

УДК 620.178.1

**РОЗМІРНИЙ ЕФЕКТ ЗА ВИМІРЮВАННЯ ТВЕРДОСТІ МЕТАЛІВ І СПЛАВІВ  
У МІКРО- ТА МАКРОДІАПАЗОНАХ ЗА МЕТОДОМ НЕВІДНОВЛЕНОГО ВІДБИТКА**

Асп. А. В. Мощенко

**INDENTATION SIZE EFFECT IN HARDNESS MEASUREMENT OF METALS  
AND ALLOYS IN MICRO- AND MACRO-RANGES BY THE UNRECOVERED  
INDENTATION METHOD**

Postgraduate student A. V. Moshchenok

DOI: <https://doi.org/10.18664/1994-7852.214.2025.351611>



**Анотація.** У статті досліджено прояв розмірного ефекту за вимірювання твердості металів і сплавів у мікро- та макродіапазонах за методом невідновленого відбитка. Порівняно поверхневу, проєкційну та об'ємну твердість, встановлено їхню степеневу залежність від навантаження. Показано, що всі три параметри твердості зменшуються зі зростанням навантаження, причому об'ємна твердість має найсильніший спад. Отримані результати доводять, що твердість є функцією навантаження і вибір її виду визначає точність оцінювання механічної поведінки матеріалу та якості металопродукції.

**Ключові слова:** твердість, за Мартенсом, індентування, піраміда Берковича, розмірний ефект, метод невідновленого відбитка, поверхнева твердість, проєкційна твердість, об'ємна твердість.

**Abstract.** The article investigates the indentation size effect in hardness measurement of metals and alloys in the micro- and macro-ranges using the unrecovered indentation method with a Berkovich indenter. Instrumented indentation according to ISO 14577-1:2015 is applied to obtain the load–depth curves and calculate surface (Martens), projection and volume hardness. These three hardness types represent fundamentally different interpretations of the elastic–plastic interaction under contact loading. Martens hardness considers the total contact surface of the indenter and reflects the combined elastic–plastic resistance to penetration. Projection hardness uses only the projected area of the imprint and better characterizes plastic deformation. Volume hardness relates the load to the indented volume and reveals the most complete internal response of the material. Experimental tests were performed on U12A steel samples with different initial hardness levels (500 HV10 and 790 HV10) using loads from 0.01 to 0.2 N to cover both micro- and macro-ranges. The results clearly demonstrate a strong indentation size effect (ISE): as the load decreases and the indentation depth becomes smaller, all three hardness values increase significantly. Power-law correlations  $H = A \cdot F^{-b}$  were obtained with high coefficients of determination ( $R^2 > 0.98$ ), confirming the predictable nature of ISE. Surface hardness decreases moderately ( $\approx 55$ – $65$  %), projection hardness shows a similar but slightly more pronounced reduction ( $\approx 55$ – $62$  %), while volume hardness exhibits the strongest drop ( $\approx 95$ – $96$  %) across the entire load range. This indicates that the deeper the level of geometric interaction considered, the more evident the influence of scale. Comparison between materials of different hardness reveals that harder steel always retains higher hardness values, but the difference between the curves changes with load due to different plasticity

*mechanisms. The indentation size effect is shown to be a fundamental phenomenon that must be accounted for in modern materials science. Traditional hardness methods (Brinell, Rockwell, Vickers) often ignore scale effects and may fail to reflect real mechanical behaviour at small depths. The unrecovered indentation method captures the instantaneous response under maximum load, providing more accurate insight into surface integrity, wear resistance and contact strength. Understanding the indentation size effect enables more precise evaluation of material quality, optimization of heat treatment and strengthening technologies, and development of advanced coatings. The study proves that hardness is not a constant but a function of indentation scale, and the choice of hardness parameter (surface, projection, volume) must correspond to the specific engineering task. Therefore, accounting for ISE is critically important for reliable assessment, prediction of performance and improvement of metallic products.*

**Keywords:** *Martens hardness, indentation, Berkovich pyramid, indentation size effect, unrecovered indentation, surface hardness, projection hardness, volume hardness.*

