

УДК 624.046:620.176.24

**ОЦІНЮВАННЯ МІЦНОСТІ ПРИ ЗРІЗІ БЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ НА ОСНОВІ ТЕОРІЇ ПЛАСТИЧНОСТІ БЕТОНУ**

Кандидати техн. наук **О. О. Довженко, В. В. Погрібний, асп. О. О. Мальована**

**ОЦЕНКА ПРОЧНОСТИ ПРИ СРЕЗЕ БЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ БЕТОНА**

Кандидаты техн. наук **О. А. Довженко, В. В. Погребной, асп. Е. А. Малеваная**

**SHEAR STRENGTH ESTIMATION OF CONCRETE ELEMENTS BASED ON CONCRETE PLASTICITY THEORY**

Phd. tehn, Associate **O. Dovzhenko, V. Pogribnyi, pg. O. O. Mal'ovana**

*У статті викладено методику розрахунку бетонних елементів при зрізі на основі варіаційного методу в теорії пластичності бетону. Оцінено міцність зрізаних клинів, які моделюють роботу стиснутої зони бетону над небезпечною похилою тріщиною, зразків Мерша і Гвоздева як найбільш відомих із запропонованих для визначення міцності бетону при «чистому зрізі».*

**Ключові слова:** *зрізувальні сили, варіаційний метод, зрізаний клин, зразок Гвоздева, зразок Мерша.*

*В статтє изложена методика расчета бетонных элементов при срезе на основе вариационного метода в теории пластичности бетона. Оценена прочность усеченных клиньев, моделирующих работу сжатой зоны бетона над опасной наклонной трещиной, образцов Мерша и Гвоздева как наиболее известных из предложенных для определения прочности бетона при «чистом срезе».*

**Ключевые слова:** *силы среза, вариационный метод, усеченный клин, образец Гвоздева, образец Мерша.*

*The strength design method of concrete elements is expounded in this article. All these elements are under the action of shear forces. The strength design method is based on variation method in the concrete plasticity theory that was developed in Poltava National Technical Yuriy Kondratyuk University. The method is widely tested by strength design of reinforced concrete constructions under shear action using heavy and lightweight concrete.*

*Following elements were considered as the experimental models: truncated concrete wedges that simulate work of concrete compressed zone above dangerous inclined crack, Gvozdev and Mersh specimens. The experimental program included the study of the strain condition and failure load determination for considered types of elements.*

*Formulas for failure load determination are given in the article.*

*The results of the experimental research have confirmed the applicability of plasticity zones assumed in the theoretical solutions. The theoretical strength is well coordinated with the experimental one.*

**Keywords.** *Shear action, variation method, truncated wedge, Gvozdev specimen, Mersh specimen.*

**Вступ.** Бетонні та залізобетонні конструкції, що перебувають під дією зрізувальних сил, є важливими та поширеними конструктивними елементами об'єктів транспортного будівництва. До них належать плитові та балкові конструкції, короткі елементи, монолітні масивні конструкції. Вони суттєво вирізняються конструктивним рішенням, розмірами, формою та характером напружено-деформованого стану (НДС) у площині зрізу.

Діюча нормативна методика розрахунку міцності не дає можливості розраховувати всі випадки зрізу, що зустрічаються у будівельній практиці. Існуючі авторські підходи базуються, як правило, на емпіричній основі, є частковими, не враховують повну сукупність визначальних факторів міцності.

Ситуація, що склалася, пояснюється тим, що дослідники намагалися вирішити проблему розрахунку шляхом встановлення характеристики міцності бетону на зріз  $f_{c,sh}$ , для дослідження якої проводився пошук зразка, у якому б поєднався напружений стан «чистий зріз» з формою руйнування шляхом зрізу. Запропоновано більш ніж 10 типів зразків і 20 формул для визначення  $f_{c,sh}$ . Найбільш популярними можна вважати зразки Е. Мерша та О.О. Гвоздева. Запропоновані залежності виявляються справедливими

лише у вузьких областях, визначених умовами проведення експериментів.

Отже, створення достатньо загальної методики розрахунку міцності при зрізі з урахуванням специфіки НДС зони руйнування є важливим науковим і практичним завданням.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Для вирішення поставленого завдання застосовуються різні підходи. Відома гіпотеза тертя при зрізі, пов'язана з «Копенгагенською групою зрізу» [2] і реалізована в роботі [1]. Подальшого розвитку набула теорія, що базується на критерії руйнування Мора-Кулона [3]. У роботі [4] несуча здатність елемента при зрізі оцінюється на основі теорії пластичності бетону як модифікованого жорстко-пластичного матеріалу з нульовою міцністю при розтягу. При розв'язанні задач простого деформування енергія, що витрачається на одиниці площі поверхні руйнування, встановлюється за роботою [5].

