $\dot{\varepsilon} = 10^{-6} c^{-1}$; □ - $\dot{\varepsilon} = 10^{-1} c^{-1}$; ○ - $\dot{\varepsilon} = 10^{1} c^{-1}$; × - $\dot{\varepsilon} = 10^{3} c^{-1}$

Ефективність розробленої методики визначення коефіцієнта динамічного зміцнення стиснутого бетону оцінювали порівнянням результатів теоретичних розрахунків з експериментальними даними окремих дослідників (рис. 5). Подібні порівняння проведені і з результатами розрахунків, виконаних за відомими методиками CEB FIB [3, 5].

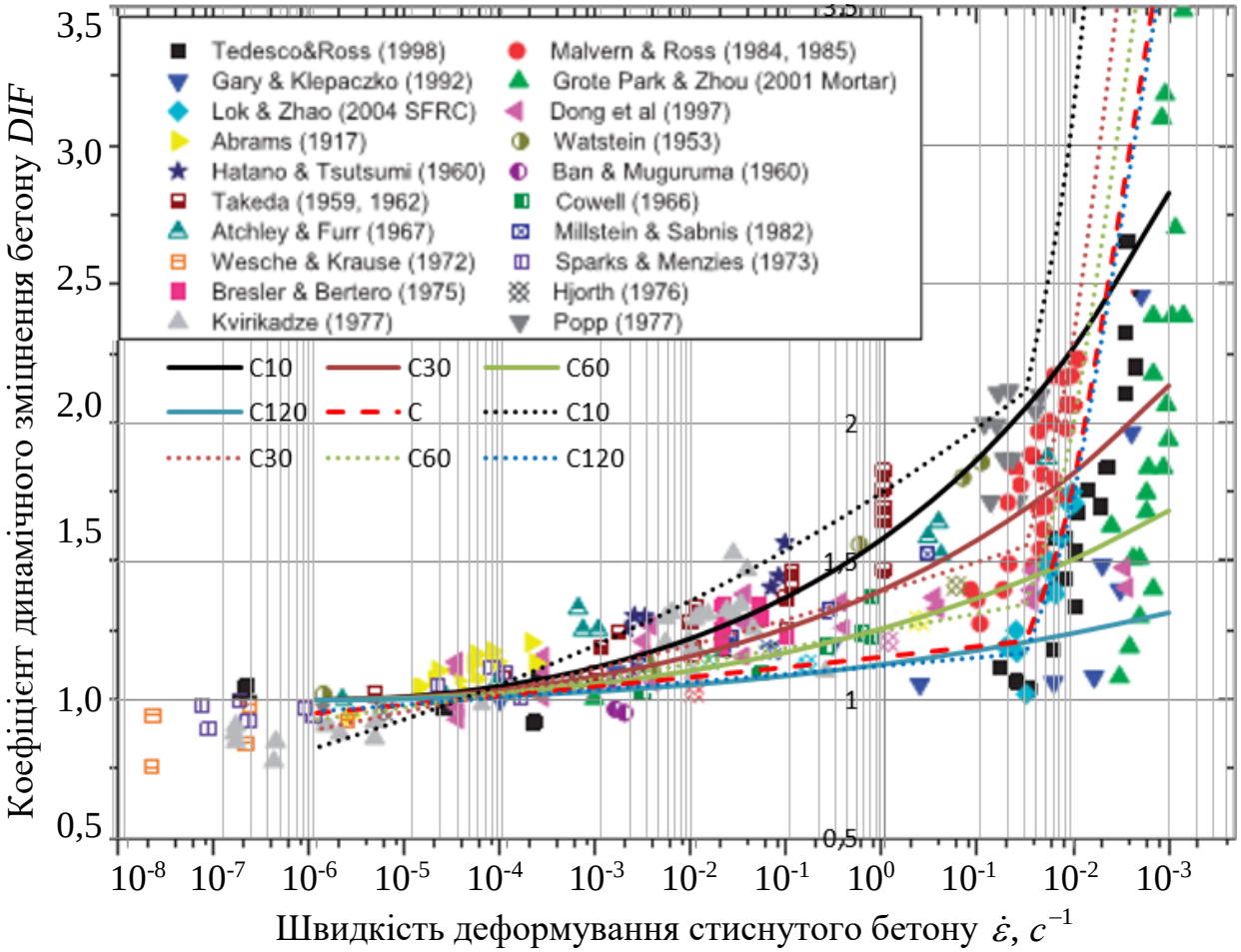

Рис. 5. Залежність коефіцієнта динамічного зміцнення стиснутого бетону від швидкості деформування бетону для різних його класів:
——— - за функцією (3);
····· - CEB-FIP MC 1990 [3];
– – – - Fib MC 2010 [5]

