

УДК 629.423.31

DOI: <https://doi.org/10.18664/1994-7852.162.2016.78337>

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМИ МОДАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ З ДВИГУНОМ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Канд. техн. наук С. Г. Буряковський, магістрант В. С. Старченко

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ МОДАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДВИГАТЕЛЕМ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Канд. техн. наук С. Г. Буряковский, магистрант В. С. Старченко

MATHEMATICAL MODELING OF THE SYSTEM MODAL CONTROL OF DC MOTORS

Cand. of techn. Sciences S. Buryakovskiy, master student V. Starchenco

Використання електропривода з модальним регулятором замість існуючого релейно-контакторного забезпечує більш високі динамічні показники роботи системи електровоза і підвищує її загальну ефективність. Математичне моделювання перехідних процесів у системі наочно показало якість регулювання координат швидкості і струму при розгоні із застосуванням модального регулятора.

Ключові слова: електропривод, модальний регулятор, перехідний процес, регулювання координат, динамічні показники.

Использование электропривода с модальным регулятором вместо существующего релейно-контакторного обеспечивает более высокие динамические показатели работы системы электровоза и повышает её общую эффективность. Математическое моделирование переходных процессов в системе наглядно показало качество регулировки координат скорости и тока при разгоне с применением модального регулятора.

Ключевые слова: электропривод, модальный регулятор, переходной процесс, регулирование координат, динамические показатели.

Using the drive with a modal regulator instead of the existing relay-contactor allows higher dynamic performance of electric system operation and boosts its overall efficiency. In combination with the use of slave control system, such a system provides a high quality of regulation subject to the limitation specified coordinates at the appropriate level. This is especially important for electric traction drives, as current limiting coordinates and speed ensures safe driving mode in conjunction with an increase in the reliability of the whole system. To study the effectiveness of the proposed solutions was used mathematical apparatus based matrices, as well as classical approaches of mathematical modeling to the construction of block diagrams prepared on the basis of differential equations describing the system in the state space. Mathematical modeling of transients showed high quality speed and coordinate adjustment of current during acceleration with the modal controller.

Keywords: electric drive, modal regulator, transient, coordinate control, dynamic performance.

Вступ. Сучасний стан рухомого складу яскраво показує неможливість втілення рішень щодо підвищення ефективності

роботи залізничного транспорту. Існує гостра потреба у впровадженні нових рішень та технологій для якісної зміни

процесів керування в електрорухомому складі. Одним з найпростіших та якісних є застосування систем керування з модальними регуляторами та спостерігачами стану [1]. Найбільш простим способом дослідження властивостей електроприводів локомотивів є математичне моделювання типових режимів їх роботи [2].

Аналіз попередніх досліджень. Принципи модального керування отримали широке розповсюдження в таких галузях, як верстатобудування, металургія та роботобудування. На жаль, відсутність упровадження вітчизняних розробок сучасних систем керування в рухомому складі України не дає можливості зібрати інформацію про дослідження в цій галузі.

Мета дослідження. Метою дослідження є розроблення математичної моделі, що дасть змогу проаналізувати можливість застосування модального керування для тягових приводів на базі двигунів постійного струму.

Основна частина дослідження. Фундаментальним поняттям у математичній теорії керування є простір станів. Зазвичай припускається, що система має n -й порядок, керується g -числом керуючих впливів u та має m вихідних координат y , які в загальному випадку можуть не бути координатами x руху електропривода. Стан системи в будь-який момент часу t_0 є така сукупність відомостей про неї, наявність яких разом з деяким керуючим впливом достатня для прогнозування стану системи в будь-який момент часу t [3].

У цьому випадку для опису системи доцільно використовувати апарат лінійної алгебри.

