

## КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫЕ ПЛОСКИЕ МОДЕЛИ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ СЦЕПЛЕНИЯ АРМАТУРЫ С БЕТОНОМ, ИХ СРАВНЕНИЕ И АНАЛИЗ

Д-р техн. наук В. И. Колчунов, канд. техн. наук И. А. Яковенко,  
асп. Е. А. Дмитренко

## СКІНЧЕННО-ЕЛЕМЕНТНІ ПЛОСКІ МОДЕЛІ НЕЛІНІЙНОЇ ЗАДАЧІ ЗЧЕПЛЕННЯ АРМАТУРИ З БЕТОНОМ, ЇХ ПОРІВНЯННЯ І АНАЛІЗ

Д-р техн. наук В. І. Колчунов, канд. техн. наук І. А. Яковенко,  
асп. Е. А. Дмитренко

## FINITE-ELEMENT PLANE MODELS OF NONLINEAR PROBLEMS BOND ARMATURE WITH CONCRETE, THEIR COMPARISON AND ANALYSIS

Dr. sc. sciences V.I. Kolchunov, phd. tech. I. A. Yakovenko,  
sciences pg. E. A. Dmytrenko

*Рассмотрены плоские конечно-элементные модели нелинейной задачи сцепления арматуры с бетоном, включающие модель с элементами сцепления, работающими на сдвиг, модель со специальными стержневыми элементами и модель со специальными пластинчатыми элементами в программном комплексе Лира-САПР. Построен и выполнен сопоставительный анализ основных зависимостей распределения касательных напряжений сцепления по длине стержня, перемещения бетонной части торца, продольных усилий и деформаций в арматуре и бетонных конечных элементов, примыкающих к арматуре, смещений арматуры относительно бетона по длине стержня.*

**Ключевые слова:** сцепление арматуры с бетоном, нелинейная задача сцепления, плоская конечно-элементная модель, сопоставительный анализ.

*Розглянуто плоскі скінченно-елементні моделі нелінійної задачі зчеплення арматури з бетоном, що включають модель з елементами зчеплення, які працюють на зсув, модель зі спеціальними стрижневими елементами і модель зі спеціальними пластинчастими елементами в програмному комплексі Ліра-САПР. Побудовано та виконано порівняльний аналіз основних залежностей розподілу дотичних напружень зчеплення по довжині стрижня, переміщення бетонної частини торця, поздовжніх зусиль і деформацій в арматурі і бетонних скінченних елементів, які примикають до арматури, зсувів арматури відносно бетону по довжині стрижня.*

**Ключові слова:** зчеплення арматури з бетоном, нелінійна задача зчеплення, плоска скінченно-елементна модель, порівняльний аналіз.

*It is considered the plane finite element models of the nonlinear problem of bond armature with concrete, including model with bond elements, shear model with special core elements and the model with the special plate elements in the software package Lira-CAD. It is built and made a comparative analysis of the key dependencies distribution of tangential bond stress along the length of the rod, move the end of the concrete, longitudinal forces and strains in the reinforcement of concrete and finite element adjacent to the valve, the valve displacement relative to the concrete along the length of the rod.*

*Analysis of the graphs force distribution, deformation in the concrete, armature, in their contact zone, the length of the bar shows that the most close to the analytical model from the values of the above parameters and shape of the curve was one-axial three-element model. The most accurate model is the model with the bond elements in the form of rod FE210, the shear model with flat bond elements FE284.*

*Keywords: bond armature with concrete, nonlinear problem of bond, flat finite element model, comparative analysis.*

**Введение.** В железобетоне сцепление арматуры с бетоном обеспечивает совместную работу этих разномодульных материалов. Поэтому проблема сцепления арматуры с бетоном является основополагающей в сопротивлении железобетонных конструкций силовым и деформационным воздействиям. Этой проблеме уделяется большое внимание.

**Анализ последних исследований и публикаций.** Для решения различных задач, связанных со сцеплением арматуры с бетоном, в нашей стране и за рубежом проведены обширные экспериментально-теоретические исследования. Однако анализ исследований в области сцепления арматуры с бетоном свидетельствует о неоднозначности подходов к решению этой проблемы и об отсутствии единой теоретически обоснованной методики расчета [1–6].

Снижение связей сцепления арматуры с бетоном приводит к чрезмерному раскрытию трещин, увеличению податливости и снижению несущей способности конструкции [1]. Выяснение закономерности контакта бетона и арматуры при передаче растягивающих усилий через арматуру в условиях трещинообразования является одной из важнейших задач железобетона [2, 3].

Случай центрального армирования одним стержнем при выдергивании его из бетонной матрицы наиболее полно раскрывает закономерность, проявляющуюся при выдергивании арматурного стержня из бетонного блока (представительного объема в виде призмы с арматурным стержнем), которая является одной из важнейших задач строительной

механики железобетона при наличии дискретных трещин [4, 5]. К этому случаю точно или приближенно сводятся все виды армирования железобетонных конструкций системой арматурных стержней [2, 3].

Процесс разрушения связей сцепления арматуры с бетоном при выдергивании арматурного стержня из бетонной матрицы представляет собой сложный многостадийный процесс, сопровождающийся присутствием неоднородного и неупругого деформирования, нарушением адгезионных связей, возникновением и развитием трещин различной формы и ориентации, наличием изменяющихся зон контакта. Для корректного решения данной задачи необходимо использовать достоверные аналитические модели, описывающие взаимодействие арматуры с бетоном, которое характеризуется силами сцепления [2–4].

**Определение цели и задачи исследований.** В данной статье авторами разработаны три плоскостные модели железобетонного призматического стержня, центрально-армированного стержневой горячекатаной арматурой, выдергиваемой из бетонной матрицы:

– плоская модель с элементами сцепления, работающими на сдвиг (подробное описание модели в данной работе [7]);

– плоская модель со специальными стержневыми элементами (КЭ264 в ПК Лира-САПР);

– плоская модель со специальными пластинчатыми элементами (КЭ284 в ПК Лира-САПР).

Построены и проанализированы графики распределения продольных

усилий, перемещений и деформаций, действующих в различных сечениях по длине стержня в рассматриваемых моделях и моделях других авторов [8–10].

**Основная часть исследования.**  
**Общие исходные данные для построения моделей.** Исходные данные для моделирования плоской задачи сцепления представлены в таблице.

Модель железобетонного стержня с выдергиваемой арматурой из бетонной матрицы представляет собой плоскую конечно-элементную задачу, состоящую из

бетонных пластинчатых элементов (физически нелинейных четырехугольных КЭ плоской задачи (балка-стенка) КЭ230) с размерами 10×10 мм (в плоскости  $XoY$ ), на которые разбит весь исследуемый элемент высотой 150 мм, за исключением пластинчатых элементов, моделирующих арматуру. Элементы, моделирующие арматуру Ø10 класса А400С (четырёхугольный КЭ плоской задачи (балка-стенка) КЭ30), имеют размер 5×10 мм и примыкают с обеих сторон к продольной оси элемента (рис. 1, а).

Таблица

Исходные данные для моделирования плоской задачи сцепления

Характеристика	Значение	Характеристика	Значение
$E_s$ (арматура класса А400С)	$2 \cdot 10^5$ МПа	Растягивающее усилие $N_s$	10 кН
$E_{cm}$ (бетон класса С16/20)	$2,7 \cdot 10^4$ МПа	Диаметр арматуры	10 мм
Высота пластины $h$	150 мм	Коэффициент Пуассона для арматуры $\nu_s$	0,3
Предел прочности бетона при растяжении $f_{ctm}$	2 МПа	Коэффициент Пуассона для бетона $\nu_c$	0,2
Предел прочности бетона при сжатии $f_c$	15 МПа		

Толщина пластинчатых бетонных элементов принята равной 33 мм (3d арматуры) из соображений актуальности исследования работы арматуры и околоарматурной зоны, а не всего элемента. Также этот размер принят из условия минимально допустимого соотношения сторон конечного элемента в ПК Лири-САПР, равного 1:3.

Жесткость физически нелинейных пластинчатых бетонных элементов

задавалась путем введения 14 кусочно-линейного закона деформирования бетона (рис. 1–3), после включения меню “Учет нелинейности” в меню “Задание жесткости для пластин” / “Задание стандартного сечения”.