**Вступ.** Дослідження належать до галузі матеріалознавства та машинобудівного виробництва, де точне визначення локальних механічних властивостей матеріалів є критичним для проектування, контролю якості та прогнозування довговічності виробів. Сучасні конструкції стають меншими за розмірами, навантаження зростають, використовують нові матеріали, тому класичні методи вимірювання твердості вже не забезпечують потрібної точності та не враховують вплив глибини інденування. Інструментальне інденування стало основним методом, оскільки допомагає визначати твердість, модуль пружності, енергію деформації та досліджувати масштабну залежність властивостей у мікро- та макродіапазонах. Особливої уваги потребує аналіз трьох взаємопов'язаних видів твердості – поверхневої (за Мартенсом), проекційної та об'ємної, які по-різному характеризують пружно-пластичну взаємодію матеріалу з інденатором і відображають різні аспекти деформаційного стану. Їх порівняння дає змогу комплексно оцінити поведінку матеріалу під навантаженням, встановити закономірності зміни властивостей і виявити розмірний ефект, що має фундаментальне значення для розуміння реальної механічної відповіді матеріалу та підвищення точності оцінювання якості металевої продукції.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Метод інденування пірамідою Берковича, стандартизований у ISO 14577-1:2015, забезпечує високу точність у мікро- та макродіапазонах [1]. Сучасні роботи 2023–2025 років суттєво поглибили розуміння розмірного ефекту (ISE) і довели, що він є не просто збільшенням твердості зі зменшенням глибини вдавнення, а складним багатофакторним явищем. У роботі [2] подано систематичне дослідження 19 чистих металів із різною кристалічною ґраткою, де автори доводять, що ефект розміру є універсальним явищем. Основну увагу приділено розходженню між класичним розрахунком твердості та її реальною залежністю від глибини інденування. Автори аналізують нелінійний зв'язок між навантаженням і розміром відбитка, що свідчить про необхідність корекції традиційних моделей твердості [2]. У дослідженні [3] застосовано той самий підхід для бінарних сплавів Ag–Cu, підтверджено існування ISE у немонотонному вигляді за малої глибини вдавнення. Автори роблять висновок, що класична модель Нікса–Гао не повністю відображає поведінку сплавів із високою різницею в атомному об'ємі, тож запропоновано доповнення з урахуванням структурного напруження на межі зерен [3]. Особливе місце посідає публікація [4], у якій наведено порівняльний аналіз різних моделей розмірного ефекту — від класичної

Нікса–Гао до модифікованих варіантів, які враховують початкову напруженість, геометрію індентора, дислокаційну щільність. Автори експериментально перевірили ці моделі на металах, плівках і структурах, надрукованих адитивними методами. Установлено, що жодна з моделей не є універсальною, тому пропонується комбінований підхід для різних масштабів [4]. У дослідженні [5] показано, що монокристалічний вольфрам демонструє анізотропну реакцію з індентуванням, що впливає на характер ISE. Із застосуванням технік *in-situ* автори фіксують еволюцію дислокацій і доводять, що основною причиною ISE є зростання густини геометрично необхідних дислокацій зі зменшенням глибини індентування [5]. Нарешті, в оглядовій роботі [6] систематизовано сучасні дослідження ISE для широкого класу кристалічних матеріалів, включаючи метали, кераміки, композити, покриття. Підкреслено значення обліку пружно-пластичної взаємодії для моделювання залишкового відбитка, а також запропоновано класифікацію ISE: прямий, зворотний і перехідний. У статті зроблено висновок про необхідність стандартизації методів індентування для забезпечення відтворюваності результатів [6]. Усі роботи одностайно вказують на те, що точне вимірювання твердості в мікро- і макродіапазонах неможливе без урахування розмірного ефекту, причому метод невідновленого відбитка (за залишковими параметрами) краще відображає пластичну поведінку матеріалу. Подальші роботи, узагальнені в монографіях [7], [8], [9], деталізували взаємозв'язок між мікроструктурою, геометрією індентора і режимом навантаження. Ці публікації розширили поняття класичної твердості, увівши три взаємопов'язані параметри – поверхневу [7], проєкційну [8] та об'ємну твердість [9]. Поверхнева твердість ( $H_s$ ) – відношення навантаження до площі поверхні впровадженої частини індентора. Проєкційна твердість ( $H_p$ ) – відношення

навантаження до площі проєкції впровадженої частини індентора. Об'ємна твердість ( $H_v$ ) – відношення навантаження до об'єму впровадженої частини індентора. Такий підхід дає змогу розглядати розмірний ефект не як окреме явище, а важливу закономірність, що визначає достовірність оцінювання твердості в мікро- та макромасштабах, а використання трьох видів твердості ( $H_M$ ,  $H_{Pr}$ ,  $H_{Vol}$ ) забезпечує повне розуміння пружно-пластичної поведінки матеріалу.