Тоді X є не що інше, як вектор-стовпчик станів системи:

$$X = \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \\ X_3(t) \\ \dots \\ X_n(t) \end{bmatrix}; \quad (1)$$

U – вектор-стовпчик керування

$$U = \begin{bmatrix} U_1(t) \\ U_2(t) \\ U_3(t) \\ \dots \\ U_r(t) \end{bmatrix}; \quad (2)$$

Y – вектор-стовпчик виходів системи

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1(t) \\ Y_2(t) \\ Y_3(t) \\ \dots \\ Y_m(t) \end{bmatrix}; \quad (3)$$

У векторно-матричній формі будь-яку лінійну стаціонарну систему можна описати рівняннями:

$$\dot{X} = AX + BU; \quad (4)$$

$$Y = CX + DU, \quad (5)$$

де $A = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$ – квадратна матриця власних значень розмірності $n \times n$;

$B = \begin{bmatrix} b_{11} & \dots & b_{1r} \\ b_{n1} & \dots & b_{nr} \end{bmatrix}$ – прямокутна матриця керування розмірності $n \times r$;

$C = \begin{bmatrix} c_{11} & \dots & c_{1n} \\ c_{m1} & \dots & c_{mn} \end{bmatrix}$ – прямокутна матриця коефіцієнтів виходу розмірності $m \times n$;

$D = \begin{bmatrix} d_{11} & \dots & d_{1r} \\ d_{m1} & \dots & d_{mr} \end{bmatrix}$ – матриця впливу керування на вихідні координати розмірності $m \times r$.

Структурна схема багатовимірної лінійної стаціонарної системи відповідно до рівняння (4) подана на рис. 1.

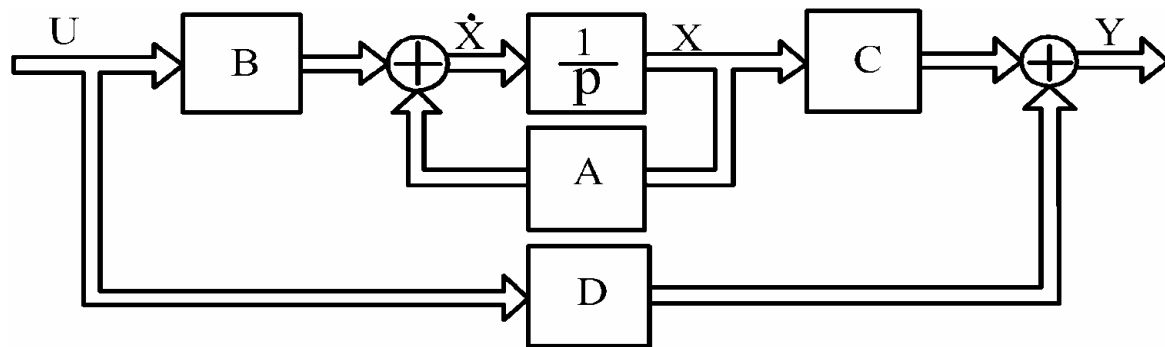


Рис. 1. Структурна схема багатовимірної стаціонарної системи

Система що описується рівнянням (4), називається повністю керованою, якщо за допомогою обмеженого впливу U вона може бути переведена з довільного стану $x_0(t_0)$ у довільний кінцевий стан $x_1(t_1)$, при зміні часу $t_0 \leq t \leq t_1$. Умовою керованості є

$$\text{Rang } P = n, \quad (6)$$

де n – порядок системи;

P – матриця керованості розмірності $n \times m$:

$$P = [B, BA, BA^2, \dots, BA^{n-1}].$$

Якщо виконується умова (6), можливе створення модального регулятора (МР) у відповідності до структурної схеми (рис. 2).