Жесткость арматурных элементов задавалась как для упругих пластин толщиной 1 см путем введения характеристик, указанных в таблице, в меню “Задание жесткости для пластин”.

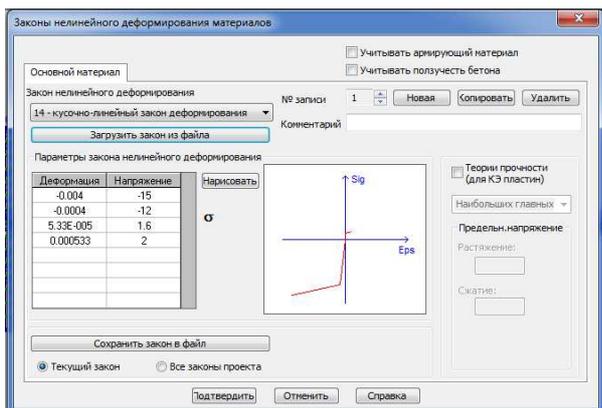


Рис. 1. Введение законов деформирования основного материала для пластинчатых элементов, моделирующих работу бетона в модели (единица измерения – МПа)

**Плоская модель с элементами сцепления, работающими на сдвиг.** Элементы сцепления имеют длину 10 мм и квадратное сечение 30×30 мм, с одной стороны закрепляются к арматурному КЭ, с другой стороны – к бетонному, и, таким образом, при выдергивании арматуры из бетона работают на сдвиг (рис. 3, а). Размеры поперечного сечения элементов сцепления приняты из соображений учета площади околоарматурного слоя, в котором происходят процессы взаимодействия арматуры и бетона.

Для улучшения защемления элементов сцепления к пластинчатым бетонным и арматурным элементам вводятся дополнительные элементы, расположенные на одной оси с элементами сцепления. Таким образом, каждое сцепление имеет два вспомогательных элемента (КЭ210), один из которых соединяет его с бетоном (задний), другой с арматурой (передний). Длина вспомогательных элементов элементов сцепления – 10 и 5 мм соответственно (рис. 4), размеры поперечного сечения

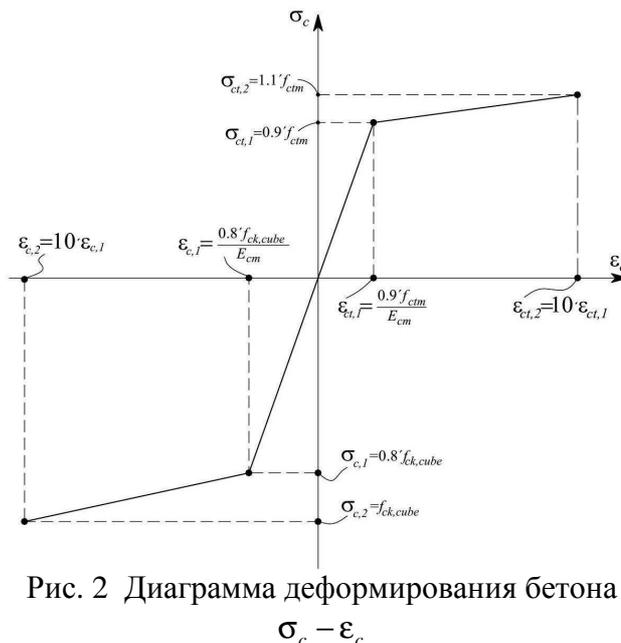


Рис. 2 Диаграмма деформирования бетона  $\sigma_c - \epsilon_c$

такие же, как и у основных элементов сцепления (рис. 3, б).

Моделирование элементов сцепления – физически нелинейных стержневых конечных элементов сцепления КЭ210 (в том числе и вспомогательных элементов сцепления) – осуществляется путем размещения их перпендикулярно действующей нагрузке. Арматурные конечные элементы не сдвигаются относительно бетонных, а их парные узлы не объединяются в один общий узел, хотя и полностью совпадают по координатам, и основной элемент сцепления с одной стороны присоединяется к узлу арматурного элемента, с другой стороны – к узлу бетонного элемента. Схема рассчитывается без упаковки узлов.

Жесткость физически нелинейных стержневых элементов КЭ210 задавалась путем введения 14 кусочно-линейного закона деформирования бетона (рис. 5, б) после включения меню “Учет нелинейности” в меню “Задание жесткости для пластин” / “Задание стандартного сечения”.



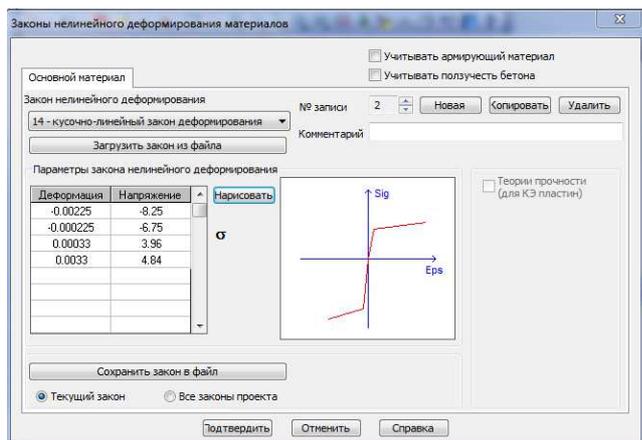


Рис. 5. Введение закона деформирования основного материала для стержневых элементов, моделирующих сцепление в модели (единица измерения – МПа)

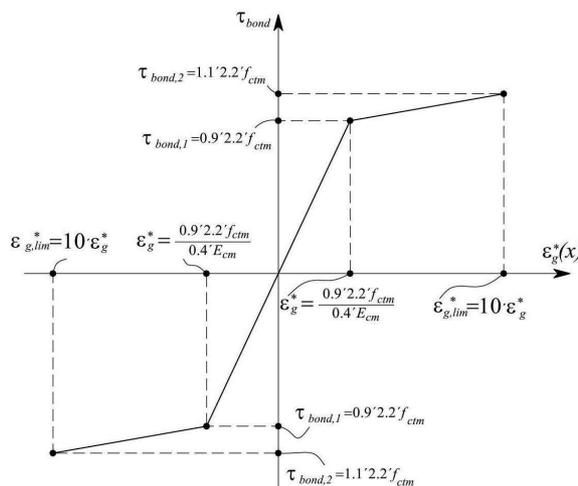


Рис. 6. Зависимость напряжений сцепления  $\tau_{bond}$  от относительных взаимных смещений  $\varepsilon_g^*(x)$

В середине моделируемого элемента, в узле арматурного КЭ, находящегося по оси симметрии, вводим опорное закрепление по оси  $Y$ . В четырех узлах, равноудаленных от этого узла на расстояние 50 мм в продольном

направлении и на  $\pm 75$  мм в поперечном, вводим опорные закрепления по оси  $X$  (рис. 7, а). Такое расположение опор препятствует повороту элемента в плоскости  $XOY$ .