**Визначення мети та завдання дослідження.** Мета роботи – встановити характер впливу розмірного ефекту на твердість металів і сплавів у мікро- та макродіапазонах за методом невідновленого відбитка та визначити особливості його прояву для різних видів твердості.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання: – дослідити залежність твердості від глибини індентування та навантаження; – порівняти поверхневу, проєкційну та об'ємну твердість і визначити їхній внесок у формування розмірного ефекту.

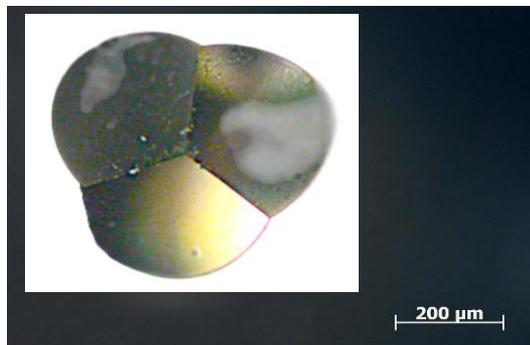
**Основна частина дослідження.** Експерименти проводили на зразках сталі У12А із твердістю 500 HV10 і 788 HV10 на приладі NanoTest (Micro Materials Ltd.) [10]. Випробування виконували за стандартом ISO 14577 із використанням алмазного індентора Берковича (рис. 1), який має форму тригранної піраміди та забезпечує точне відтворення умов локального контактного навантаження. На рис. 1, а показано загальний вигляд піраміди з тримачем, що демонструє конструктивні особливості індентора, а на рис. 1, б наведено мікрофотографію його вершини (x200), що підтверджує правильність геометрії та гостроту, необхідну для мінімізації похибок під час вимірювання глибини індентування. Перед кожною серією випробувань індентор перевіряли оптично на відповідність геометрії (відхилення кута не перевищувало  $0,2^\circ$ ). Поверхню зразків полірували до шорсткості

$Ra \leq 0,03$  мкм, що мінімізувало похибки у визначенні площі контакту на малих глибинах, згідно з ISO 14577-1:2015. Діапазон навантажень становив від 0,01 до

0,2 Н, що дало змогу охопити мікро- та макродіапазони твердості та дослідити вплив навантаження на значення твердості за Мартенсом.



*a*



*б*

Рис. 1. Алмазний індентор Берковича: *a* – загальний вигляд піраміди з тримачем; *б* – мікрофотографія вершини індентора (x 200 μm)

Розраховували значення НМ за допомогою спеціально розробленої авторської програми (рис. 2), яка автоматизує обробку експериментальних даних за ISO 14577. На рис. 2 зображено діалогове вікно програми, де наведено вхідні параметри (навантаження, глибина індентування), формулу розрахунку твердості НМ, приклад числового обчислення, а також схему кривої індентування «навантаження–глибина», що відображає цикл завантаження і розвантаження. Це вікно допомагає візуально контролювати весь процес аналізу та забезпечує точність визначення площі контактної поверхні  $A_s(h)$  відповідно до стандарту.

Твердість за Мартенсом, проєкційну та об’ємну розраховували за такими формулами:

- твердість за Мартенсом (НМ) [1, 7]

$$HM = \frac{F}{A_s(h)} = \frac{F}{26,44h^2}, \quad (1)$$

де  $F$  – навантаження;

$h$  – глибина проникнення індентора;

$A_s(h)$  – реальна площа контактної поверхні;

26,44 – коефіцієнт, який враховує геометрію впровадженої частини індентора з урахуванням кута  $65,27^\circ$  у піраміді Берковича.