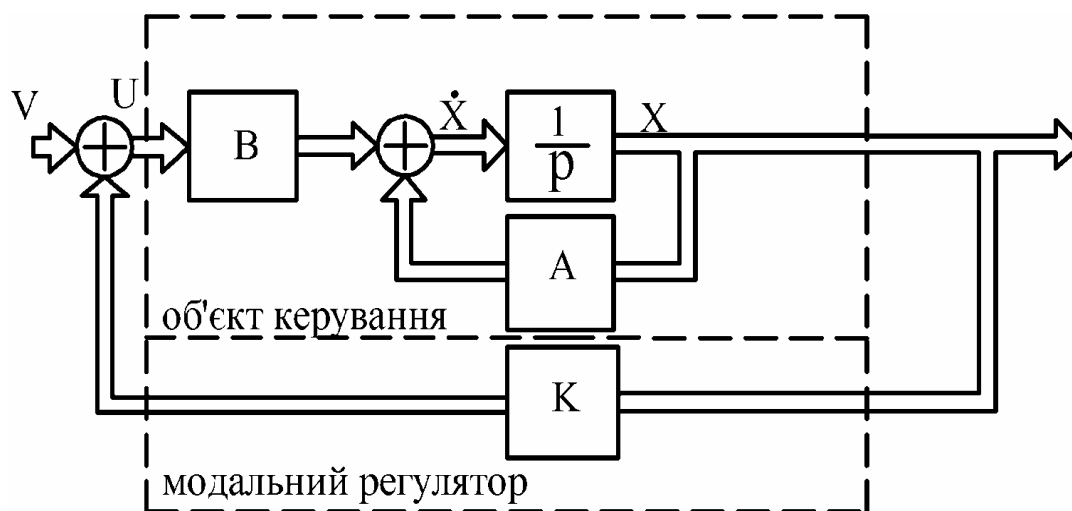


Рис. 2. Структурна схема замкненої багатовимірної системи з МР

У цьому випадку замкнена система керування буде описуватись такими рівняннями:

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU \\ U = V - KX, \end{cases} \quad (7)$$

де U – матриця керування;

V – матриця завдання;

K – матриця-рядок зворотного зв'язку, що складається з коефіцієнтів зворотного зв'язку за вектором стану X .

Розв'язуючи рівняння, отримаємо:

$$\dot{X} = AX + BV - KBX = (A - KB)X + BV = \tilde{A}X + BV, \quad (8)$$

де $\tilde{A} = A - KB$.

Модальний регулятор є безінерційним регулятором. Він установлюється в ланцюгу зворотного зв'язку. На його вході здійснюється алгебраїчне додавання всіх зворотних зв'язків за вектором стану [4,5].

Для визначення коефіцієнтів модального регулятора необхідно знайти характеристичне рівняння замкненої системи:

$$F_0(P) = \det(pI - \tilde{A}), \quad (9)$$

де $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$ – одинична матриця,

А потім прирівняти коефіцієнти рівняння до коефіцієнтів фільтра Баттерворта при відповідних степенях p .

Фільтри Баттерворта для систем 2 – 4-го порядків мають вигляд:

$$p^2 + 1,41\omega_0 p + \omega_0^2, \quad (n=2);$$

$$p^3 + 2\omega_0 p^2 + 2\omega_0^2 p + \omega_0^3, \quad (n=3);$$

$$p^4 + 2,6\omega_0 p^3 + 3,41\omega_0^2 p^2 + 2,6\omega_0^3 p + \omega_0^4, \quad (n=4),$$

де ω_0 – власна частота коливання системи.

Для визначення коефіцієнтів матриць А і В необхідно скористатись структурною схемою системи тиристорний перетворювач – двигун [6] (рис. 3).

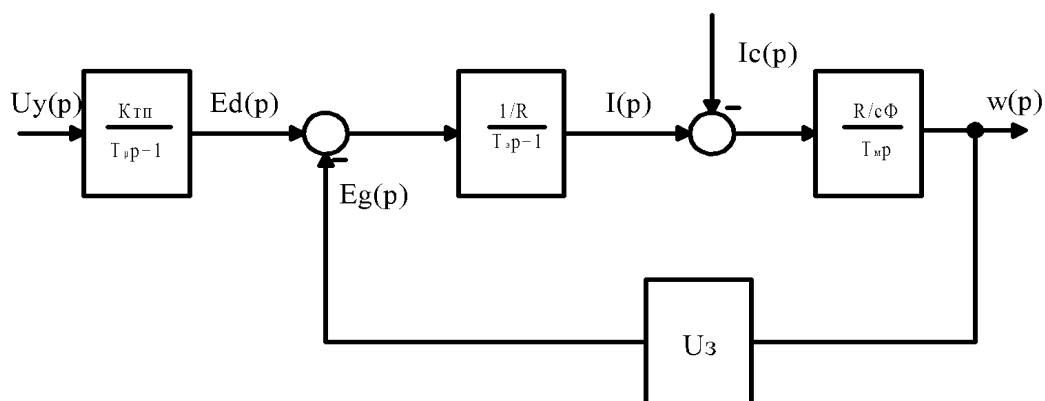


Рис. 3. Структурна схема силової частини електропривода

За структурною схемою запишемо:

$$\begin{cases} \frac{E_d}{U_y} = \frac{K_{T\Pi}}{T_\mu p + 1} \\ \frac{1}{E_d - c\omega\Phi_n} = \frac{1/R_2}{T_\mu p + 1} \\ \frac{\omega}{I} = \frac{R_2/c\Phi_n}{T_m p} \end{cases} \quad (10)$$