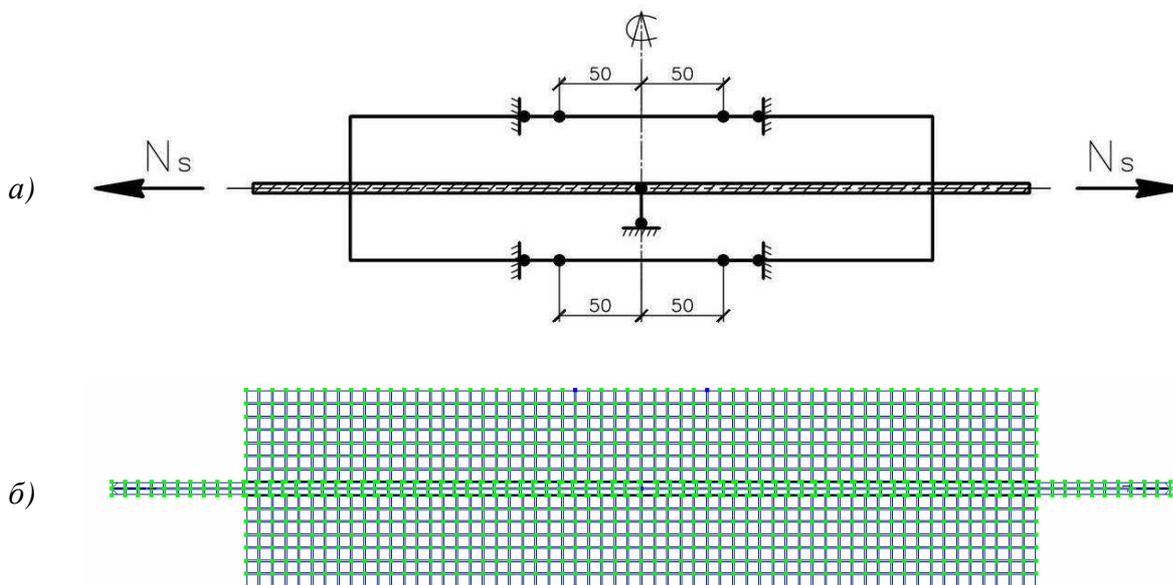


Рис. 7. Плоская модель сцепления арматуры с бетоном: а – схема расположения опор; б – расчетная схема модели в ПК Лира-САПР

**Плоская модель со специальными стержневыми элементами (КЭ264).** Элементами сцепления в данной модели являются специальные двухузловые односторонние элементы трения (КЭ264), расположенные перпендикулярно действующей нагрузке, в предварительно созданном зазоре по контакту между арматурными и бетонными конечными

элементами, равном 5 мм (рис. 9). Для корректной работы этих элементов необходимо приложение дополнительной вертикальной нагрузки, действующей по длине по обеим граням всего образца. Такая нагрузка задается в каждом узле по верхней и нижней граням образца и равна 3,63 кН (рис. 8, б).

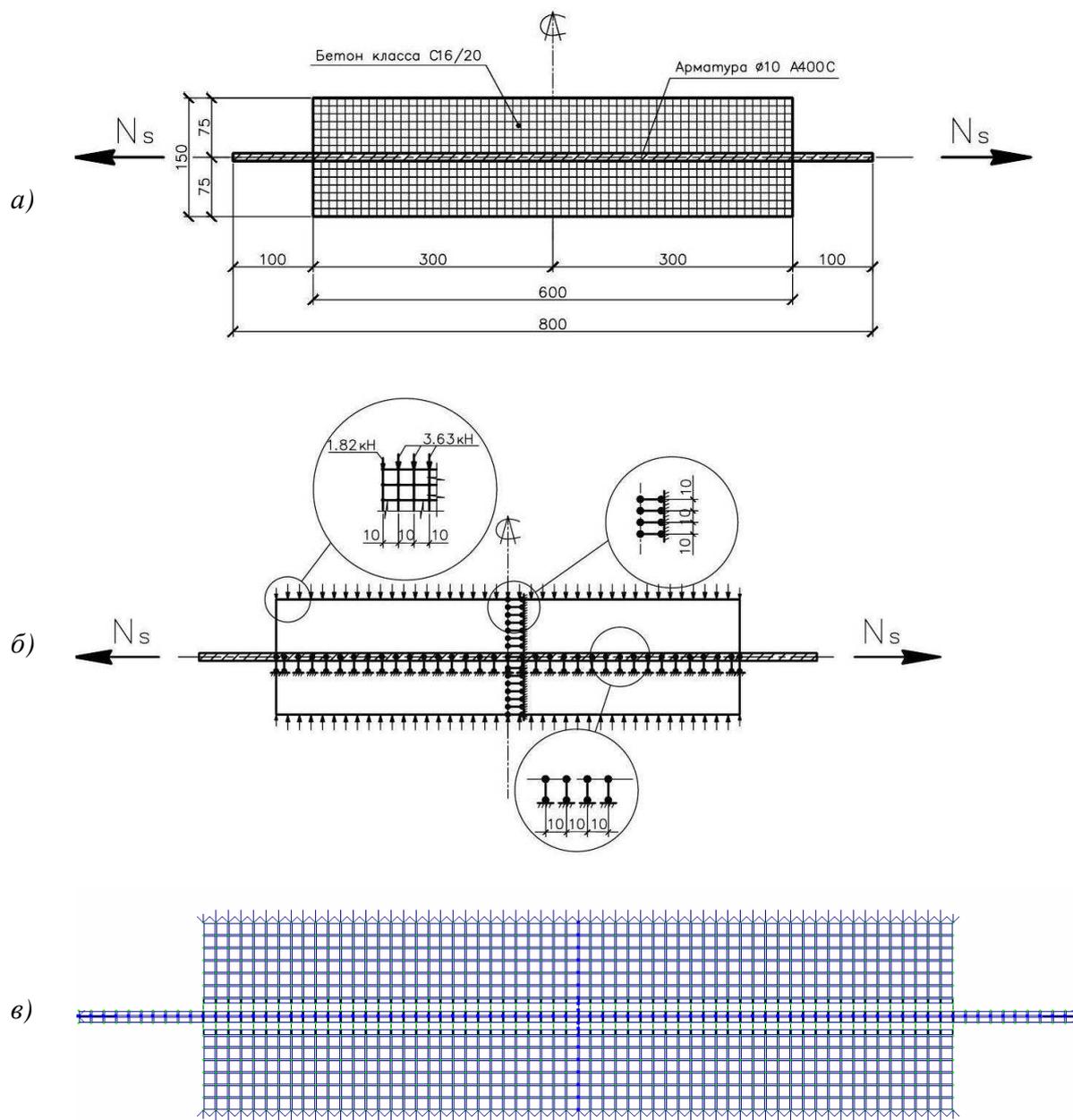


Рис. 8. Плоская модель сцепления арматуры с бетоном: а – общий вид модели; б – схема расположения опор и нагрузка; в – расчетная схема модели в ПК Лира-САПР

Для улучшения заземления элементов сцепления к пластинчатым бетонным и арматурным элементам, вводятся дополнительные элементы, расположенные на одной оси с элементами сцепления. Таким образом, каждый

сцепления имеет два вспомогательных элемента (КЭ264), один из которых соединяет его с бетоном (задний), другой с арматурой (передний). Длина вспомогательных элементов элементов сцепления – 5 мм (рис. 9, а).

