

УДК 624.09

ПОИСК ОПТИМАЛЬНЫХ КОНФИГУРАЦИ ПОВЕРХНОСТЕЙ КОНСТРУКЦИЙ, НАГРУЖЕННЫХ СЫПУЧИМ

Д-р техн. наук В. С. Шмыклер, ассист. О.А.Калмыков

ПОШУК ОПТИМАЛЬНИХ КОНФІГУРАЦІЇ ПОВЕРХОНЬ КОНСТРУКЦІЙ, НАВАНТАЖЕНИХ СИПУЧИМ

Д-р техн. наук В. С. Шмыклер, асист. О.О.Калмиков

SEARCHING OPTIMAL CONFIGURATION OF THE LOADING BULK SURFACE STRUCTURES

Doct. of techn. sciences, Shmykler V, assistant Kalmykov O.

В работе приведен анализ взаимовлияния эпюры бокового давления сыпучего и конфигурации поверхности, воспринимающей это давление. Руководствуясь экстремальными энергетическими принципами, предложена стратегия поиска оптимальной формы поверхности конструкции, нагруженной сыпучим. Приведены численные примеры.

Ключевые слова: сыпучее, конфигурация поверхности, энергия нагружения, оптимальное решение.

У роботі наведено аналіз взаємовпливу епюри бічного тиску сипучого і конфігурації поверхні, що сприймає цей тиск. Керуючись екстремальними енергетичними принципами, запропонована стратегія пошуку оптимальної форми поверхні конструкції, навантажених сипучим. Наведено чисельні приклади.

Ключові слова: сипуча, конфігурація поверхні, енергія навантаження, оптимальне рішення.

The paper provides an analysis of the mutual influence diagrams of lateral pressure of the bulk and surface configuration, perceiving this pressure. Guided by the principles of extreme energy, proposed search strategy optimal shape of the surface structure, loaded loose. The technique of numerical determination of the energy load curvilinear conservative systems. Based on the developed technique determined the optimal form of thrust side of the bulk surface for a number of examples.

Keywords: friable, surface configuration, energy load, optimal solution.

Введение. В определенных случаях горнодобывающей промышленности – это инженерной практики присутствуют конструкции шахт, укрепительные конструктивные элементы, воспринимающие сооружения; в химической, пищевой боковое давление от сыпучих материалов. В промышленности, а также промышленности

строительных материалов – бункера, силосы, закрома; в землеустройстве прибрежных и горных районов - противооползневые и берегоукрепительные сооружения; в среде городской застройки – подпорные стены, крепления стен котлованов, стены подвалов, подземные сооружения и др.

Постановка проблемы. Активное горизонтальное давление сыпучего определяется согласно [4], и находится в прямой зависимости от коэффициента бокового давления сыпучего λ , который, в свою очередь, находится в тригонометрической зависимости от угла α наклона воспринимающей это давления поверхности к вертикали. Представленная в [1,4] информация фундирована общепринятой теорией распределения бокового давления в сыпучих средах.

В общем случае эпюра бокового давления сыпучего имеет трапециевидное очертание. Подобное распределение давления присуще конструкциям, имеющим

плоскую грань контакта с сыпучим. Если же контактирующей с сыпучим поверхности придать очертание, отличное от плоскости, характер и величина бокового давления изменятся (рис. 1) [3].

Учитывая сказанное, рационализация рассматриваемой системы, в определенной степени, может быть осуществлена путем уменьшения давления сыпучего на воспринимающую боковое давление конструкцию. Последнее реализуется за счет придания задней поверхности стены определенного очертания.

Анализ последних исследований и публикаций. В работах [1,6-8] исследовалось взаимовлияние конфигурации поверхности и эпюры бокового давления сыпучего, действующего на эту поверхность. Здесь, в качестве внешнего управляющего параметра принят угол α наклона контактирующей с сыпучим поверхности к вертикали (рис.1).