Позначимо:

$$\dot{X}_1 = \frac{d\omega}{dt}; \quad x_1 = \omega; \quad \dot{X}_2 = \frac{dI}{dt}; \quad x_2 = I; \quad \dot{X}_3 = \frac{dE_d}{dt}; \quad x_3 = E_d.$$

Після розв'язання системи рівнянь відносно $\dot{X}_1, \dot{X}_2$ та $\dot{X}_3$ отримаємо:

$$\dot{X}_1 = 0 + \frac{R_2}{T_{\pi} c \Phi_{\pi}} x_2 + 0 + 0; \quad (11)$$

$$\dot{X}_2 = -\frac{c \Phi_{\pi}}{R_2 T_2} x_1 - \frac{1}{T_2} x_2 + \frac{1}{R_2 T_2} x_3 + 0; \quad (12)$$

$$\dot{X}_3 = 0 + 0 - \frac{1}{T_{\mu}} x_3 + \frac{K_{\pi\pi}}{T_{\mu}} U_y. \quad (13)$$

Таким чином, з коефіцієнтів при x_1, x_2, x_3 складається матриця А, а з коефіцієнтів при керуючих впливах – матриця В.

Тоді для матриці власних значень А отримаємо:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{R_2}{T_{\pi} c \Phi_{\pi}} & 0 \\ -\frac{c \Phi_{\pi}}{R_2 T_2} & -\frac{1}{T_2} & \frac{1}{R_2 T_2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_{\mu}} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Матриця керування В має вигляд:

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_{\pi\pi}}{T_{\mu}} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Для визначення коефіцієнтів зворотного зв'язку регулятора знайдемо характеристичне рівняння:

$$\begin{aligned} \det(pI - A + BK) &= p \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & \frac{R_2}{T_{\pi} c \Phi_{\pi}} & 0 \\ -\frac{c \Phi_{\pi}}{R_2 T_2} & -\frac{1}{T_2} & \frac{1}{R_2 T_2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_{\mu}} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_{\pi\pi}}{T_{\mu}} \end{vmatrix} \times |k_0 \ k_1 \ k_2| \\ &= p^3 + \left(\frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_{\mu}} + \frac{K_{\pi\pi}}{T_{\mu}} k_2 \right) p^2 \\ &+ \left(\frac{(c \Phi_{\pi})^2}{J R_2 T_2} + \frac{1}{T_2 T_{\mu}} + \frac{K_{\pi\pi} \cdot k_2}{T_2 T_{\mu}} + \frac{K_{\pi\pi} \cdot k_1}{R_2 T_2 T_{\mu}} \right) p \\ &+ \left(\frac{(c \Phi_{\pi})^2}{J R_2 T_2 T_{\mu}} + \frac{K_{\pi\pi} (c \Phi_{\pi})^2 \cdot k_2}{J R_2 T_2 T_{\mu}} + \frac{K_{\pi\pi} c \Phi_{\pi} k_0}{J R_2 T_2 T_{\mu}} \right), \end{aligned}$$

де K_0 – коефіцієнт зворотного зв'язку за швидкістю;

K_1 – коефіцієнт зворотного зв'язку за струмом;

K_2 – коефіцієнт зворотного зв'язку за напругою тиристорного перетворювача.

Фільтр Баттерворта для системи 3-го порядку має вигляд

$$p^3 + 2\omega_0 p^2 + 2\omega_0^2 p + \omega_0^3.$$

Порівнюючи коефіцієнти при відповідних степенях p , за якими можуть бути розраховані їх числові значення, якщо попередньо задатися величиною ω_0 :

$$K_2 = \left(-\frac{1}{T_\mu} - \frac{1}{T_z} - 2\omega_0 \right) \frac{T_\mu}{K_{тп}}; \quad (16)$$

$$K_1 = \left(-\frac{1}{T_n T_z} - \frac{K_{тп} K_2}{T_\mu T_z} - \frac{1}{T_\mu T_z} - 2\omega_0^2 \right) \frac{R_z T_z T_\mu}{K_{тп}}; \quad (17)$$

$$K_0 = \left(-\frac{1}{T_\mu T_n T_z} - \frac{K_{тп} K_2}{T_\mu T_n T_z} + \omega_0^3 \right) \frac{T_\mu T_n T_z c\Phi_n}{K_{тп}}. \quad (18)$$

Власну частоту коливань ω_0 вибирають довільно. Для спрощення розрахунків коефіцієнтів ω_0 можна прийняти рівною $\frac{1}{2T_{\mu тп}} \leq \omega_0 \leq \frac{1}{T_{\mu тп}}$.