**Визначення мети та задачі дослідження.** Метою досліджень є розроблення достатньо загальної методики розрахунку міцності бетонних елементів при зрізі, що базується на теорії пластичності. На її основі розв'язуються задачі міцності зрізаних клинів, які моделюють роботу стиснутої зони бетону над небезпечною похилою тріщиною, зразків Мерша і

Гвоздева, які об'єднує зрізова форма руйнування та відрізняє напружено-деформований стан найбільш напружених зон.

**Основна частина дослідження.** У ПолтНТУ розроблено варіаційний метод у теорії пластичності бетону для розрахунку міцності бетонних і залізобетонних елементів [6, 7], який можна віднести до інженерних методів розрахунку, що призводять до дійсно простих і точних залежностей, не потребують залучення складних комп'ютерних програм і знайшли широке розповсюдження в практиці проектування. Метод базується на таких передумовах:

1) приймається умова міцності Баландіна – Генієва [8];

$$I = \int_{S_l} m \left[ 2 B \left( 1 + 0,25 \left( \Delta V_t / \Delta V_n \right)^2 \right)^{0,5} - 1 \right] \Delta V_n dS_l - \int f_i V_i dS_l, \quad (1)$$

де  $m = f_{cd} - f_{ctd}$ ;

$$B^2 = \left( 1 + \chi / (1 - \chi)^2 \right) / 3; \quad \chi = f_{ctd} / f_{cd};$$

$\Delta V_t$  і  $\Delta V_n$  – розриви дотичної та нормальної складових швидкості до  $S_l$ ;

$S_l$  – поверхня руйнування;

$f_i$  – зовнішні сили, що діють на тіло;

$V_i$  – швидкості частин тіла в напрямку дії відповідних сил.

Розрахунок міцності виконується в такій послідовності:

1) для випадку, що розглядається, приймається кінематично можлива схема руйнування елемента, тобто окреслюється поверхня руйнування (розриву швидкостей), яка розділяє елемент на абсолютно жорсткі частини, що в граничному стані виконують взаємний рух з певними швидкостями. При цьому вводяться геометричні параметри  $g_i$ , що характеризують поверхню руйнування, і швидкості руху частин елемента  $V_j$ . Прийнята кінематично можлива схема відображує НДС у стадії руйнування;

2) на поверхні руйнування  $S_l$  знаходяться розриви швидкостей  $\Delta V_n$  та  $\Delta V_t$

2) швидкості незворотних деформацій бетону  $\xi_{ij}$  з напруженнями  $\sigma_{ij}$  зв'язані асоційованим законом течії; швидкість об'ємної деформації  $\xi$  не дорівнює нулю внаслідок дилатації бетону;

3) використовується схема жорстко-пластичного тіла та розв'язання задач у розривних функціях швидкостей;

4) бетон у граничному стані розглядається як ідеально пластичний матеріал. У результаті знаходиться питома потужність пластичного деформування бетону  $W_c$  як функція швидкості деформації;

5) НДС арматури приймається залежно від стану бетону, що оточує арматуру.

Функціонал методу в розривних функціях швидкостей для плоского напруженого стану має вигляд

до  $S_l$ , виражені через параметри  $g_i$  і  $V_j$ ;

3) записується функціонал (1), який на дійсному НДС дорівнює нулю;

4) знаходиться вираз для визначення граничного навантаження  $P$  через параметри  $g_i$  та співвідношення швидкостей  $k_j = V_j / V_i$ :

$$P = f(g_i, k_j, \dots); \quad (2)$$

5) із умови  $P = \min$  визначаються невідомі величини  $g_i$  і  $k_j$  та підраховується відповідне значення граничного навантаження.

Розглянуто зрізані бетонні клини, що моделюють стиснуту зону бетону згинальних елементів над небезпечною похилою тріщиною, і зразки Гвоздева і Мерша як найбільш відомі з запропонованих для визначення міцності бетону при «чистому зрізі» за моментною та безмоментною схемою прикладання навантаження.

Кінематично можливі схеми руйнування зазначених бетонних елементів і формули для підрахунку їхньої міцності наведено в таблиці.