Ця твердість враховує як пружну, так і пластичну деформацію поверхні;

- проєкційна твердість (HPr) [8]

$$H_{Pr} = \frac{F}{A_s(h)} = \frac{F}{23,962h^2}, \quad (2)$$

де  $A_s(h)$  – площа проєкції, визначена як площа впровадженої частини, перпендикулярна до напрямку навантаження;

23,962 – коефіцієнт, який відповідає площі проєкції правильної тригранної піраміди Берковича.

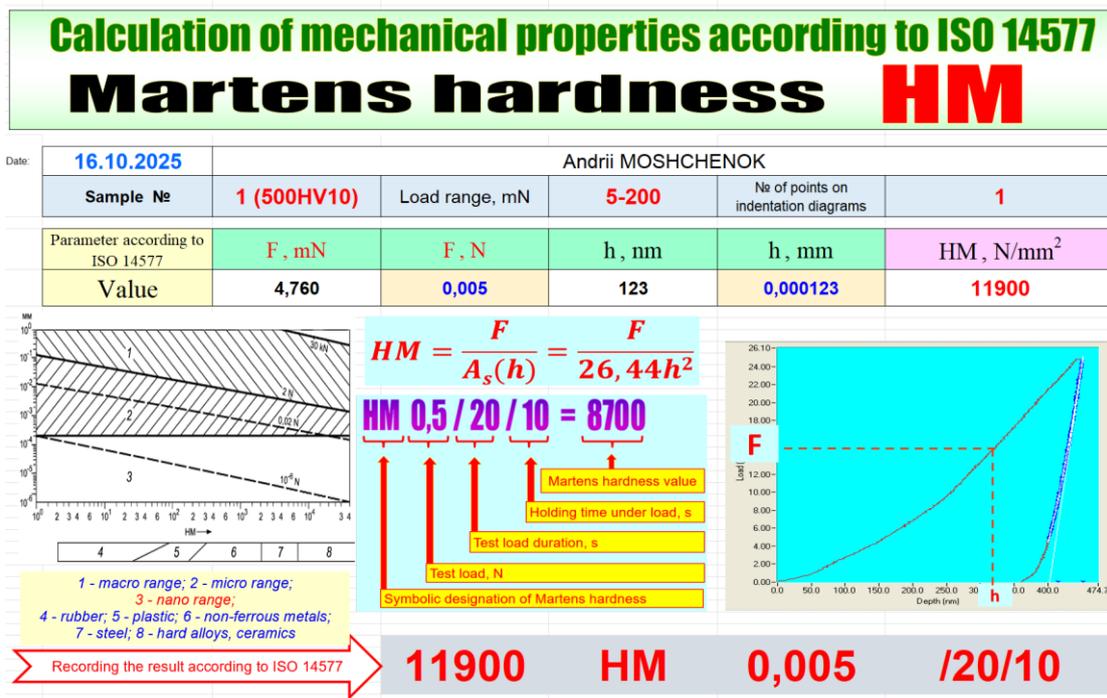


Рис. 2. Діалогове вікно авторської програми розрахунку твердості за Мартенсом, згідно з ISO 14577, на якому відображено всі вхідні параметри

Цей тип твердості також відображає як пружну, так і пластичну деформацію поверхні;

- об'ємна твердість (HV<sub>01</sub>) [9]

$$H_{Vol} = \frac{F}{V_s(h)} = \frac{F}{8,165h^3}, \quad (3)$$

де  $V_s(h)$  – об'єм впровадженої частини індентора, що розрахована для ідеального Берковича;

8,165 – коефіцієнт, який є функцією форми індентора та описує як пружну, так і пластичну деформацію у всьому об'ємі впровадженої в матеріал частини індентора.

На рис. 3 подано експериментальні залежності твердості за Мартенсом (тобто поверхневої) від навантаження для зразків різної початкової твердості. Криві 1 (500 HV10) і 2 (790 HV10) демонструють характерне зниження значень HM зі збільшенням навантаження, що підтверджує наявність розмірного ефекту (ISE): за

меншої глибини інденування твердість є більшою.