Структурна схема системи модального керування наведена на рис. 4.

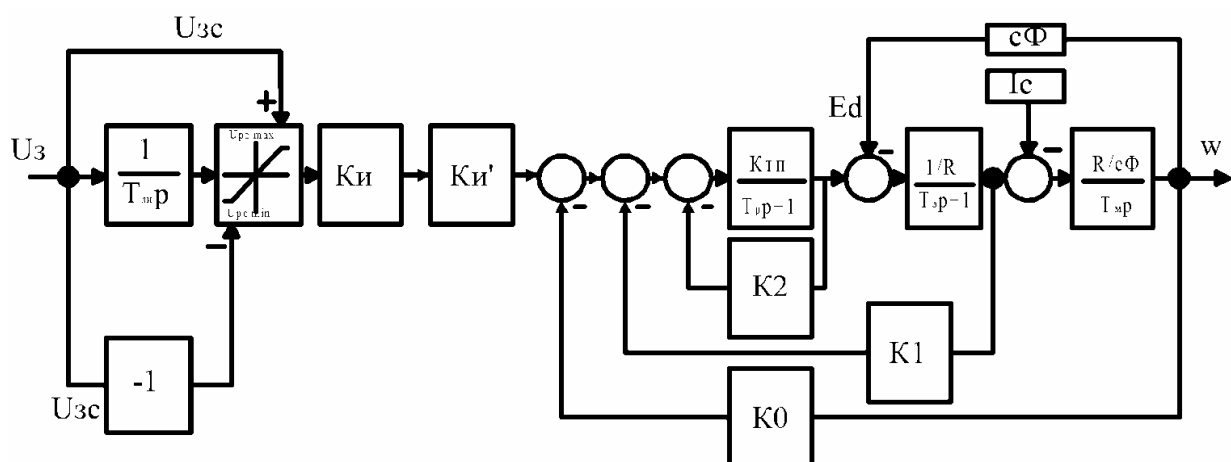


Рис. 4. Структурна схема електропривода з МР

Коефіцієнт підсилення замкненої системи за керуючим впливом K_3 можна визначити методом графів або методом лінійної ТАК [7]. Він розраховується за залежністю:

$$K_3 = \left(K_{TP} K_2 + 1 + \frac{K_{TP} K_0}{c \Phi_H} \right) \frac{c \Phi_H}{K_{TP}}. \quad (19)$$

Окрім цього, для замкненої системи справедлива залежність

$$U_{3, \max} K_u K_u' = K_3 \omega_H, \quad (20)$$

де K_u – коефіцієнт підсилення за керуванням, що визначається з матриці В як

$$K_u = \frac{K_{2H}}{T_\mu}; \quad (21)$$

K_u' – коефіцієнт підсилення, що корегує напругу завдання для виведення двигуна на номінальну швидкість ω_H та визначається за залежністю

$$K_u' = \frac{K_3 \omega_H}{U_{3, \max} K_u}. \quad (22)$$

При розрахунку K_u' величину напруги завдання $U_{3, \max}$ потрібно прийняти рівною 10 В.

За отриманими значеннями побудуємо математичну модель (рис. 5).

Результатом моделювання є графіки швидкості та струму двигуна постійного струму (ДПС), що зображені на рис. 6 та 7 відповідно.