Висновки. Завдяки отриманим аналітичним залежностям коефіцієнта динамічного зміцнення стиснутого бетону *DIF*, рівня його деформативності $\varepsilon_{c1,d}/\varepsilon_{c1}$ і коефіцієнта пружно-пластичності k_d можна доволі просто прогнозувати не тільки міцність $f_{ck,d}$ і критичні деформації $\varepsilon_{c1,d}$ стиснутого бетону за будь-якої швидкості його деформування, але й моделювати діаграму деформування стиснутого бетону в залізобетонних елементах і конструкціях за дії динамічних навантажень різної інтенсивності.

Загалом же результати досліджень відкривають доволі широкі можливості для розроблення універсальної методики розрахунку бетонних і залізобетонних елементів і конструкцій за дії навантажень будь-якої інтенсивності та тривалості.

Список використаних джерел

1. Romashko V., Romashko-Maistruk O. Strength resource calculation of the reinforced concrete elements according to the energy criterion. *Procedia Structural Integrity*. 2022. Vol. 36. P. 269-276. (SCOPUS).

2. Grigoriev A. S., Shilko E. V., Skripnyak V. A., Chernyavsky A. G., Psakhie S. G. The numerical model of dynamic mechanical behavior of brittle materials based on the concept of the kinetic theory of strength. *PNRPU Mechanics Bulletin*. 2017. No. 3. P. 75-99.

3. CEB-FIP Model Code 1990: Design Code. Lausanne: Comité Euro-International du Béton, 1991. 437 p.

4. Fujikake K., Mizuno J., Suzuki A., Ohno T., Nonak T. Dynamic strain softening of concrete in compression under rapid loading. *WIT Transactions on the Built Environment: Structures under Shock & Impact.* 1998. Vol. 32. P. 481-491.

5. Fib Model Code 2010. Final draft. Fib Bulletin 66. 2012. Vol. 2. 377 p.

6. Dilger W. H., Koch R. and Kowalczyk R. Ductility of plain and confined concrete under different strain rates. *ACI Journal.* 1984. Vol. 81, No. 1. P. 73-81. (SCOPUS).

7. Malvern L. E., Jenkins D. A., Tang T., Ross C. A. Dynamic compressive testing of concrete. *Proceedings of the Second Symposium on The Interaction of Non-Nuclear Munitions with Structures*, 15-18 April 1985. Panama City Beach, Florida, 1985. P. 194-199.

8. Tedesco J. W., Ross C. A. Strain-rate-dependent constitutive equations for concrete. *ASME J. Press. Vessel Technol*. 1998. Vol. 120. P. 398-405.

9. Grote D. L., Park S. W., Zhou M. Dynamic behavior of concrete at high strain-rates and pressures: I. Experimental characterization. *International Journal of Impact Engineering*. 2001. Vol. 25. P. 869-886.

10. Long K. S., Kasmuri M., Hasan A. S. Z., Hamid R. Dynamic Increase Factor of High Strength Concrete with Silica Fume at High Strain Rate Loading. *Materials Science Forum*. 2016. Vol. 857. P. 299-304. (SCOPUS).

11. Lee S., Kim K.-M., Cho J.-Y. Investigation into Pure Rate Effect on Dynamic Increase Factor for Concrete Compressive Strength. *Procedia Engineering*. 2017. Vol. 210. P. 11-17.

12. Sun B., Chen R., Ping Y., Zhu Z., Wu N., Shi Z. Research on Dynamic Strength and Inertia Effect of Concrete Materials Based on Large-Diameter Split Hopkinson Pressure Bar Test. *Materials*. 2022. Vol. 15. 2995.

13. Ромашко-Майструк О. В., Ромашко В. М. Основні особливості деформування бетону за дії динамічних навантажень. *Збірник наук. праць Укр. держ. ун-ту залізнич. трансп*. 2023. Вип. 205. С. 60-70.

14. Cowell W. L. Dynamic properties of plain Portland cement concrete. Technical Report No. R447, DASA 130181. US Naval Civil Engineering Laboratory, Port Hueneme, California, 1966. 51 p.

15. Kono S., Watanabe F., Kajitani A. Stress-strain relation of confined concrete under dynamic loading. In Fracture Mechanics of Concrete Structures, de Borst et al. (Ed.). Swets & Zeitlinger, Lisse, Netherlands, 2001. P. 585-592.