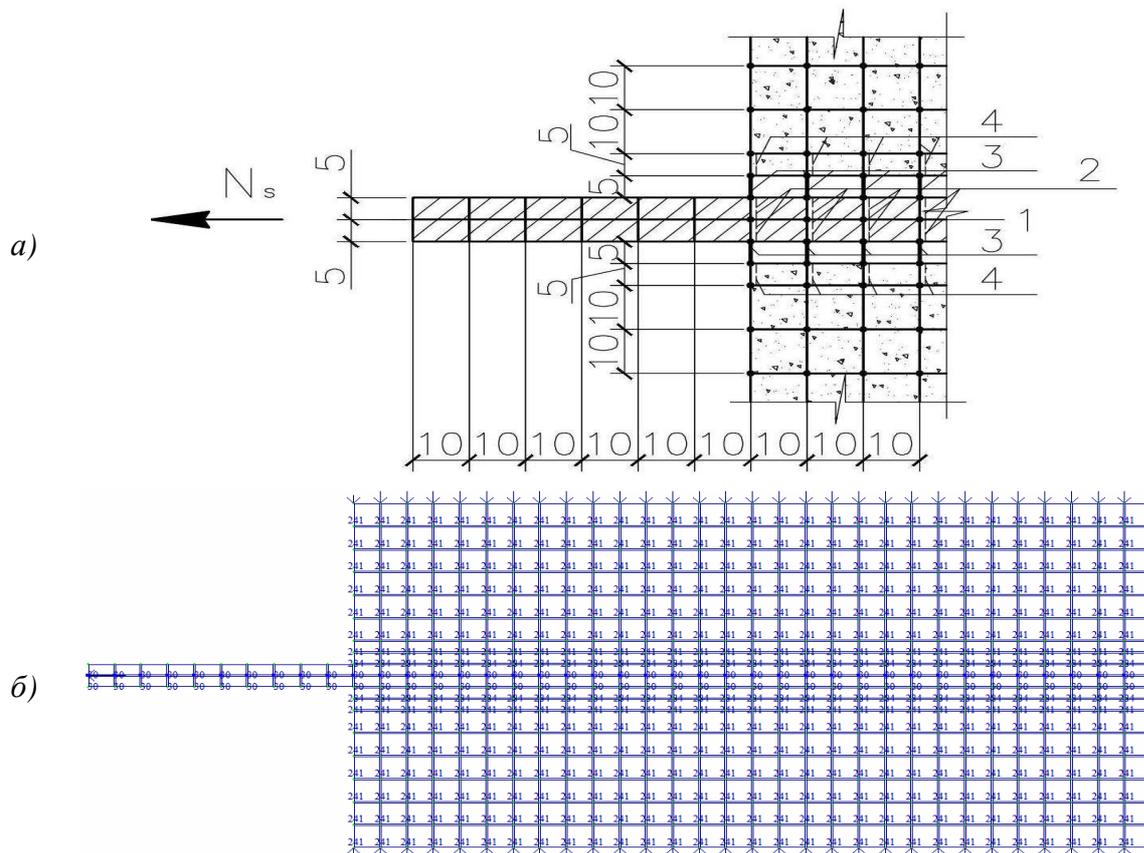


Рис. 9. Расположение элементов сцепления в модели с КЭ264:

- а – схематически; б – в интерфейсе ПК Лира-САПР (левая половина образца);
- 1 – продольная ось; 2 – вспомогательные элементы сцепления КЭ264, соединяющие основные элементы КЭ264 с арматурными;
- 3 – основные элементы сцепления КЭ264;
- 4 – вспомогательные элементы сцепления КЭ264, соединяющие основные элементы КЭ264 с бетонными

Жесткость специальных стержневых элементов вводится через меню “Численное описание КЭ264” (рис. 10, а, б), при этом задаются:

- осевая жесткость,  $kH/m$ ,

$$G = \frac{E_{cm} \cdot A_c}{l}, \quad (1)$$

где  $G$  – осевая жесткость,  $kH/m$ ;

$A_c$  – площадь сечения специального конечного элемента сцепления КЭ264, размеры которого приняты  $30 \times 10$  мм;

$l$  – длина КЭ264, равная 5 мм;

– коэффициент трения покоя, принятый равным 0,45;

– жесткостью сцепления, которая вычислялась как произведение осевой жесткости и коэффициента трения покоя.

В работе рассматриваются два варианта модели:

– с жесткостью элементов сцепления (вычисленной по формуле (1)) и равной  $18 \cdot 10^5 \frac{кН}{м}$  ;

– жесткостью элементов сцепления, уменьшенной в 3 раза и равной  $6 \cdot 10^5 \frac{кН}{м}$  .

Для получения корректной деформации торцов в данной модели (равномерно распределенная нагрузка по длине образца приводит к искажению деформации торцов призмы) необходимо принимать коэффициент Пуассона в бетонных элементах близким к 0 или равным 0.

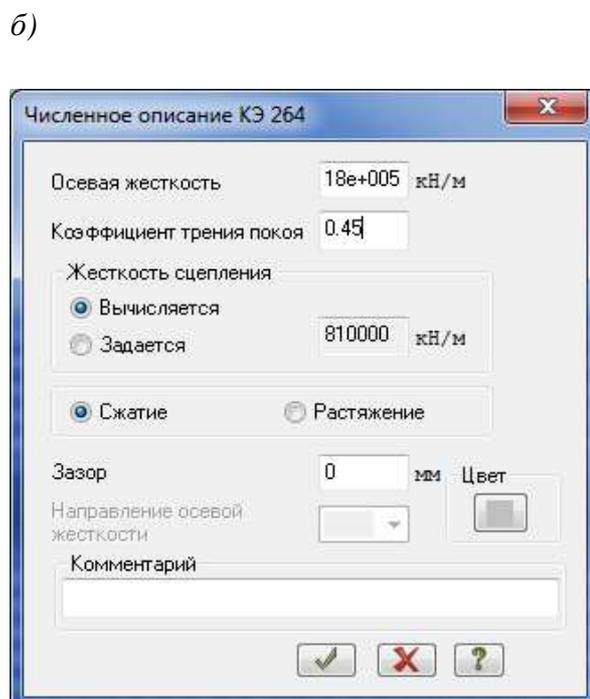
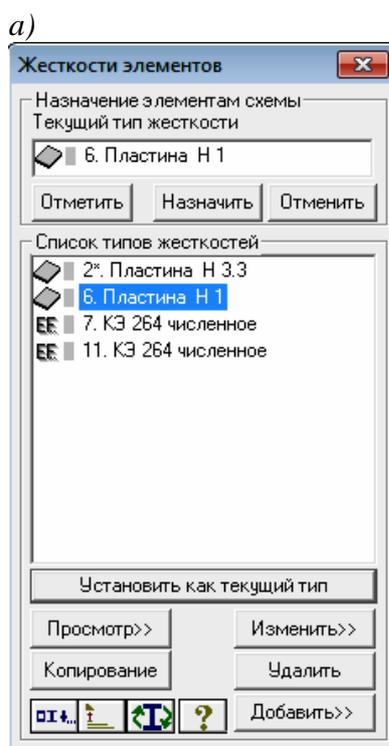


Рис. 10. Задание жесткости специальных КЭ264: а – диалоговое окно "Жесткости элементов"; б – диалоговое окно "Численное описание КЭ264"

**Плоская модель со специальными пластинчатыми элементами (КЭ284).** Особенностью данной модели является то, что в ней крайние конечные элементы, моделирующие бетон и примыкающие к арматурным элементам, удаляются по всей длине элемента и вместо них вводятся физически нелинейные универсальные прямоугольные КЭ плоской задачи КЭ284,

которые предназначены для моделирования односторонней работы грунта на сжатие с учетом сдвига по схеме плоской деформации в соответствии с законом Кулона (рис. 11).

При задании жесткости таких элементов через меню "Численное описание КЭ284" вводятся следующие параметры (рис. 12, а,б):  $E$  – модуль

деформации грунта по ветви первичного нагружения;  $\nu$  – коэффициент Пуассона;  $H$  – толщина;  $k_e$  – коэффициент перехода к модулю деформации грунта по ветви вторичного нагружения  $E_e = k_e \cdot E$ ;  $C$  – сцепление;  $R_t$  – предельное напряжение при растяжении;  $R_o$  – удельный вес материала;  $\varphi$  – угол внутреннего трения в градусах, при этом  $\varphi < 90^\circ$ ;  $C \geq R_t \cdot \text{tg}(\varphi)$ ;  $\sigma_p$  – предельное напряжение сжатия.

Ещё одной особенностью данной модели является то, что для её корректной

работы нужно менять тип КЭ, моделирующих бетон, с КЭ230 (физически нелинейный четырехугольный КЭ плоской задачи (балка-стенка)), использующийся во всех вышеупомянутых моделях, на КЭ241 (физически нелинейный универсальный прямоугольный КЭ оболочки).

В статье также рассматривается вариант этой модели, в которой все бетонные КЭ и КЭ, моделирующие сцепление арматуры с бетоном, имеют тип КЭ284, т. е. модель состоит из двух типов элементов: КЭ284 (бетон, сцепление) и КЭ30 (арматура).