Згідно з програмою експериментів було виготовлено 35 зрізаних клинів із керамзитобетону різних класів за міцністю [9, 10]. У межах серій змінювався кут клина  $\alpha$  ( $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ) і кут навантаження  $\beta$  при постійному  $\alpha$ . Варіювався напрям дії сили  $P_w$ . Передача навантаження на зрізану грань клина під різними кутами  $\beta$  здійснювалася за допомогою спеціального пристрою [11] (рис. 1).

Під час випробування дослідні зразки руйнувалися біля прямого (випадок I, п. 1 таблиці), тупого (випадок II, п. 2 таблиці) чи обох (випадок III) кутів. У першому випадку міцність клинів не залежить від кута  $\alpha$  і підвищується зі збільшення значення  $\beta$ ; у разі реалізації другого випадку міцність клинів зменшується зі зростанням  $\beta$  і збільшується із зростанням  $\alpha$ ; для третього випадку кут  $\beta$  не впливає на міцність. При  $\beta \geq \alpha$  в зоні руйнування зразків (поблизу лінії AC) за допомогою тензодатчиків зафіксована локалізація пластичних деформацій. Навіть для бетону підвищеної міцності пластичні деформації мали визначальний вплив [12]. У разі  $\beta \geq \alpha + 5^\circ$  зразки руйнувалися крихко.

Отримані результати узгоджуються з відомими даними для важкого бетону [13].

Руйнування 16 зразків Гвоздева з важкого бетону різних класів [9, 10] відбувалося за поверхнею, що перетинала площину зрізу та майже збігалася з нею (п. 3 таблиці).

У межах експериментальних досліджень 18 балок-стінок із важкого бетону за схемою Мерша (п. 4, а таблиці) варіювався параметр  $l/h$  [9, 10]. Для 7 балок-стінок змінювався прогін зрізу  $a = 0 \div 100$  мм (п. 4, б таблиці), параметр  $l/h$  був сталим і дорівнював 0,65 [9].

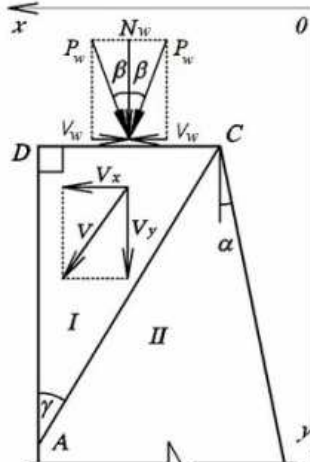

Зафіксовано два випадки руйнування – за вертикальним (схема Мерша) і похилим (зі змінним прогоном зрізу) перерізами шляхом взаємного зміщення центральної частини елемента відносно бокових (п. 4 таблиці). Установлено, що при збільшенні прогону зрізу  $a$  кут нахилу ділянки стиску до вертикалі і міцність зразків зменшувалися.

Для кожного з розглянутих випадків зрізу як форми руйнування визначалися середнє арифметичне відношення теоретичної  $f_{c,sh}^{calc}$  до дослідної  $f_{c,sh}^{calc}$  міцності, середньоквадратичне відхилення  $\sigma_{n-1}$  та коефіцієнт варіації  $v$  вказаного відношення.

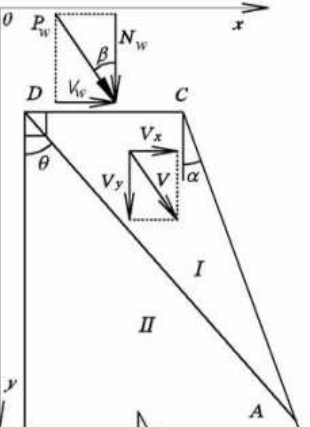

Таблиця

Міцність бетонних елементів при зрізі

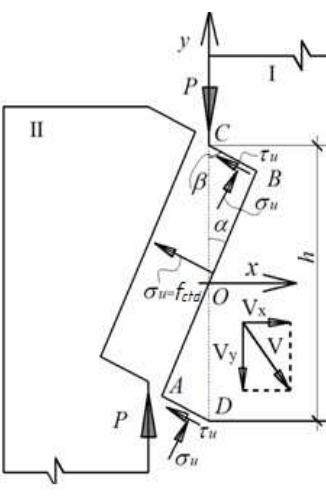

№ з/п	Кінематично можлива схема та характер руйнування дослідних зразків	Залежність для визначення граничного навантаження
1	2	3
Перший випадок руйнування зрізаного бетонного клина (поверхня руйнування виходить на грань, прилеглу до прямого кута)		