16. Othman H., Marzouk H. Strain Rate Sensitivity of Fiber-Reinforced Cementitious Composites. *ACI Materials Journal*. 2016. Vol. 113, No. 2. P. 143-150. (SCOPUS).

17. Hjorth O. Ein Beitrag zur Frage der Festigkeiten und des Verbundverhaltens von Stahl und Beton bei hohen Dehnungsgeschwindigkeiten. Dissertation TU Braunschweig, 1976. 317 p.

18. Hughes B. P., Watson A. J. Compressive strength and ultimate strain of concrete under impact loading. *Mag. Contr. Res.* 1978. Vol. 30(105). P. 189-199.

19. Watstein D. Effect of straining rate on the compressive strength and elastic properties of concrete. *ACI Journal.* 1953. Vol. 49. P. 729-744. (SCOPUS).

20. Bresler B., Bertero V.V. Influence of high strain rate and cyclic loading of unconfined and confined concrete in compression: in Proceedings of 2nd Canadian Conference on Earthquake Engineering, Hamilton, Ontario, 1975. P. 1-13.

21. Rostasy F. S., Scheuermann J. and Sprenger K. H. Mechanical behaviour of some construction materials subjected to rapid loading and low temperature, *Betonwerk+Fertigteil-Technik.* 1984. Vol. 50(6). P. 393-401.

22. Bischoff P. and Perry S. Compressive Behaviour of Concrete at High Strain Rates. *Materials and Structures.* 1991. Vol. 24, No. 6. P. 425-450.

23. Salman M., Al-Amawee A. The Ratio between Static and Dynamic Modulus of Elasticity in Normal and High Strength Concrete. *Journal of Engineering and Development*. 2006. Vol. 10, No. 2. P. 163-174.

24. Popovics J. A Study of Static and Dynamic Modulus of Elasticity of Concrete. Final Report. American Concrete Institute - Concrete Research Council, Urbana, IL., 2008. 16 p.

25. Lydon F. D., Balendran R.V. Some Observations on Elastic Properties of Plain Concrete. *Cement and Concrete Research.* 1986. Vol. 16, No. 3. P. 314-324.

26. Lu X., Sun Q., Feng W., Tian J. Evaluation of dynamic modulus of elasticity of concrete using impact-echo method. *Construction and Building Materials.* 2013. Vol. 47. P. 231-239.

27. Peng S., Yu Z., Zhao Q., Du X., Xie X., Chen B., Zhang Y. Research on Dynamic Compressive Performance and Failure Mechanism Analysis of Concrete after High Temperature and Rapid Cooling. *Materials.* 2022. Vol. 15. 4642.

28. Ромашко В. Н. Обобщенная модель деформирования железобетонных элементов и конструкций. *Міжнародний науковий журнал (International scientific journal).* 2016. Вип. 3. С. 84-86.

29. Ромашко В. М. Деформаційно-силова модель опору бетону і залізобетону: дис. … д-ра техн. наук: 05.23.01. Львів, 2018. 533 с.

30. Romashko O. V., Romashko V. M. Model of multilevel formation of normal cracks in reinforced concrete elements and structures. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.* 2019. Vol. 708. 012069.

31. Romashko V. and Romashko O. Fundamentals of the General Theory of Resistance of Reinforced Concrete Elements and Structures to Power Influences. *Materials Science Forum.* 2019. Vol. 968. P. 534-540.

32. Romashko V. M. and Romashko O. V. Energy resource of reinforced concrete elements and structures for the deformation-force model of their deformation. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.* 2019. Vol. 708. 012068.

33. Ромашко В. М., Ромашко-Майструк О. В. Модель та методика розрахунку ресурсу залізобетонних елементів і конструкцій. *Вісник ОДАБА: зб. наук. праць.* 2021. Вип. 84. С. 59-68.

Ромашко-Майструк Олена Василівна, кандидат технічних наук, доцент кафедри промислового, цивільного будівництва та інженерних споруд, Національний університет водного господарства та природокористування (м. Рівне). ORCID: 0000-0003-3353-2268. Тел.: (096) 131-99-17. E-mail: romashkoolena@gmail.com.

Romashko-Maistruk Olena Vasylivna, PhD(Tech.), associate professor at the Department of Industrial, Civil Construction and Engineering Structures, National University of Water Management and Environmental Engineering (Rivne). ORCID: 0000-0003-3353-2268. Tel.: (096) 131-99-17. E-mail: romashkoolena@gmail.com.

Статтю прийнято 12.03.2025 р.