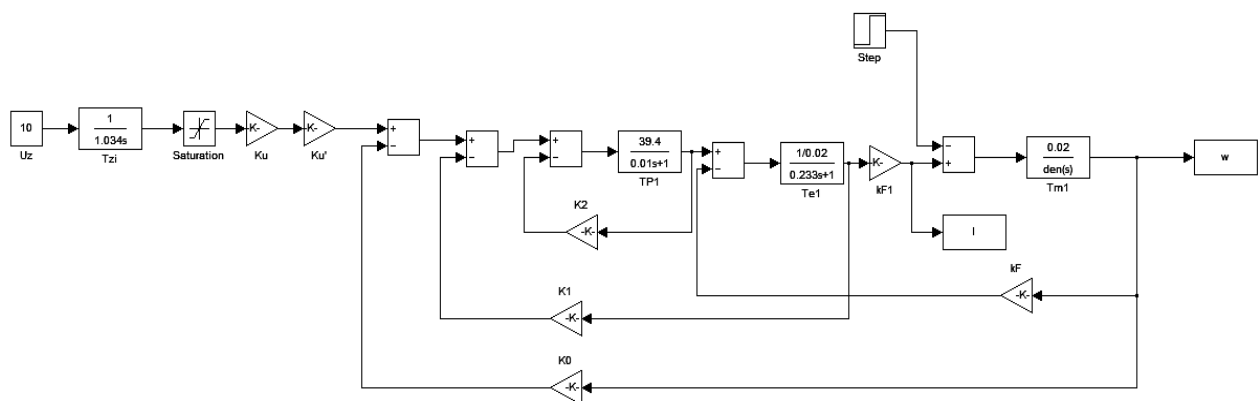


Рис. 5. Математична модель системи модального керування ДПС

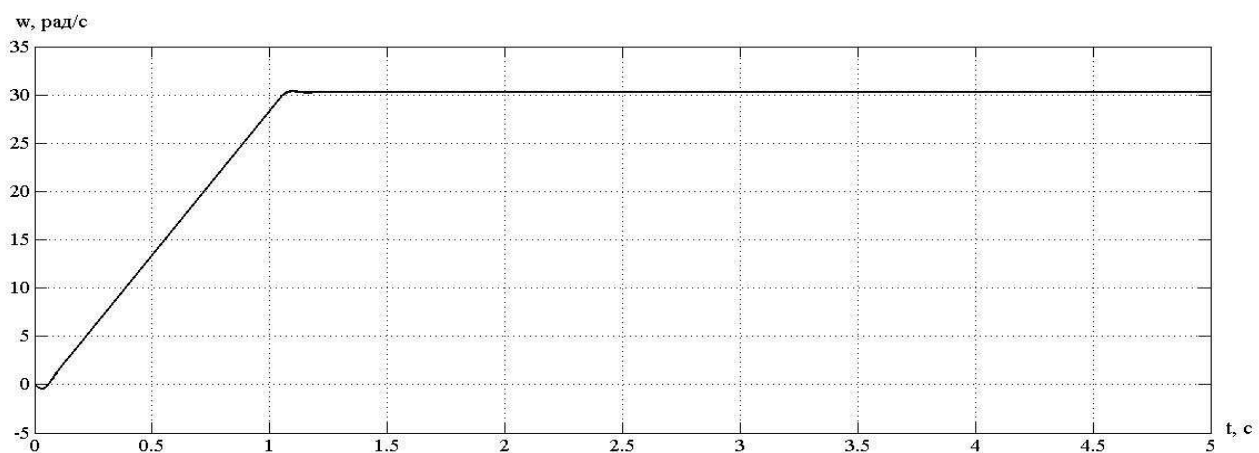


Рис. 6. Швидкість двигуна при модальному керуванні

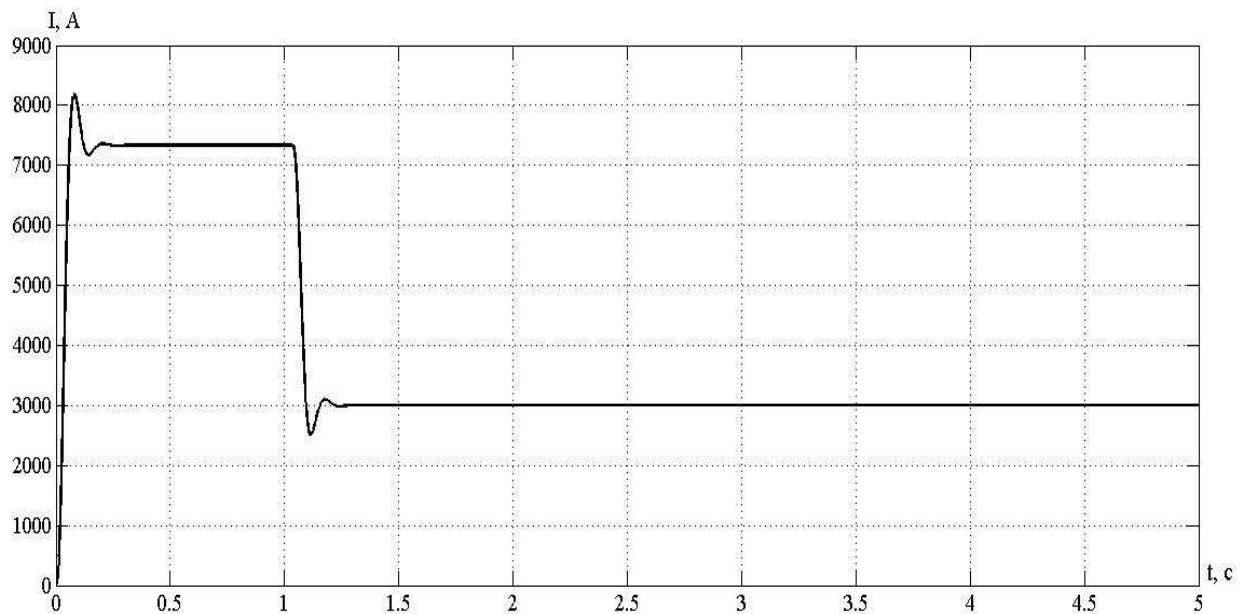


Рис. 7. Струм двигуна при модальному керуванні

Висновки. Із графіків видно, що ступінь керованості процесом пуску значно зростає. Таким чином, при застосуванні систем з модальним керуванням можна запобігти явищам буксування та ковзання, підвищити ефективність та надійність

роботи електромеханічної системи, що у свою чергу приводить до покращення динамічних показників роботи рухомого складу та скорочення часу руху поїзда в цілому.

Список використаних джерел

1. Концепція та Програма реструктуризації на залізничному транспорті України [Текст]. – К.: НАБЛА, 1998. – 145 с.
2. Герман-Галкин, С. Г. Компьютерное моделирование полупроводниковых систем [Текст] / С. Г. Герман-Галкин. – СПб.: КОРОНА принт, 2007. – 320 с.
3. Кузовков, М. Т. Модальное управление и наблюдающие устройства [Текст] / М. Т. Кузовков. – М.: Машиностроение, 1976. – 184 с.
4. Filippo Ubertini, Iaria Venanzi, Gabriele Comanducci. Considerations on the implementation and modeling of an active mass driver with electric torsional servomotor. Mechanical Systems and Signal Processing. Volumes 58-59, June 2015, Pages 53-69.