<p>1</p> 		<p>Дано: <math>h_w=DC, b_w, \alpha, \beta, f_{cd}, f_{ctd}</math>. Невідомі: <math>P_w, k=V_x/V_y, \gamma</math>.</p> $P_w = m \left[ \frac{2B\sqrt{(k-tg\gamma)^2 + 0,25(ktg\gamma+1)^2} -}{-(k-tg\gamma)} \right] \times \frac{h_w b_w}{tg\gamma \cos \beta (1 \pm k_o k)}, \quad (3)$ <p>де <math>b_w</math> – товщина клина; <math>k_o = V_w/N_w</math>; <math>P_w = N_w / \cos \beta</math></p>
--------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Другий випадок руйнування зрізаного бетонного клина (поверхня руйнування виходить на похилу грань)

<p>2</p> 		<p>Дано: <math>h_w, b_w, \alpha, \beta, f_{cd}, f_{ctd}</math>. Невідомі: <math>P_w, k=V_x/V_y, \theta</math>.</p> $P_w = m \left[ \frac{2B\sqrt{(k-tg\theta)^2 + 0,25(ktg\theta+1)^2} -}{-(k-tg\theta)} \right] \times \frac{h_w b_w}{\cos \beta (tg\theta - tg\alpha) (1 + k_o k)}, \quad (4)$
---------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Продовження таблиці

1	2	3
Зразок Гвоздева		
<p>3</p> 		<p>Дано: <math>h, b, f_{cd}, f_{ctd}</math>. Невідомі: <math>P, k=V_x/V_y, \alpha, \beta</math>.</p> $P = m \left[ \frac{2B\sqrt{(k-tg\beta)^2 + 0,25(ktg\beta+1)^2} -}{-(k-tg\beta)} \right] \times \frac{hbtg\alpha}{tg\beta + tg\alpha} + \frac{hb f_{cd} tg\beta (k + tg\alpha)}{tg\beta + tg\alpha}, \quad (5)$ <p>де <math>b</math> – товщина зразка. Обмеження: <math>\Sigma X=0</math> <span style="float: right;">(6)</span></p>
Балка-стінка зі змінним прогоном зрізу		

а

б

Дано:  $h, b, L, l, a, f_{cd}, f_{ctd}$ .  
Невідомі:  $q, k = V_x/V_y, \alpha, \beta$ .

$$q = m \left[ \frac{2B \sqrt{(k - \text{tg}\beta)^2 + 0,25(k\text{tg}\beta + 1)^2} - (k - \text{tg}\beta)}{\gamma(\text{tg}\alpha + \text{tg}\beta)} + \frac{f_{cd}(k + \text{tg}\alpha)(\text{tg}\beta + \delta)}{\gamma(\text{tg}\alpha + \text{tg}\beta)} \right] \times \quad (7)$$

де  $\delta = a/h$

Обмеження:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma M_O &= 0 \\ \Sigma M_B &= 0 \\ \Sigma X &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

При  $a=0$  – схема Мерша

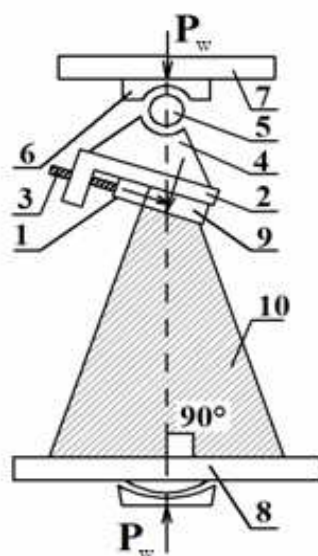


Рис. 1. Випробування зрізаного бетонного клина за допомогою спеціального пристрою:  
1, 2 – вантажні пластини; 3 – гвинти; 4 – корпус; 5 – шарнір;  
6 – опорна пластина; 7, 8 – плити преса; 9 – пластина; 10 – зразок

Оброблено дані експериментальних досліджень 195 зразків:

- 112 зрізаних бетонних клинів [9, 10, 13]:  $\bar{X} = 0,9$ ,  $\sigma_{n-1} = 0,11$ ,  $\nu = 12,22\%$ . При цьому міцність бетону зразків коливалася в межах  $f_{c,prizm} = 7,2 \div 55,3$  МПа. Для наочності порівняння теоретичної й експериментальної міцності результати подано на рис. 2. Теоретичні залежності відносної міцності клинів  $P_w/(f_{c,prizm}h_wb_w)$  від кута навантаження  $\beta$  побудовано при  $f_{ct}/f_{c,prizm} = 0,085$ ;