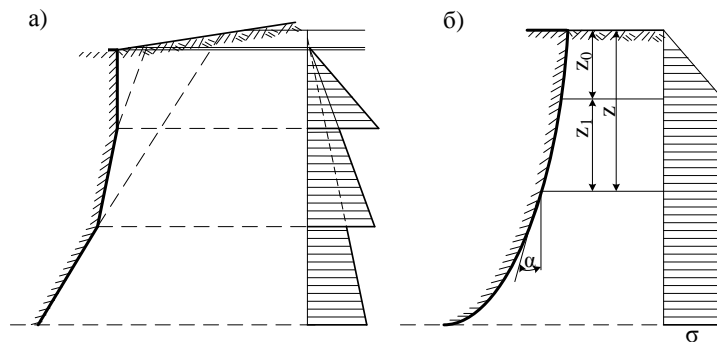


Рис. 3.4. К поиску конфигурации поверхности.

Результатом указанных исследований есть точная зависимость, в виде уравнения четвертой степени, между функцией, описывающей эпюру бокового давления от сыпучего, и углами наклона элементов оболочки, воспринимающей это давление:

$$k^4 + \delta_2 \cdot k^3 + \delta_3 \cdot k^2 + \delta_4 \cdot k + \delta_5 = 0 \quad (1)$$

где $\delta_2 = \frac{-2tg\psi - 2F^2(z) \cdot tg\psi}{1 + F^2(z) \cdot tg^2\psi}$;

$$\delta_3 = \frac{1 + tg^2\psi - F^2(z) \cdot tg^2\psi + F^2(z)}{1 + F^2(z) \cdot tg^2\psi}$$
;

$$\delta_4 = \frac{2 \cdot F^2(z) \cdot tg\psi - 2 \cdot tg\psi}{1 + F^2(z) \cdot tg^2\psi}$$
;

$$\delta_5 = \frac{tg^2\psi - F^2(z)}{1 + F^2(z) \cdot tg^2\psi}; \quad F(z) = \sqrt{\frac{\sigma(z)}{z \cdot \gamma}}$$
;

z_0 – глубина, в пределах которой давление нарастает линейно до необходимой величины $\sigma(z_0)$, (рис.1);

z – переменная глубина, (рис.3.4);

$\sigma(z)$ - давление на уровне z ;

$$tg\alpha = \pm \sqrt{\frac{1-f^2}{f^2}}; \quad k^2 = \frac{1-f}{1+f}; \quad \psi = 45^\circ - \frac{\varphi}{2};$$

α – угол наклона участка искомой поверхности к вертикали (рис.1).

Полученное решение открывает возможность управления эпюрой бокового давления сыпучего путем задания воспринимающей это давление поверхности определенного очертания. На рис.2 приведены различные формы эпюр бокового давления и конфигураций поверхностей

(красная линия), обеспечивающих соответствующее распределения давления.

Цель исследования. Приведенные результаты являются поводом для рассмотрения проблемы, заключающейся в поиске топологии поверхности, задающей наиболее приемлемое (в смысле вводимого критерия) распределения бокового давления сыпучего. Как следствие, допустимо предположить, что именно подобный подход сможет приводить к оптимальному решению.

Основной материал исследований. В [5] предложено важное положение, интегрирующее в себе понятие рациональности: для регулируемых систем с постоянным объемом материала, числом

внешних и внутренних связей под действием статической внешней нагрузки, потенциальная энергия деформации после перестройки достигает нижней грани на рациональном сочетании величин геометрических параметров:

$$U = \inf_{\alpha} U(\alpha^k), \quad k = 1, 2, \dots, \infty. \quad (2)$$

где U – потенциальная энергия деформации системы (ПЭД);

k – номер варианта сравнения;

$\alpha \in M$, M – множество допустимых значений внешних геометрических параметров.