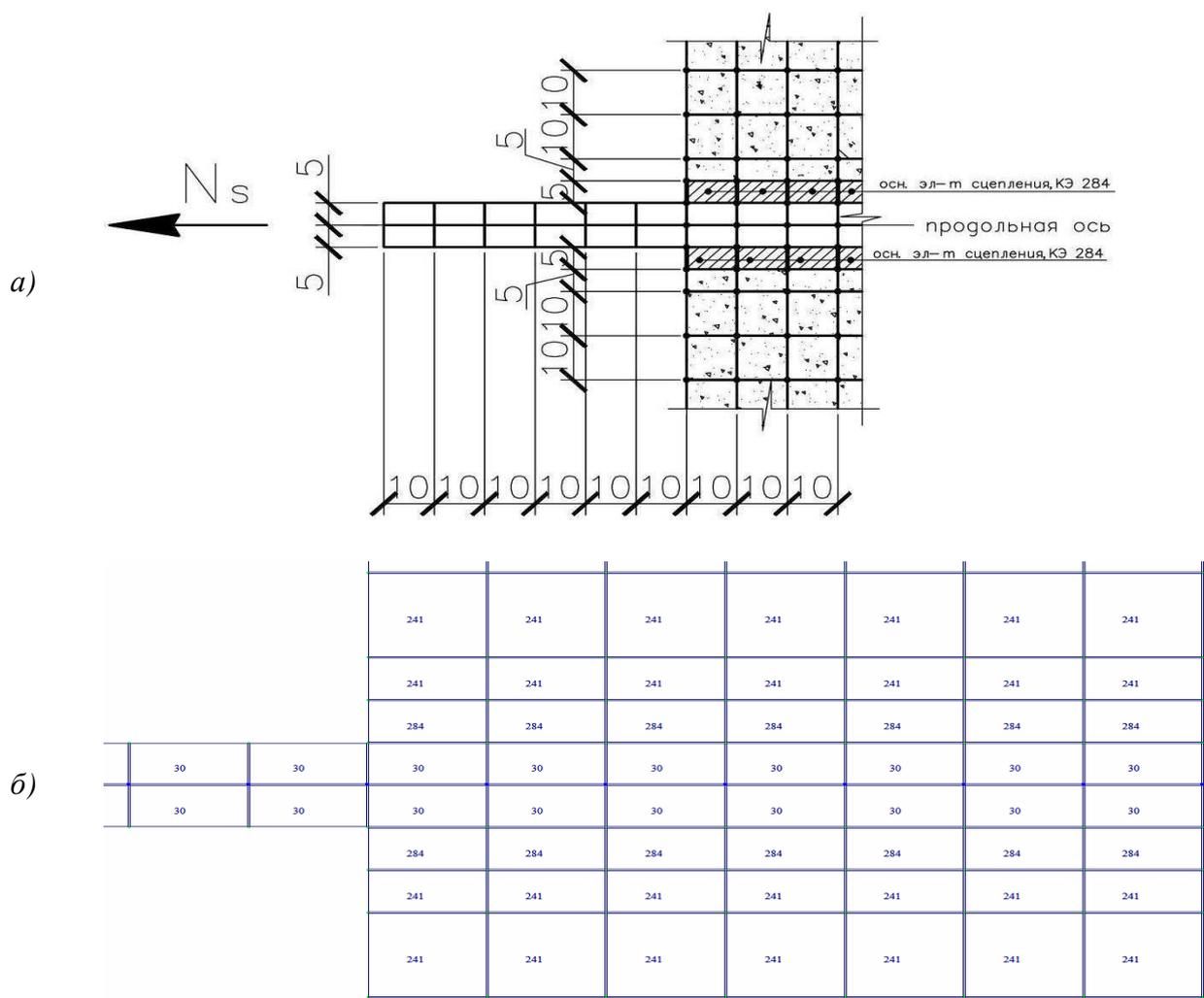
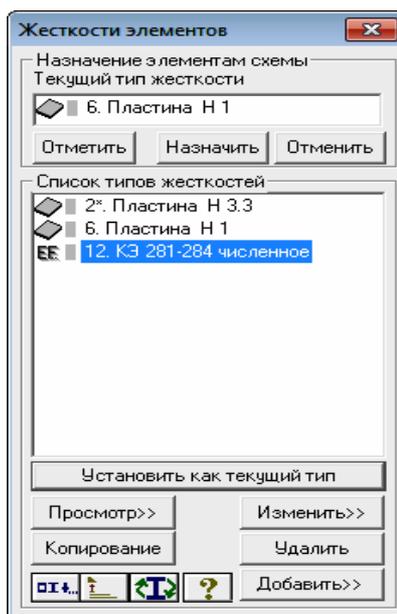


Рис. 11. Расположение элементов сцепления в модели с КЭ284:  
а – схематически; б – в интерфейсе ПК Лира-САПР

а)



б)

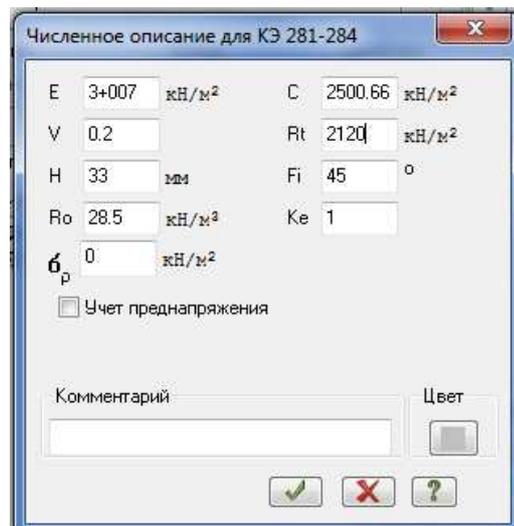


Рис. 12. Задание жесткости для специальных пластинчатых элементов КЭ284:

а – диалоговое окно "Жесткости элементов";

б – диалоговое окно "Численное описание для КЭ 281-284"

**Анализ результатов расчета.** По результатам расчета моделей в ПК Лира-САПР получаем графики распределения продольных усилий  $N_s(x)$ ,  $N_c(x)$  и деформаций  $\varepsilon_s(x)$ ,  $\varepsilon_c(x)$  в арматуре и бетонных элементах, примыкающих к арматуре, относительных взаимных смещений бетона и арматуры  $\varepsilon_g(x)$ , касательных усилий сцепления  $\tau_{bond}(x)$ , горизонтальных перемещений торца  $U(x)$  (рис. 13–17). При этом следует отметить, что в представленных на рис. 13–17 графиках приняты следующие обозначения:

– **кривая 1** – модель с элементами сцепления (КЭ210), работающими на сдвиг, бетон нелинейный (КЭ230), арматура линейная (КЭ30);

– **кривая 2** – модель с пластинчатыми элементами сцепления (КЭ284), бетон нелинейный (КЭ241), арматура линейная (КЭ30);

– **кривая 3** – модель с пластинчатыми элементами сцепления (КЭ284), бетон нелинейный, моделируется также, как и элементы сцепления (КЭ284), арматура линейная (КЭ30);

– **кривая 4** – модель со специальными стержневыми элементами сцепления КЭ264, нормальная жесткость, бетон нелинейный (КЭ241), арматура линейная (КЭ30);

– **кривая 5** – модель со специальными стержневыми элементами сцепления КЭ264, уменьшенная в 3 раза жесткость, бетон нелинейный (КЭ241), арматура линейная (КЭ30).

#### Выводы и результаты исследования.

1. Графики распределения касательных напряжений сцепления  $\tau_{bond}(x)$  по длине стержня  $x$  построены при упруго-пластической работе бетона и упругой работе арматуры для всех представленных моделей (рис. 13):

– кривая 1 имеет кососимметричный характер относительно оси длины стержня

с центром симметрии, проходящем по вертикальному геометрическому центру образца; при этом кривая по всей длине образца возрастает, однако на левой части исследуемого участка значения касательных напряжений сцепления отрицательные, кривая имеет выпуклый характер, а на правой – положительные, и кривая имеет вогнутый характер;

– кривая 2 имеет симметричный характер относительно оси длины стержня с центром симметрии, проходящем по вертикальному геометрическому центру образца; при этом на левом участке она возрастает (максимальное отклонение составляет 100 %), а на правом участке – убывает (максимальное отклонение составляет 185,2 %);

– кривая 3 имеет симметричный характер относительно оси длины стержня с центром симметрии, проходящем по вертикальному геометрическому центру образца, однако на растянутых бетонных фибрах по левому краю образца она убывает, а по мере увеличения длины плавно возрастает и остается на одном уровне по горизонтали (максимальное отклонение составляет 192 % для левой

части образца и 104,5 % для правой части соответственно);

– кривая 4 имеет кососимметричный характер относительно оси длины стержня с центром симметрии, проходящем по вертикальному геометрическому центру образца; при этом на растянутых бетонных фибрах по левому краю образца она убывает и переходит в отрицательные значения касательных напряжений сцепления, а далее плавно возрастает и имеет вогнутый характер до середины образца; на правой части исследуемого образца происходит плавное возрастание кривой вогнутого характера до растянутых бетонных фибр по правому краю образца, где впоследствии кривая резко изменяет свое направление и резко убывает;

– кривая 5, имеющая уменьшенную в 3 раза жесткость по сравнению с кривой 4, качественно не изменяет характер происходящего процесса, и кривые практически накладываются друг на друга на всем исследуемом участке, за исключением граничных участков (максимальное отклонение составляет до 52,1 % с кривой 4).