На рис. 4 показано, як проєкційна твердість HPr сталі У12А (аналогічно і твердість за Мартенсом на рис. 3) змінюється з навантаженням F для інденування пірамідою Берковича для двох станів твердості: 1 – ~500 HV10 (сині трикутники), 2 – ~790 HV10 (червоні трикутники). Обидві криві чудово описані степеневими законами  $HPr = A \cdot F^{-b}$  з високою узгодженістю: для м'якшої сталі 1 –  $HPr = 3116,4 \cdot F^{-0,259}$ ,  $R^2 = 0,9857$ ; для твердішої сталі 2 –  $HPr = 5382,5 \cdot F^{-0,202}$ ,  $R^2 = 0,9977$ . Фізично це класичний розмірний ефект: зі зростанням навантаження твердість за проєкцією падає та прагне до «полиці». Швидкість спаду більша у зразка 500 HV10 (показник -0,259 проти -0,202), тому на малих F криві ближчі, а на великих – розходяться. Кількісно спад твердості по всьому діапазону випробувань ( $\approx 4,8$  мН → 200 мН) становить: для сталі ~500 HV10 зниження з

≈12 400 до ≈4 730 Н/мм<sup>2</sup>, тобто ~61,9 %; для сталі ~790 HV10 – з ≈15 830 до ≈7 450 Н/мм<sup>2</sup>, тобто ~52,9 %. «Відстань» між кривими у відсотках, якщо рахувати як перевищення твердішої над м'якшою за однакового F, зростає з навантаженням: близько 27 % на 4,8 мН, ~44 % на 40 мН, ~50 % на 80 мН і до ~58 % на 200 мН; середнє по діапазону

≈46 %. Отже, твердіший зразок стабільно має вищу проєкційну твердість, причому відносний розрив між кривими збільшується з навантаженням, а експоненти -0,259 і -0,202 якісно фіксують: чим нижча початкова твердість, тим сильніше проявляється спад HPr зі зростанням F.

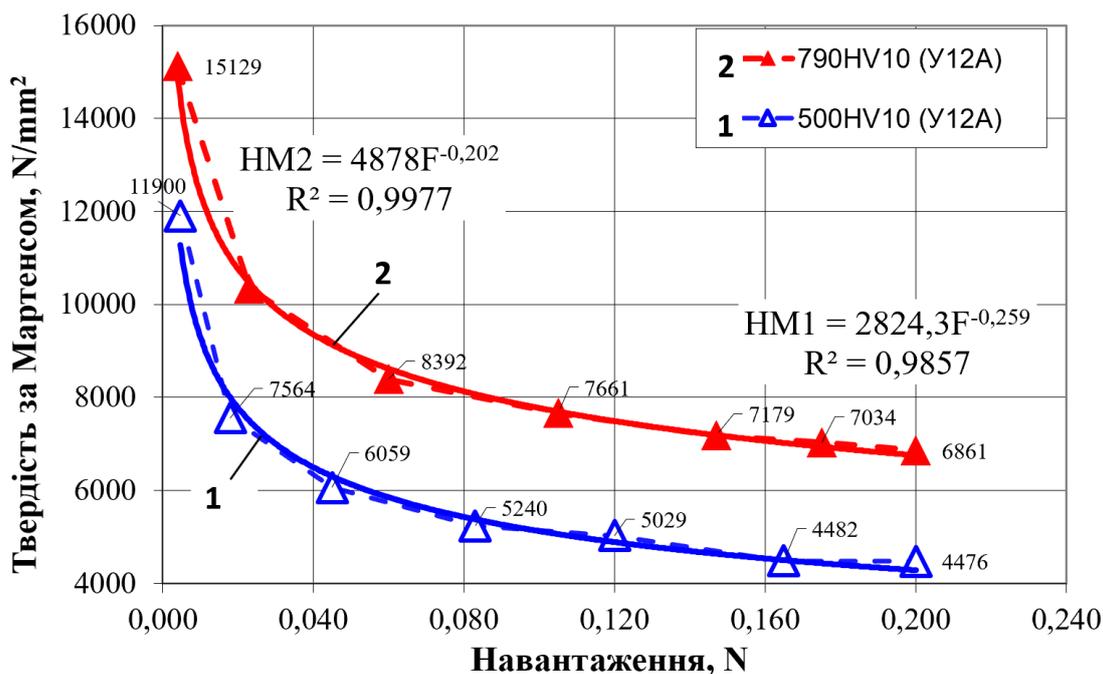


Рис. 3. Залежність твердості за Мартенсом (поверхневої) від навантаження для індентування пірамідою Берковича сталевих зразків із різною твердістю: 1 – 500HV10; 2 – 790HV10