- 45 зразків Гвоздева (рис. 3) [9, 10, 14 – 16]:  $\bar{X} = 1,036$ ,  $\sigma_{n-1} = 0,181$ ,  $\nu = 17,43\%$ ;

- 25 зразків Мерша [9, 10, 17 – 21] при приведений довжині рівномірного навантаження  $l_{red} = 2l/3$ :  $\bar{X} = 0,715$ ,  $\sigma_{n-1} = 0,118$ ,  $\nu = 16,5\%$ ; при  $l_{red} = 0,5l$ :  $\bar{X} = 0,855$ ,  $\sigma_{n-1} = 0,142$ ,  $\nu = 16,7\%$ .  $f_{c,prizm}$  змінювався в межах від 14 до 39 МПа, а  $l/h$  варіювалося від 0,4 до 1;

- 13 балок-стінок із змінним прогоном зрізу [9]:  $\bar{X} = 0,883$ ,  $\sigma_{n-1} = 0,165$ ,  $\nu = 18,64\%$ . На рис. 4 наведено графік залежності відносної міцності  $f_{c,sh}/f_{c,prizm}$  бетонних балок-стінок від прогону зрізу  $a/h$ .

**Висновки з дослідження і перспективи, подальший розвиток у даному напрямку.** Розрахунок міцності бетонних елементів при зрізі за емпіричними формулами, що мають частковий характер, вузьку сферу застосування та недостатню точність, не дає можливості здійснити загальну оптимізацію конструктивних рішень з урахуванням усіх визначальних факторів.

За допомогою достатньо загальної методики, в основу якої покладено теорію пластичності бетону, отримано розв'язки задач міцності при зрізі для зразків, запропонованих Гвоздевим і Мершем, балок-стінок зі змінним прогоном зрізу та бетонних клинів, які моделюють роботу стиснутої зони бетону над небезпечною похилою тріщиною.

Результати проведених експериментальних досліджень підтвердили локалізацію пластичної деформації на поверхні руйнування, прийняту в теоретичних рішеннях, а також передбачено розрахунком вплив визначальних факторів міцності.