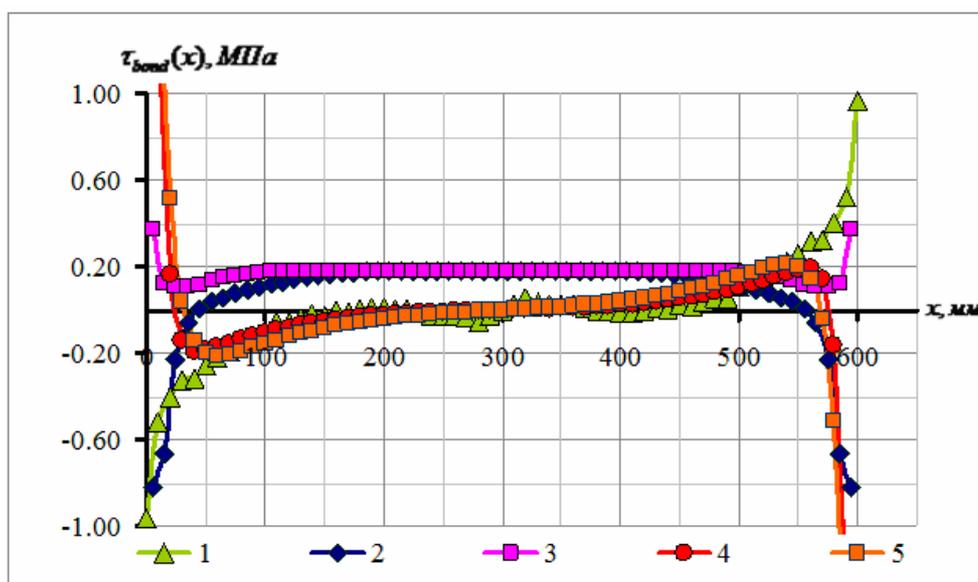


Рис. 13. Графики распределения касательных напряжений сцепления  $\tau_{bond}(x)$  по длине стержня

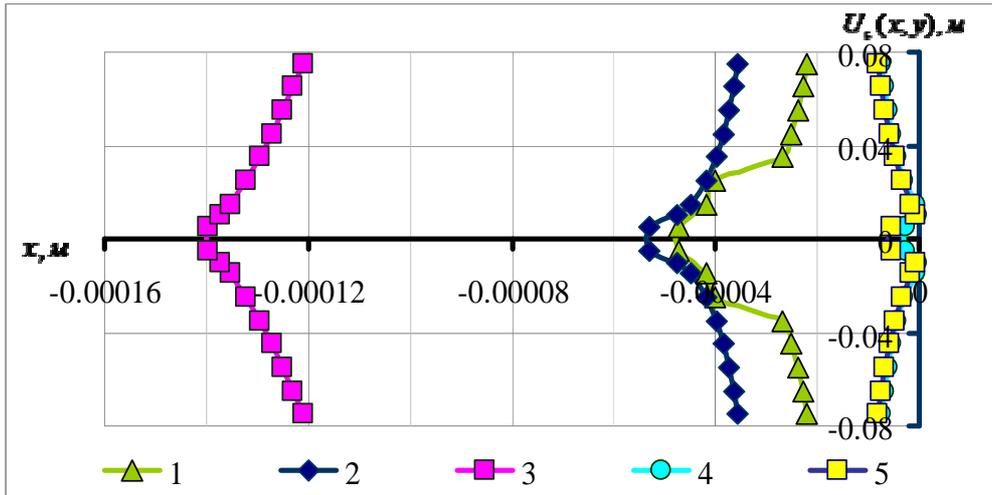


Рис. 14. Графики перемещения бетонной части торца  $U_c(x, y)$  образца

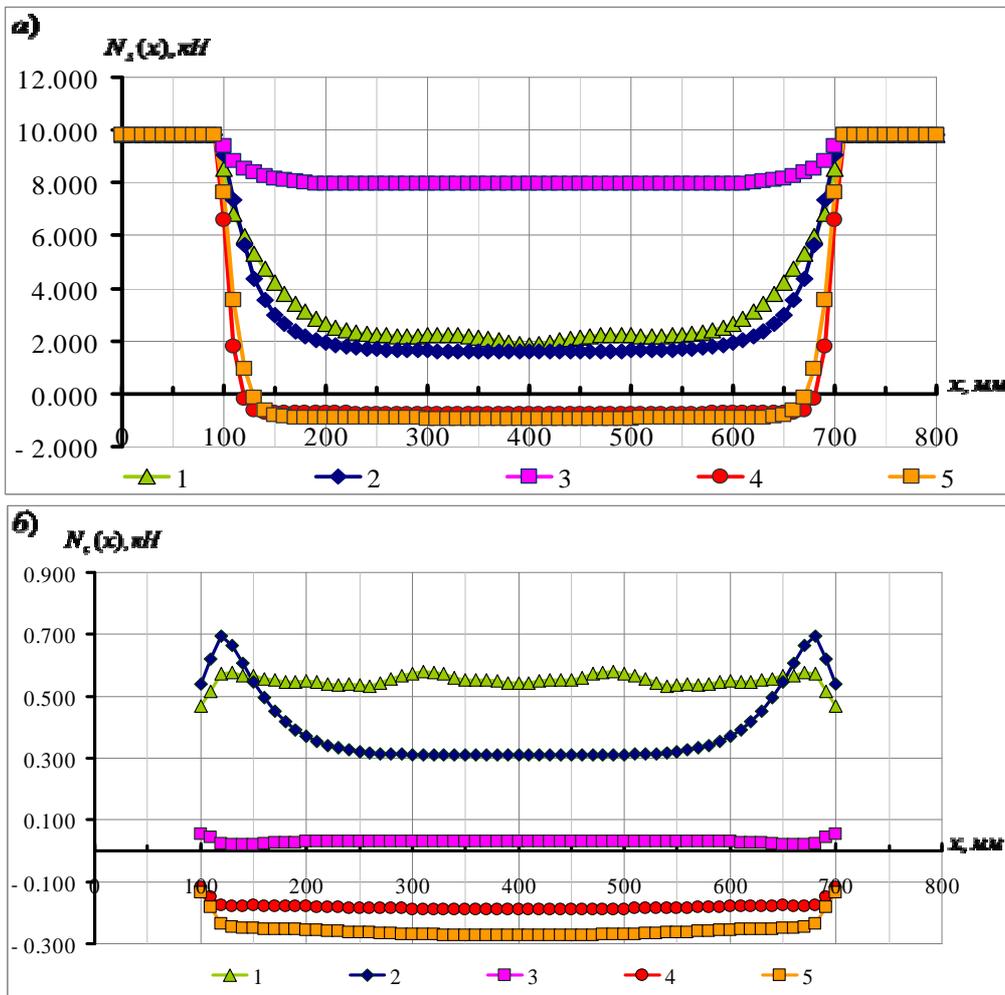


Рис. 15. Графики распределения продольных усилий в арматуре  $N_s(x)$  (а) и бетонных КЭ, примыкающих к арматуре  $N_c(x)$  (б) по длине стержня  $x$