На рис. 5 показано залежність об'ємної твердості HV01 (N/мм<sup>3</sup>) від навантаження F для індентування пірамідою Берковича сталей У12А із різною твердістю: 1 – 500 HV10 (сині порожні трикутники), 2 – 790 HV10 (червоні заповнені трикутники). Обидві криві різко спадають за малих навантажень, після чого переходять у пологий ділянку, що є класичним проявом розмірного ефекту. Математично поведінка описана степеневими закономірностями з дуже високою точністю апроксимації: для сталі 500 HV10: 1 – HV01 = 6 · 10<sup>6</sup> · F<sup>-0,803</sup>, R<sup>2</sup> = 0,9999; для сталі 790 HV10: 2 – HV01 = 2 · 10<sup>6</sup> · F<sup>-0,888</sup>, R<sup>2</sup> = 0,9978. Важливо,

що твердіша сталь має більший показник степеня (-0,888 проти -0,803), тобто вона ще сильніше реагує на збільшення навантаження, хоча початкові значення твердості в неї вищі. Кількісний аналіз (дані таблиць) показує: для сталі 500 HV10 HV01 падає з ≈313 281 990 до ≈11 149 201 N/мм<sup>3</sup>, тобто зменшується на 96,4 %; для сталі 790 HV10 HV01 падає з ≈489 895 897 до ≈21 159 525 N/мм<sup>3</sup>, що відповідає зменшенню на 95,7 %. Отже, об'ємна твердість зменшується майже однаково сильно для обох зразків (≈96 %), але м'якший матеріал має трохи більший спад. «Відстань» між кривими у відсотках (як



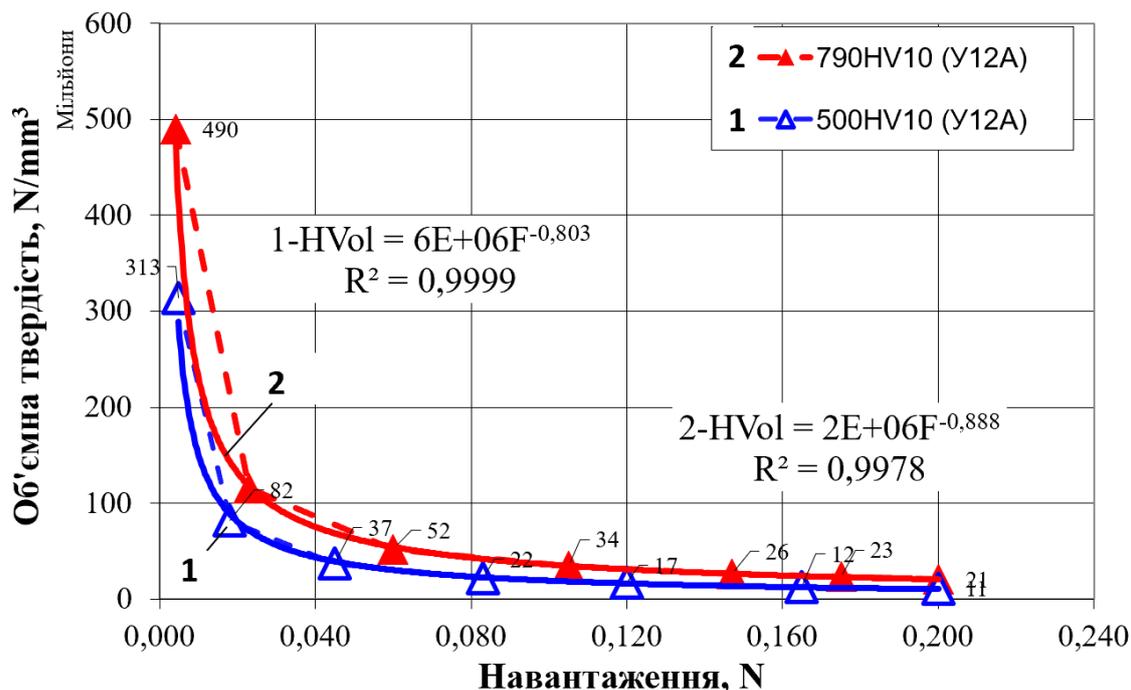


Рис. 5. Залежність об'ємної твердості від навантаження для інденування пірамідою Берковича сталевих зразків із різною твердістю: 1 – 500HV10; 2 – 790HV10