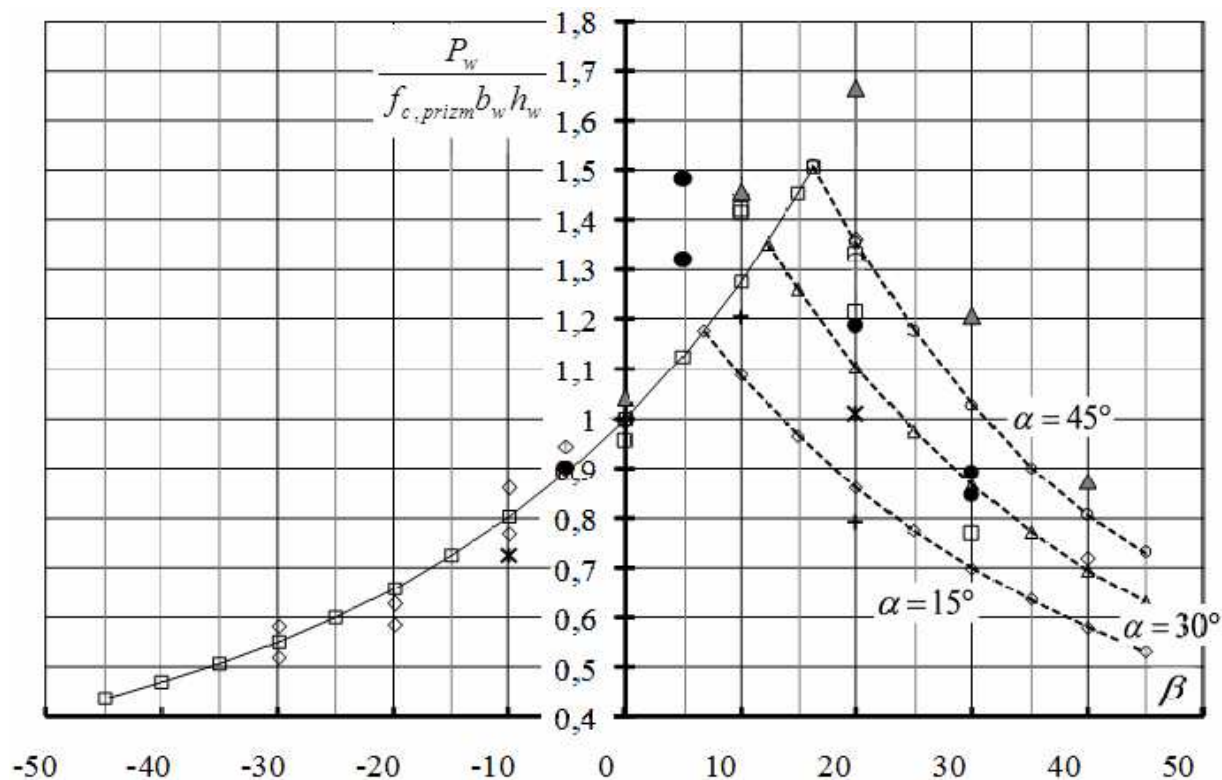


Рис. 2. Порівняння значень відносної теоретичної міцності зрізаних бетонних клинів з дослідною:  $\square$  – теоретична крива для клинів, які руйнуються за I випадком;  $\diamond$ ,  $\triangle$ ,  $\ominus$  – те саме для II випадку руйнування при кутах відповідно  $\alpha = 15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ; експериментальні дані Т.Ю. Качана:  $\times$  – при  $\alpha = 15^\circ$ ;  $\bullet$  – при  $\alpha = 30^\circ$ ;  $\diamond$  – при  $\alpha = 45^\circ$ ; В.В. Погрібного:  $\dagger$  – при  $\alpha = 15^\circ$ ;  $\square$  – при  $\alpha = 30^\circ$ ;  $\triangle$  – при  $\alpha = 45^\circ$

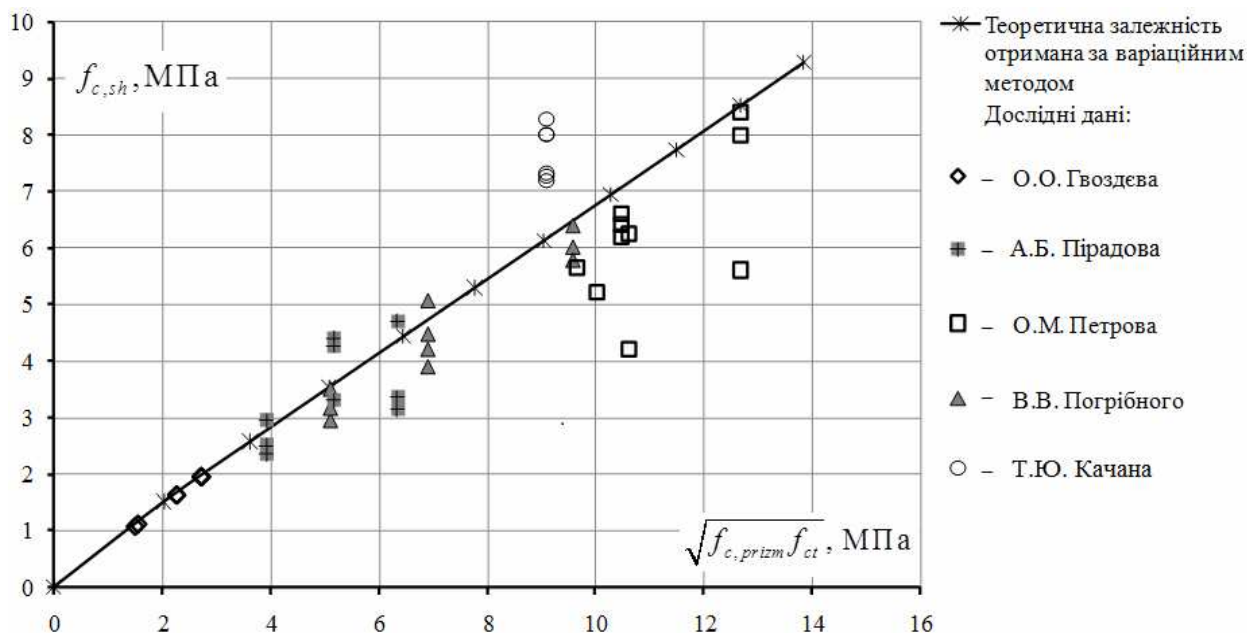


Рис. 3. Порівняння значень теоретичної міцності зразків Гвоздева з експериментальною