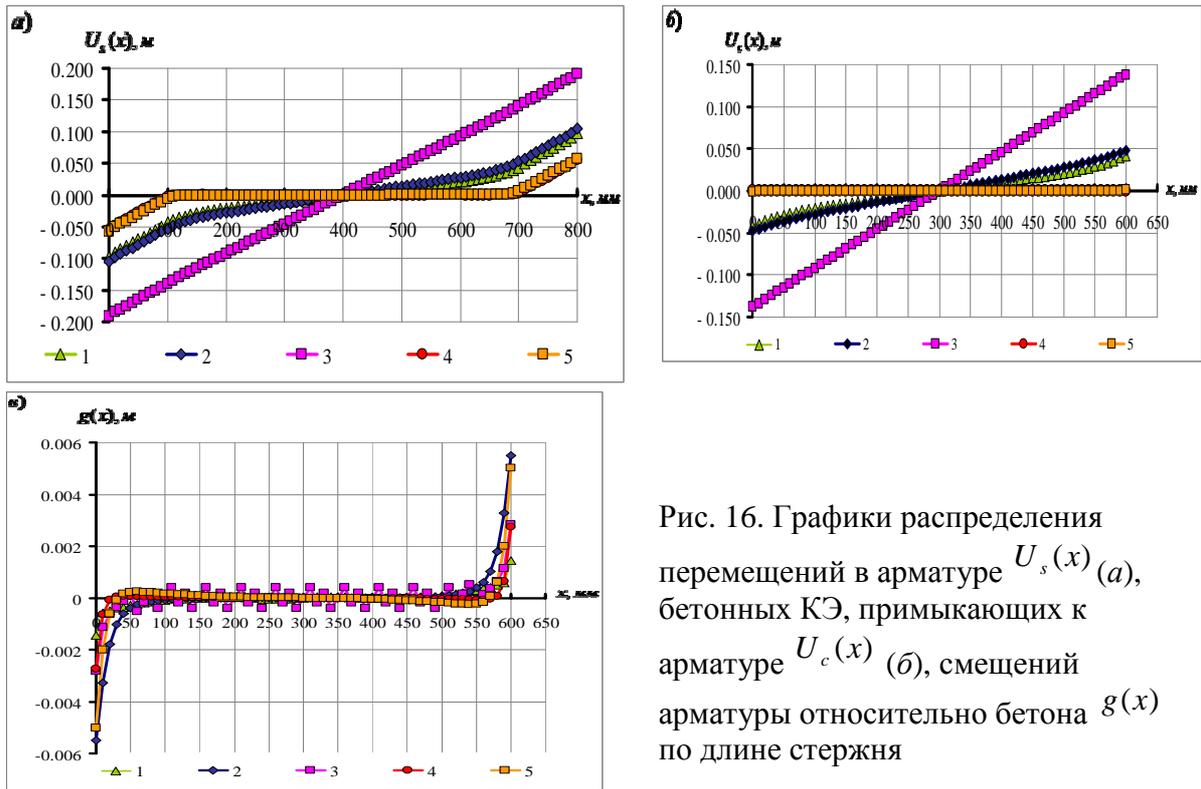


Рис. 16. Графики распределения перемещений в арматуре  $U_s(x)$  (а), бетонных КЭ, примыкающих к арматуре  $U_c(x)$  (б), смещений арматуры относительно бетона  $g(x)$  по длине стержня

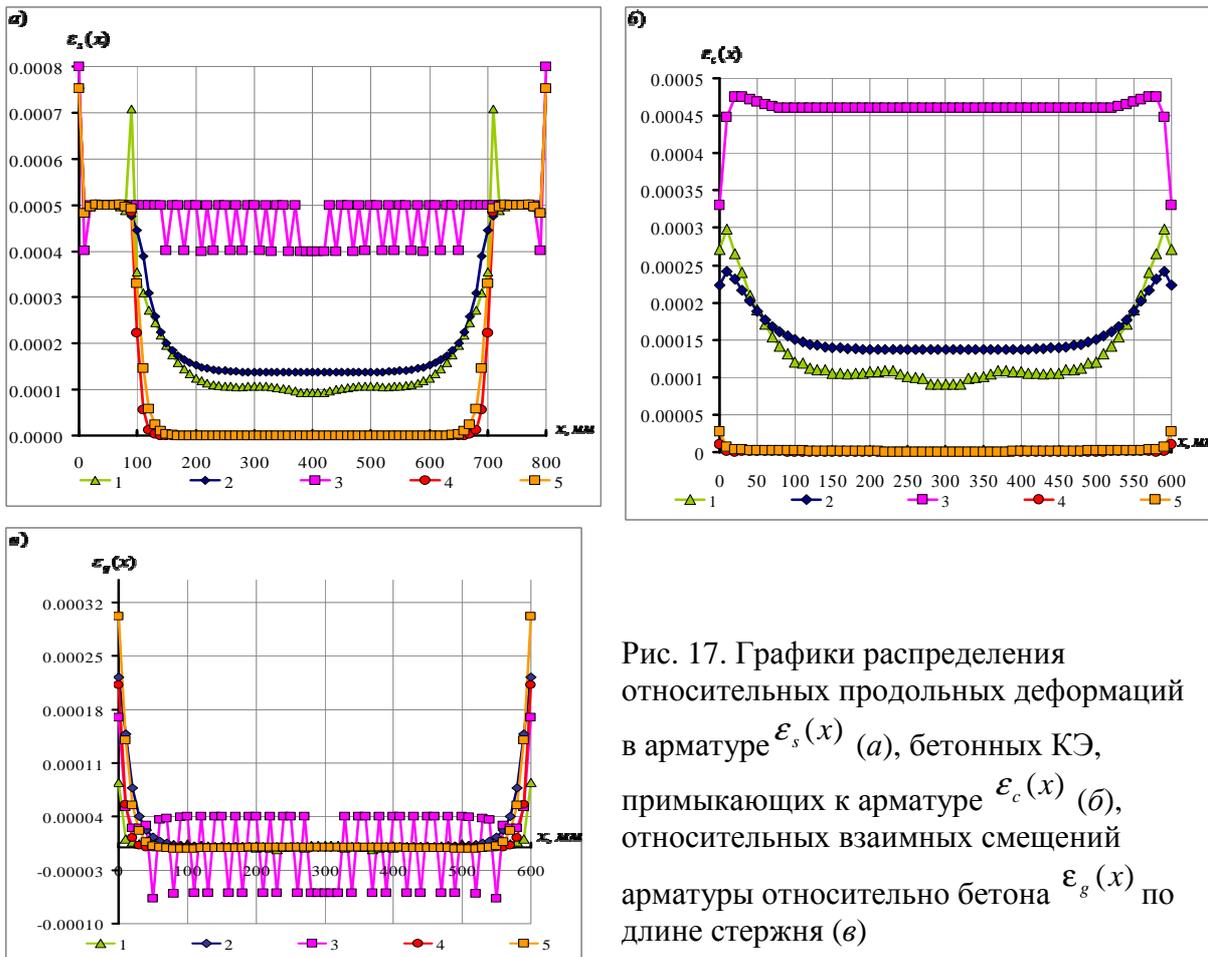


Рис. 17. Графики распределения относительных продольных деформаций в арматуре  $\epsilon_s(x)$  (а), бетонных КЭ, примыкающих к арматуре  $\epsilon_c(x)$  (б), относительных взаимных смещений арматуры относительно бетона  $\epsilon_g(x)$  по длине стержня (в)

2. Графики перемещения бетонной части торца  $U_c(x, y)$  исследуемого образца построены при упруго-пластической работе бетона и упругой работе арматуры для всех представленных моделей (рис. 14):

– кривая 1 (принята в дальнейшем для анализа в качестве эталона для процентного сравнения) имеет симметричный характер относительно оси длины стержня с центром симметрии, проходящем по горизонтальному геометрическому центру образца; при этом кривая выше уровня оси симметрии возрастает по всей оставшейся высоте образца, но до четверти высоты образца носит выпуклый характер, а на оставшейся части – вогнутый; что же касается нижней части образца, здесь наблюдается обратная тенденция – до нижней четверти высоты сечения кривая 1 вогнутая и плавно убывает, а на оставшейся части кривая 1 выпуклая;

– кривая 2 имеет симметричный характер относительно оси длины стержня с центром симметрии, проходящем по горизонтальному геометрическому центру образца; следует отметить, что по всей верхней части образца кривая плавно возрастает и носит вогнутый характер (максимальное отклонение составляет до 62,2 %), что же касается нижней части образца, здесь наблюдается обратная тенденция – кривая 2 плавно убывает по всей высоте нижней части конструкции и носит выпуклый характер (максимальное отклонение составляет до 12,2 %);

– кривая 3 имеет симметричный характер относительно оси длины стержня с центром симметрии, проходящем по горизонтальному геометрическому центру образца, носит такой же характер, как у кривой 2, но имеет существенное отклонение от кривой 1 (более чем в 4,5 раза в сторону увеличения перемещения бетонной части торца образца);

– кривая 4 имеет симметричный характер относительно оси длины стержня с центром симметрии, проходящим по горизонтальному геометрическому центру

образца; при этом на первой шестой части высоты верхней части образца кривая возрастает, а на оставшейся части высоты верхней части образца кривая плавно становится убывающей (максимальное отклонение составляет до 78,8 %); что же касается нижней части образца, здесь наблюдается обратная тенденция – кривая 4 плавно убывает на первой шестой части высоты нижней части образца, а на оставшейся части высоты нижней части образца кривая плавно становится возрастающей (максимальное отклонение составляет до 98 %);

– кривая 5, имеющая уменьшенную в 3 раза жесткость по сравнению с кривой 4, качественно не изменяет характер происходящего процесса и кривые 4 и 5 практически накладываются друг на друга на всем исследуемом участке (максимальное отклонение составляет до 20,4 % от кривой 4).