Таблиця

Експериментальні значення твердості для різних навантажень (N) із похибками

F (N)	HM (500 HV10), H/мм² ±Δ	HM (790 HV10), H/мм² ±Δ	HPr (500 HV10), H/мм² ±Δ	HPr (790 HV10), H/мм² ±Δ	HVol (500 HV10), H/мм³ ±Δ	HVol (790 HV10), H/мм³ ±Δ
0.01	12140 ± 250	15300 ± 310	12400 ± 270	15830 ± 280	313282000 ± 14500000	489896000 ± 17800000
0.02	9500 ± 200	12560 ± 240	10100 ± 220	13320 ± 250	118670000 ± 6100000	231310000 ± 9200000
0.05	6940 ± 190	10140 ± 200	7340 ± 210	10930 ± 220	33869000 ± 2400000	65980000 ± 3100000
0.1	5580 ± 160	8420 ± 180	5930 ± 180	9050 ± 200	17012000 ± 1400000	31966000 ± 1900000
0.2	4340 ± 140	6720 ± 160	4730 ± 160	7450 ± 180	11149000 ± 1250000	21159000 ± 1700000

Значення твердості в таблиці подано разом із середньоквадратичним відхиленням (±Δ), отриманим на основі п'яти повторних вимірювань. Таблиця демонструє характерну тенденцію зниження

твердості зі збільшенням навантаження, що підтверджує прояв прямого розмірного ефекту для інденування. Особливо різким є спад об'ємної твердості (понад 95 %), тоді як поверхнева та проєкційна зменшуються

плавніше (~55–65 %). Крім того, видно, що твердіший зразок стабільно демонструє вищі значення твердості для кожного виду за всіх навантажень. Наведені числові дані використовували для побудови графіків на рис. 3–5 і апроксимаційних степеневих залежностей  $H = A \cdot F^{-b}$  із високими коефіцієнтами кореляції.

Отримані дані підтверджують, що розмірний ефект є фундаментальною характеристикою процесу індентування, а метод невідновленого відбитка дає змогу враховувати пружну та пластичну деформації у твердості.

**Висновки.** Твердість, виміряна за методом невідновленого відбитка, відображає реакцію матеріалу за максимального навантаження і враховує як пружну, так і пластичну деформації. На відміну від класичних методів Брінелля, Роквелла, Віккерса, які не враховують пружну деформацію, інструментальне індентування забезпечує більш точні значення твердості і враховує не тільки пластичну, але і пружну деформації.

Усі три види твердості – твердість за Мартенсом (поверхнева), проєкційна та об’ємна – демонструють чітко виражений прямий розмірний ефект (ISE): зі збільшенням навантаження твердість закономірно зменшується, що добре описано степеневими залежностями  $H = A \cdot F^{-b}$  із високими коефіцієнтами детермінації ( $R^2 \approx 0,99$ ).

Твердість за Мартенсом (поверхнева) зменшується плавно: приблизно на 55–60 % для більш твердого зразка (790 HV10) і на 60–65 % для м’якшого (500 HV10). Криві поводяться подібно до класичного ISE, але спад не надто різкий, що вказує на помірну

чутливість поверхневої твердості до навантаження.

Проєкційна твердість спадає майже так само: для сталі 500 HV10 зменшення ~62 %, для 790 HV10 ~55 %. Відмінність між кривими зростає з навантаженням, тобто проєкційна твердість сильніше розділяє матеріали за їхньою реальною пластичною поведінкою, ніж поверхнева.