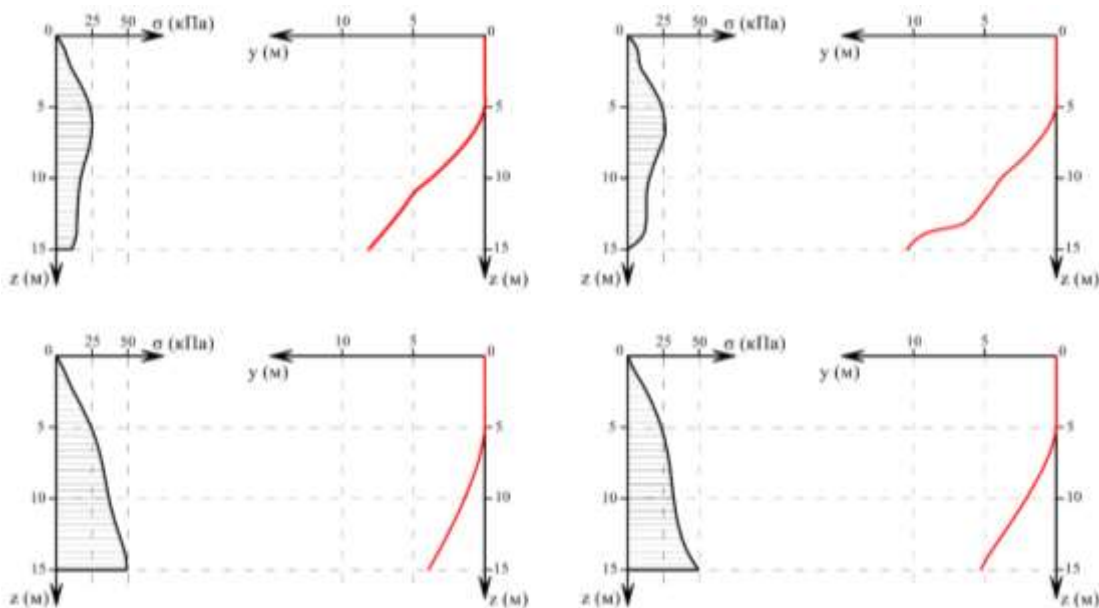


Рис. 2. Различные конфигурации поверхностей и соответствующие им эпюры бокового давления сыпучего.

Принимая во внимание, что рассматривается консервативная система, считается возможным взамен критерия (2) ввести:

$$L \rightarrow \inf \quad (3)$$

где $L = \int_0^l q(s)w(s)ds$ – энергия нагружения;

$w(s)$ – функция прогиба;

$q(s)$ – функция бокового давления;

s – дуговая координата вдоль образующей;

l – длина образующей.

Из физической сути задачи и выражения (3) ясно, что функция прогиба

зависит от геометрии конструкции. В свою очередь, геометрия поверхности оболочки связана с характером распределения бокового давления. Кроме того, к критерию (3) следует присовокупить краевые условия. Вводя в рассмотрение поперечное сечение воспринимающей боковое давление от сыпучего поверхности и располагая начало координат на ее свободном конце можно записать:

$$\text{при } s=0; \quad \frac{\partial^2 w}{\partial S^2} = 0; \quad \frac{\partial^3 w}{\partial S^3} = 0 \quad (4)$$

$$\text{при } s=0; \quad w=0; \quad \frac{\partial w}{\partial S} = 0$$

Удовлетворяя требованию единственности решения задачи рационализации к (3) и (4) надлежит также добавить условие:

$$l_x = B \quad (5)$$

где: B – заданная постоянная;

l_x – проекция образующей поверхности на горизонтальную ось.

Условие (5) вытекает из того, что только ограничивая какой-либо геометрический параметр (материал конструкции однороден) можно связать энергию нагружения (или ПЭД) с объемом материала. Данное обстоятельство связано с тем, что среди всех возможных форм конструкции появятся такие формы, при которых боковое давление от сыпучего обратится в ноль, или будет условно отрицательным. Следовательно, задаваемый параметр, по сути, должен определять границы поиска оптимальной геометрии.

Таким образом, математическая модель задачи окончательно может быть представлена в виде:

$$\begin{aligned} L \rightarrow \inf ; \\ s=0; \frac{\partial^2 w}{\partial S^2} = 0; \frac{\partial^3 w}{\partial S^3} = 0; \quad (6) \\ s=0; w=0; \frac{\partial w}{\partial S} = 0; \\ l_x = B \end{aligned}$$

Задача (6) является классической изопериметрической задачей вариационного исчисления. Формирование аналитического решения, при использовании метода

множителей Лагранжа, реализуемого путем построения уравнения Эйлера-Лагранжа, не представляется возможным в силу вычислительных сложностей. В первую очередь это связано с размерностью вектора управляющих параметров и необходимостью поиска связи между уравнением поверхности оболочки, и уравнением, описывающим боковое давление сыпучего. Сказанное побуждает к построению численных алгоритмов решения (6). Для их составления прежде всего необходимо установить связь между указанными выше атрибутами.