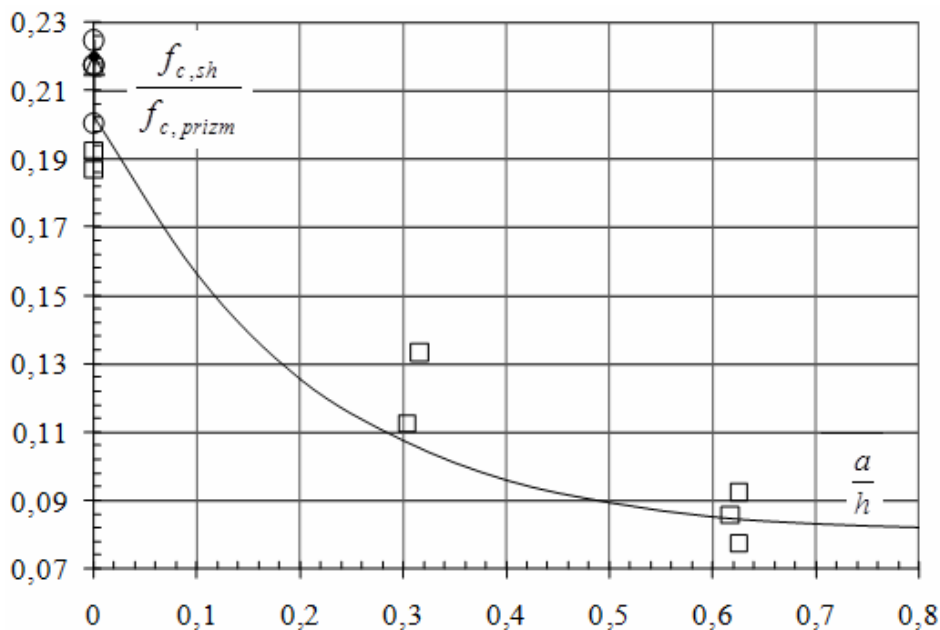


Рис. 4. Порівняння значень теоретичної міцності бетонних балок-стінок з експериментальною

При складних неоднорідних напружено-деформованих станах зовнішньо крихкий характер руйнування не може слугувати доказом неможливості застосування теорії пластичності до розрахунку міцності бетонних і залізобетонних елементів. Передумова про ідеальну пластичність може застосовуватися для бетону, якщо в елементі відсутні області розтягу, що обумовлюють крихке руйнування, або рівень напружень у них відстає від рівня напружень у стиснутих зонах.

Викладена методика розрахунку міцності бетонних елементів при дії зрізувальних сил поєднує важливі для практики переваги: точність, загальність і відносну простоту. Теоретична міцність досить добре узгоджується з дослідною.

У напрямку подальшого розвитку розрахунку міцності бетонних елементів і створення загальної методики оцінювання несучої здатності бетонних і залізобетонних конструкцій при зрізі перспективною є теорія пластичності бетону та методи варіаційного обчислення.

#### Список використаних джерел

1. Braestrup M. W. Concrete Plasticity: The Copenhagen Shear Group, 1973-79 / M.W. Braestrup // Concrete Plasticity: A Tribute to Professor Nielsen on his 60<sup>th</sup> Birthday. Danish J. of Structural Engineering. – 2015. – Vol. 65. – № 2-3-4. – P. 33-87.
2. Nielsen, M. P. Limit Analysis and Concrete Plasticity / M. P. Nielsen, L.C. Hoang // CRC Press, third edition – 2011. – 669 p.
3. Chakrabarti, S. C. Shear Characteristics of Cast-in-Place Vertical Joints in Story-High Precast Wall Assembly / S. C. Chakrabarti, G. C. Nayak, D.K. Paul // ACI Struct. J – 1988. – Vol. 85 (1). – P. 30-45.