Об’ємна твердість демонструє найбільш різке падіння: для обох зразків зменшується приблизно на 95–96 %. Це найсильніший прояв розмірного ефекту серед усіх трьох видів. Порівняння: найменший ISE – для поверхневої твердості (HM), середній – для проєкційної (HPr), найбільший – для об’ємної (HVol). Чим більше врахована геометрія проникнення індентора, тим глибше розкрита справжня еластично–пластична взаємодія матеріалу і тим сильніше падає твердість.

Для матеріалознавства це принципово важливо: твердість – не стала величина, а функція масштабу навантаження/глибини. Тому класичні методи (Брінелля, Роквелла, Віккерса) не завжди відображають реальну поведінку матеріалу, особливо на мікро– і нанорівнях. Для оцінювання якості металевої продукції потрібно враховувати тип твердості та вплив навантаження: поверхнева твердість дає уявлення про початковий опір проникненню, проєкційна краще відображає пластичну деформацію, а об’ємна – найближча до реальної механічної відповіді матеріалу в умовах навантаження. Це дає змогу точніше прогнозувати зносостійкість, міцність поверхні, роботу покриттів, поведінку з контактним навантаженням та оптимізувати технології термообробки й зміцнення.

### Список використаних джерел

1. ISO 14577-1:2015. Metallic materials – Instrumented indentation test for hardness and materials parameters. Part 1: Test method. Geneva: International Organization for Standardization, 2021. 45 p.

2. Petřík J. The Indentation Size Effect (ISE) of Metals. *Crystals*. 2022. Vol. 12, Iss. 6. Article No. 795. URL: <https://www.mdpi.com/2073-4352/12/6/795> (last access: 15.10.2025).
3. Šolc M., Petřík J., Matýsek D., Děcký M. The Indentation Size Effect (ISE) of Ag–Cu Alloys. *Crystals*. 2023. Vol. 13, Iss. 1. Article No. 91. URL: <https://www.mdpi.com/2073-4352/13/1/91> (last access: 15.10.2025).
4. Wang P., Jiang Y., Zhou Y., Zhang X. A comparative study of indentation size effect models for ISE. *Scientific Reports*. 2024. Vol. 14. Article No. 11151. URL: <https://www.nature.com/articles/s41598-024-71136-5> (last access: 15.10.2025).
5. Wang J., Zhang Y., Lu H. The indentation size effect of single-crystalline tungsten. *Journal of Materials Research*. 2021. Vol. 36. P. 4199–4209. URL: <https://link.springer.com/article/10.1557/s43578-021-00221-6> (last access: 15.10.2025).
6. Shen Z., Liang S., Tan J., Lin Y. Review of indentation size effect in crystalline materials. *Journal of Materials Research and Technology*. 2024. In Press. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2238785424013826> (last access: 15.10.2025).
7. Moshchenok V. I., Pimonov I., Lukianenko N., Moshchenok A. V., Skrypnyk T., Moshchenok V. V. Martens Hardness Measurement Using a Berkovich Indenter on Steel. LAP LAMBERT Academic Publishing, 2025. 124 p. ISBN 978-620-8-42500-5.
8. Moshchenok V. I., Pimonov I., Skrypnyk N., Moshchenok A., Skrypnyk T., Moshchenok V. V. Projection Hardness in Nano- and Micro ranges. LAP LAMBERT Academic Publishing, 2025. 124 p. ISBN 978-620-8-42252-3.
9. Moshchenok V. I., Pimonov I., Vorobyova S., Moshchenok A. V., Kosolapov V., Moshchenok V. V. Nanoindentation to Determine Volume Hardness of Steel. LAP LAMBERT Academic Publishing, 2025. 122 p. ISBN 978-620-8-43079-5.
10. Micro Materials Ltd. *NanoTest Platform*. UK: Micro Materials Ltd. URL: <https://www.micromaterials.co.uk/nanotest/> (last access: 15.10.2025).

---

Мощенок Андрій Васильович, аспірант кафедри технології металів та матеріалознавства, Харківський національний автомобільно-дорожній університет. ORCID iD: 0000-0003-2477-6009.  
E-mail: amoshenok@gmail.com.

Moschenok Andrii, postgraduate student at the Department of Metal Technology and Materials Science, Kharkiv National Automobile and Highway University. ORCID iD: 0000-0003-2477-6009. E-mail: amoshenok@gmail.com.

Статтю прийнято 28.11.2025 р.