Как следует из решения (1), форма поверхности определяется посредством назначения эпюры бокового давления. В общем случае вид эпюры давления может быть произвольным. Поиск рациональной формы эпюры бокового давления представляет собой задачу, представленную в форме (6). Далее будем рассматривать все множество форм эпюр давления, описываемых двумя линейными участками, не имеющими разрыва между собой (рис. 3, б). Верхняя граница области поиска определяется как частный случай, при котором длина верхнего участка z_0 равна нулю, то есть поверхность имеет линейное наклонное очертание (рис. 3, в). Нижняя граница определяется случаем, при котором поверхность примет билинейное очертание, при этом, давление на наклонную грань отсутствует (рис. 3, г). В этом случае, угол наклона нижней грани равен углу естественного откоса сыпучего φ .

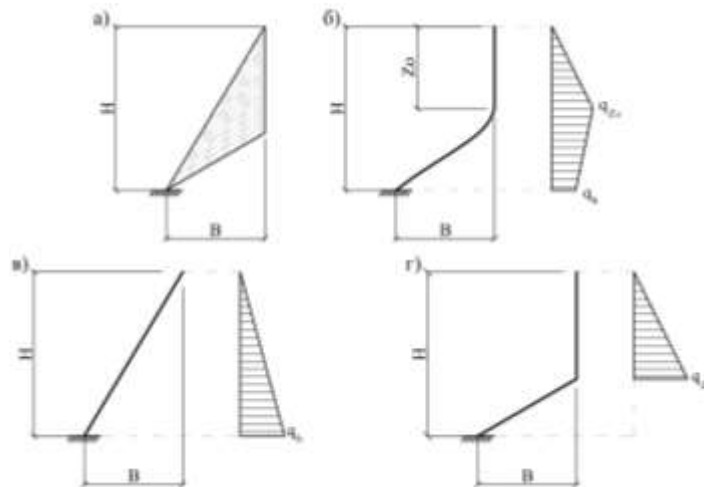


Рис. 3. Расчетная схема криволинейной оболочки.
а-область поиска; б-вид оболочки, определяющей билинейную эпюру давления; в,г-границные случаи.

Отметим, что верхний участок оболочки длиной z_0 вертикален, и, как следствие, давление в уровне z_0 определяется как:

$$q_{z_0} = \gamma \lambda z_0; \quad (7)$$

Давлением в уровне H будем задаваться привязываясь к q_{z_0} :

$$q_h = N q_{z_0}; \quad (8)$$

где N – безразмерный коэффициент.

В общем случае значение коэффициента N лежит в пределах $N \in \{-\infty; +\infty\}$. Однако, учитывая логическую направленность задачи (6), к рассмотрению не принимаются эпюры бокового давления, у которых ордината в уровне q_h обращается в ноль. Следовательно, область допустимых значений N лежит в диапазоне $N \in \{0; +\infty\}$.

Далее на основании (1) среди всего множества криволинейных поверхностей, с соответствующими им эпюрами бокового давления, при изопериметрическом условии (5) надлежит найти экстремум функции (6). Возможность поиска экстремального значения ПЭД, как обозначено выше, предопределена условием (5).

Для иллюстрации зададимся характеристиками сыпучего: объемный вес $\gamma = 18 \text{ кН/м}^3$; угол внутреннего трения $\varphi = 40^\circ$. Величина вертикальной проекции системы $H = 10 \text{ м}$. Поскольку в решении (1) кривизна оболочки определяется посредством назначения эпюры бокового давления, а не наоборот, коэффициент N определяется методом подбора, что значительно усложняет ход решения. В данном случае, для каждого значения z_0 коэффициент N подбирался из условия равенства горизонтальной проекции системы B

$$L_i = \frac{l_i}{2(z_{i,2} - z_{i,1})^2} \left[\frac{\alpha(z_{i,2}^3 - z_{i,1}^3)}{3} + \frac{\beta(z_{i,2}^2 - z_{i,1}^2)}{2} + \gamma(z_{i,2} - z_{i,1}) \right] \quad (9)$$