5. Khizir Mahmud, Graham E. Town. A review of computer tools for modeling electric vehicle energy requirements and their impact on power distribution networks.. Applied Energy. Volume 172, June 2016, Pages 337-359
6. Чиликин, М. Г. Основы автоматизированного электропривода [Текст] / М. Г. Чиликин [и др.]. – М.: Энергия, 1974. – 567 с.
7. Ключев, В. И. Теория электропривода [Текст]: учеб. для вузов / В. И. Ключев. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 560 с.

8. Коновалов, Є. В. Студентська навчальна звітність. Текстова частина (пояснювальна записка). Загальні вимоги до побудови, викладення та оформлення [Текст]: метод. посібник / Є. В. Коновалов, Л. М. Козар. – Харків: УкрДАЗТ, 2004. – 36 с.

Рецензент д-р техн. наук, професор А.П. Фалендиш

Буряковський Сергій Геннадійович, канд. техн. наук, професор кафедри автоматизованих систем електричного транспорту Українського державного університету залізничного транспорту. Тел.: (057) 730-10-74. E-mail: sergbyr@i.ua.

Старченко Володимир Сергійович, магістрант кафедри автоматизованих систем електричного транспорту Українського державного університету залізничного транспорту. E-mail: vsshjg@meta.ua.

Buryakovskiy Sergiy, candidate of technical sciences, professor department of automated electric transport systems, Ukrainian State University of Railway Transport.

Starchenko Volodymyr, master student department of automated electric transport systems, Ukrainian State University of Railway Transport.

Стаття прийнята 16.06.2016 р.