4. Jorgensen, H.B., Hoang, L.C. Load carrying capacity of keyed joints reinforced with high strength wire rope loops. In Proceedings of fib Symposium 2015. – 13 p.
5. Nielsen M. P. Limit Analysis and Concrete Plasticity / M. P. Nielsen // Prentice-Hall Inc, Englewood Cliffs, N.J., 1984. – 620 p.
6. Митрофанов, В. П. Вариационный метод в теории идеальной пластичности бетона. [Текст] / В. П. Митрофанов // Строительная механика и расчет сооружений. – 1990. – № 6. – С. 23-28.
7. Довженко, О. О. Теоретичне дослідження міцності на зріз бетонних балок-стінок за допомогою варіаційного методу в теорії пластичності бетону [Текст] / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, К.І. Залужна, Т.Ю. Качан // Вісник Кременчуцького національного університету імені Юрія Остроградського: зб. наук. праць. – Кременчук: КрНУ, 2011. – Вип. 4 (69). – Ч. 1. – С. 120-123.
8. Гениев, Г. А. Теория пластичности бетона и железобетона [Текст] / Г. А. Гениев, В.Н. Киссюк, Г. А. Тюпин. – М.: Стройиздат, 1974. – 316 с.
9. Качан, Т. Ю. Розрахунок міцності суцільних та склеєних залізобетонних (бетонних) елементів на зріз варіаційним методом [Текст]: дис... канд. техн. наук: 05.23.01 / Т.Ю. Качан. – Полтава, 2012. – 232 с.
10. Погребной, В. В. Прочность бетонных и железобетонных элементов при срезе [Текст]: дисс... канд. техн. наук 05.23.01 / В. В. Погребной. – Полтава, 2001. – 236 с.
11. Пристрій для дослідження міцності бетону стиснутої зони над небезпечною похилою тріщиною в згинальних моментах [Текст]: пат 104792 Україна, МПК (2006.01) G01N 33 / 38 / О.О. Довженко., В.В. Погрібний, Т.Ю. Качан; заявник та власник Полтав. нац. техн. ун-т ім. Юрія Кондратюка. – № u2015 04968; заявл. 21.05.2015; опубл. 25.02.16, Бюл. №4. – 4 с.
12. Довженко, О. О. Про можливість застосування теорії пластичності до розрахунку міцності елементів із високоміцного бетону [Текст] / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, О.О. Куриленко // Коммунальное хозяйство городов: зб. наук. праць. – К.: Техніка, 2012. – Вып. 105. – С. 74-82.
13. Митрофанов, В. П. Напряженно-деформированное состояние, прочность и трещинообразование железобетонных элементов при поперечном изгибе [Текст]: автореф. дисс... канд. техн. наук: 05.23.01 / В. П. Митрофанов. – М., 1982. – 41 с.
14. Гвоздев, А. А. Изучение сцепления нового бетона со старым [Текст] / А. А. Гвоздев, А. П. Васильев, С. А. Дмитриев. – М., Л. : ОНТИ, 1932. – 54 с.
15. Петров, А. Н. Сопротивление бетона срезу при наличии нормальных сжимающих напряжений [Текст] / А.Н. Петров // Сб. науч. тр. – Днепропетровск, 1962. – Вып. 19. – С. 19-32.
16. Пирадов, А. Б. Конструктивные свойства легкого бетона и железобетона [Текст] / А. Б. Пирадов. – М.: Стройиздат, 1973. – 133 с.
17. Веригин, К. П. Сопротивление бетона при совместном воздействии осевых и поперечных сил [Текст] / К. П. Веригин // Бетон и железобетон. – 1960. – № 10. – С. 479- 480.
18. Довженко, О. О. Міцність коротких бетонних балок при зрізі [Текст] / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, О. В. Бондаренко // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць. – Рівне, 2002. – Вип. 8. – С. 108-105.
19. Петров, А. Н. Об интерпретации среза в бетоне [Текст] / А. Н. Петров // Строительные конструкции: сб. науч. трудов. – К.: Будівельник, 1967. – Вып. VI. – С. 181-188.
20. Столяров, Я. В. Введение в теорию железобетона [Текст] / Я. В. Столяров. – М., Л.: Государственное издательство строительной литературы, 1941. – 448 с.

21. Столяров, Я. В. Теория железобетона на экспериментальной основе [Текст] / Я. В. Столяров. – Харьков: ОНТИ – ГНТИУ, 1934. – 224 с.

---

Довженко Оксана Олександрівна, канд. техн. наук, доцент, професор кафедри залізобетонних і кам'яних конструкцій та опору матеріалів Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка. Тел. 0509825854.

Погрібний Володимир Володимирович, канд. техн. наук, с.н.с., доцент кафедри залізобетонних і кам'яних конструкцій та опору матеріалів Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка. Тел. 0509825853.

Мальована Олена Олександрівна, аспірантка кафедра залізобетонних і кам'яних конструкцій та опору матеріалів Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка. Тел. 0935829844.

Dovzhenko Oksana Oleksandrivna, Phd. tehn, Associate Professor, Professor, Department of Reinforced Concrete and Masonry Constructions and Strength of Materials, Poltava National Technical Yuriy Kondratyuk University. Tel. 0509825854.

Pogribnyi Volodymyr Volodymyrovych, Phd. tehn, Senior Researcher, Associate Professor, Department of Reinforced Concrete and Masonry Constructions and Strength of Materials, Poltava National Technical Yuriy Kondratyuk University. Tel. 0509825853.

Mal'ovana Olena Oleksandrivna, post-graduate, Department of Reinforced Concrete and Masonry Constructions and Strength of Materials, Poltava National Technical Yuriy Kondratyuk University. Tel. 0935829844.

Стаття прийнята 02.11.2016 р.