где $\alpha = (\omega_{i,2} - \omega_{i,1})(q_{i,2} - q_{i,1})$

$$\beta = q_{i,1}(\omega_{i,2}z_{i,1} - 2\omega_{i,1}z_{i,2} + \omega_{i,2}z_{i,2}) + q_{i,2}(\omega_{i,1}z_{i,1} - 2\omega_{i,2}z_{i,1} + \omega_{i,1}z_{i,2})$$

$$\gamma = (\omega_{i,1}z_{i,2} - \omega_{i,2}z_{i,1})(q_{i,1}z_{i,2} - q_{i,2}z_{i,1})$$

$\omega_{i,1}; \omega_{i,2}$ – перемещения крайних точек i -того элемента по направлению приложения нагрузки;

$q_{i,1}; q_{i,2}$ – значения нагрузки крайних точек i -того элемента;

$z_{i,1}; z_{i,2}$ – вертикальные координаты крайних точек i -того элемента.

заданному значению (5). Исследование выполнено численно, при принятии шага изменения B и z_0 , равного $1,0 \text{ м}$.

В результате, в рамках заданной области поиска (рис. 3, а), подставляя полученные эпюры бокового давления в решение (1), определен ряд конфигураций поверхностей для каждой величины горизонтальной проекции B ($1,0 - 5,0 \text{ м}$). Далее, с целью поиска экстремума функций энергии загрузки, для каждой величины горизонтальной проекции B ($1,0 - 5,0 \text{ м}$), и соответствующих им конфигураций поверхностей (для каждой из полученных поверхностей), определена энергия нагружения L . При этом, последовательность действий содержала следующие позиции:

1. Криволинейная поверхность разбивается на линейные элементы.
2. Формируется конечноэлементная модель, состоящая из n участков.
3. Выполняется расчет, в ходе которого определяются перемещения крайних точек каждого i -того элемента по направлению приложения внешней нагрузки.
4. По имеющимся координатам перемещения и нагружения крайних точек каждого i -того элемента строятся уравнения прямых линий.
5. Полученные по п.4 уравнения прямых перемножаются, образуя новую функцию.
6. Работа внешних сил L_i каждого i -того элемента определяется путем интегрирования полученной в п.5 функции. В общем виде выражение работы L_i определяется следующим выражением:

Общая работа системы L определяется как сумма всех L_i .

Эксплуатация описанного алгоритма позволяет численно определять работу внешних сил, а значит и потенциальную энергию деформации консервативных систем балочного типа любой кривизны.

На основании полученных значений энергии нагружения построены графики зависимости ПЭД от величины

вертикального участка оболочки z_0 для величин горизонтальных проекций B 1,0 ... 5,0м (рис. 4). Синяя линия на графиках ограничивает область допустимых решений в соответствии с рис. 3, г. Здесь также можно заметить, что исходная связь представляет собой унимодальную функцию, т.е. функцию, имеющую экстремум типа минимум.

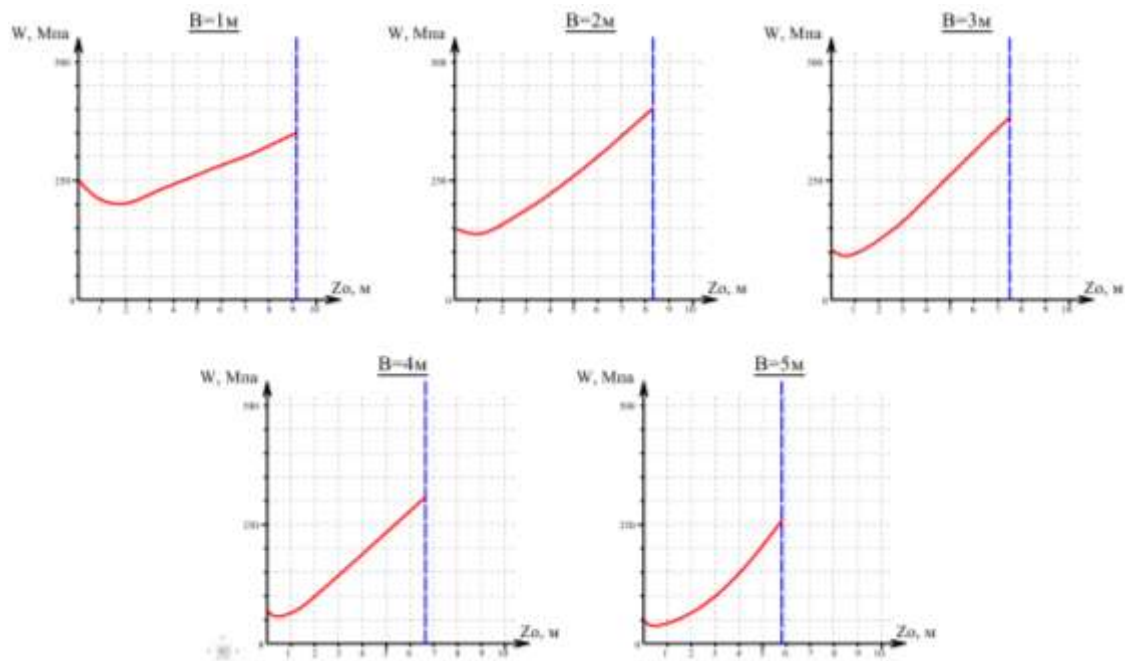


Рис. 4. Зависимость работы внешних сил (L) от параметра (z_0) при различных горизонтальных проекциях оболочки (B).

Выводы. Разработана методика поиска оптимальной конфигурации криволинейной поверхности оболочки, соответствующей оптимальному варианту билинейной эпюры бокового давления в рамках заданной горизонтальной проекции поверхности.

Проведенные численные исследования подтвердили правильность сделанных предпосылок, а приведенный пример демонстрирует целесообразность численного решения рассматриваемой проблемы.

Список использованных источников

1. ДБН В.1.2-2:2006. Нагрузки и воздействия. – К.: Минстрой Украины, 2006.
2. Калмыков О.А. Подпорная стена рационального очертания / Міжвідомчий науково-технічний збірник «Науково-технічні проблеми сучасного залізобетону» - Вип.78. – Київ. ДП НДІБК. 2013, с.232-239.
3. Клейн Г.К. Строительная механика сыпучих тел. -М. Стройиздат.: 1977. -292с.
4. СНиП 2.06.07-87. Подпорные стены, судоходные шлюзы, рыбопропускные и рыбозащитные сооружения.
5. Шмуклер В. С. Каркасные системы облегченного типа / Шмуклер В. С., Климов Ю. А., Бурак Н. П. – Харьков: Золотые страницы, 2008. – 336 с.

Будівельні матеріали, конструкції та споруди

6. Шмуклер В. С. Метод прямого проектирования подпорных стен / В.С.Шмуклер, О.А.Калмыков - Вісник НУ «Львівська політехніка» Теорія і практика будівництва, Вип. №742 – Вид. Львівської політехніки, 2012. с.97-105.

7. Шмуклер В. С. О поиске рационального очертания задней поверхности подпорной стены / В.С.Шмуклер, Е.И.Лугченко, О.А.Калмыков, В.М.Зинченко// Сборник научных трудов: Науковий вісник будівництва. Вип. 66- Харьков, ХТУБА, 2011. с.203-209.

8. Rational design of retaining walls / BabaevV.N. ShmuklerV.S. FeirushahS.H. KalmikovO.A. ZinchenkoV.M. BUIITEMS “Journal of applied and emerging sciences” – Vol. 3, Issue 1, p.94-121, July 2012, Pakistan

Шмуклер Валерий Семенович, доктор технических наук, профессор заведующий кафедрой строительных конструкций Харьковского национального университета городского хозяйства им. А.Н. Бекетова. Тел. 057-707-33-77.

Калмыков Олег Александрович, ассистент кафедры строительных конструкций Харьковского национального университета городского хозяйства им. А.Н. Бекетова. Тел. 057-707-33-77.

Shmukler Valery, doctor of Science, head of department of building Structures of Kharkiv National Academy of Municipal Economy. Tel.: 057-707-33-77

Kalmyks Oleg, assistant to chair constructions Kharkov National University Urban Economy A.N. Beketov. Tel. 057-707-33-77.