3. Графики распределения продольных усилий в арматуре  $N_s(x)$  по длине стержня  $x$  исследуемого образца построены при упруго-пластической работе бетона и упругой работе арматуры для всех представленных моделей (рис. 15, а). Для всех кривых характерным является то, что они имеют симметричный характер относительно вертикальной оси, проходящей по середине длины образца. При этом следует отметить, что:

– кривая 1 (принята в дальнейшем для анализа в качестве эталона для процентного сравнения); при этом на левой части образца кривая 1 носит убывающий характер, а на правой части – наоборот кривая плавно возрастает и остается выгнутой по всей длине образца;

– кривая 2 имеет такую же тенденцию, что и кривая 1 (максимальное отклонение составляет до 30,8 %), приближается к значению  $N_s(x) = 2kH$  по всей длине образца;

– кривая 3, характеризующая модель с КЭ284, пластинчатыми элементами сцепления и упруго-пластической работой

бетона с заданными КЭ284 элементами качественно аналогична кривым 1 и 2, но приближается к значению  $N_s(x) = 8кН$  по всей длине бетонного образца (максимальное отклонение составляет до 3,26 раза в сторону увеличения);

– кривая 4 качественно аналогична кривым 1 и 2, но уходит в отрицательную область и приближается к значению  $N_s(x) = -1кН$ ;

– кривая 5, имеющая уменьшенную в 3 раза жесткость по сравнению с кривой 4, качественно не изменяет характер происходящего процесса, и кривые 4 и 5 практически накладываются друг на друга на всем исследуемом участке (максимальное отклонение составляет до 24,1 % от кривой 4).

4. Графики распределения продольных усилий бетонных КЭ, примыкающих к арматуре  $N_c(x)$  по длине стержня  $x$  исследуемого образца, построены при упруго-пластической работе бетона и упругой работе арматуры для всех представленных моделей (рис. 15, б), имеют симметричный характер относительно вертикальной оси, проходящей по середине длины образца. При этом следует отметить, что:

– кривая 1 принята в дальнейшем для анализа в качестве эталона для процентного сравнения; при этом следует отметить, что кривая 1 меняет тенденцию на всем участке (то плавно возрастает, то плавно убывает симметрично вертикальной оси), но в целом приближается к прямой  $N_c(x) = 0,5кН$ ;

– кривая 2 возрастает в начале левого участка и потом плавно убывает до вертикальной симметричной оси, на правом участке кривая 2 плавно возрастает до края правого участка, а потом убывает (максимальное отклонение составляет до 46,2 %), приближается к значению  $N_c(x) = 0,3кН$  на середине длины образца (6/7 его длины);

– кривая 3 качественно аналогична кривой 1, но имеет значительно меньший градиент возрастания и убывания, приближается к значению  $N_c(x) = 0,1кН$ ;

– кривая 4 качественно аналогична кривой 3, но уходит в отрицательную область и приближается к значению  $N_s(x) = -0,15кН$  (максимальное отклонение составляет до 4,92 раза в сторону уменьшения);

– кривая 5 качественно аналогична кривой 2, но уходит в отрицательную область и приближается к значению  $N_s(x) = -0,3кН$  (максимальное отклонение составляет до 4,45 раза в сторону уменьшения).

5. Графики распределения перемещений в арматуре  $U_s(x)$  по длине стержня  $x$  исследуемого образца построены при упруго-пластической работе бетона и упругой работе арматуры для всех представленных моделей (рис. 16, а), имеют кососимметричный характер относительно вертикальной оси, проходящей по середине длины образца. При этом следует отметить, что:

– кривая 1 плавно возрастает, причем до начала бетонной призмы кривая носит выпуклый характер, а по всей длине бетонного образца меняет градиент увеличения почти в 2 раза; в правой части образца на промежутке длины бетонного образца кривая 1 возрастает, но уже с выгнутым характером кривой, причем в конце образца кривая увеличивает свой градиент до 2 раз;

– кривая 2 возрастает на всем участке, кривые 1 и 2 практически совпадают между собой (максимальное отклонение составляет до 50,9 % в середине элемента по длине), тогда как на остальном исследуемом участке отклонение не превышает 36,4 %;

– кривая 3 имеет линейную тенденцию возрастания на всем исследуемом участке, при этом максимальное отклонение составляет до 3,76 раза;

– кривая 4 качественно аналогична кривым 1 и 2, но имеет меньший градиент увеличения на всем исследуемом участке и приближается к оси абсцисс по всей длине бетонного образца (максимальное отклонение составляет до 100 % на краях арматурных стержней);

– кривая 5 имеет максимальное отклонение по значениям перемещений бетона  $U_s(x)$  до 94,3 %, т. е. по кривой 5 получены большие значения  $U_s(x)$ , чем по кривой 4.

6. Графики распределения перемещений бетонных КЭ, примыкающих к арматуре  $U_c(x)$  по длине стержня  $x$  исследуемого образца, построены при упруго-пластической работе бетона и упругой работе арматуры для всех представленных моделей (рис. 16, б), имеют кососимметричный характер относительно вертикальной оси, проходящей по середине длины образца. При этом следует отметить, что:

– кривая 1 плавно возрастает и имеет выпуклый характер на левой части бетонного образца и до вертикальной оси симметрии, в правой части образца кривая 1 возрастает, но уже с выгнутым характером кривой;

– кривая 2 возрастает на всем участке, кривые 1 и 2 практически накладываются друг на друга (максимальное отклонение составляет до 36,2 %) на всем исследуемом участке;

– кривая 3 имеет линейную тенденцию возрастания на всем исследуемом участке, при этом максимальное отклонение составляет до 4,2 раза на краях бетонного образца;

– кривая 4 имеет значительно меньший градиент увеличения на всем исследуемом участке и приближается к оси абсцисс по всей длине бетонного образца;

– кривая 5 имеет максимальное отклонение по значениям перемещений бетона  $U_c(x)$  до 80,6 %, т. е. по кривой 5

получены большие значения  $U_c(x)$ , чем по кривой 4.

7. Графики распределения смещений арматуры относительно бетона  $g(x)$  по длине стержня  $x$  исследуемого образца построены при упруго-пластической работе бетона и упругой работе арматуры для всех представленных моделей (рис. 16, в), имеют кососимметричный характер относительно вертикальной оси, проходящей по середине длины образца. При этом следует отметить, что:

– кривая 1 резко возрастает и имеет выпуклый характер в начале левого участка бетонного образца, после этого наблюдается тенденцию к убыванию на средней части образца (5/6 его длины), и на краю правого участка кривая резко возрастает и имеет вогнутый характер кривой;

– кривая 2 резко возрастает на краях образца и качественно имеет аналогичное направление, что и кривая 1 (максимальное отклонение составляет до 460 %) на всем исследуемом участке по длине стержня  $x$ ;

– кривая 3 резко возрастает на краях образца и качественно имеет аналогичное направление, что и кривая 1, но скачкообразно изменяет знак с положительного на отрицательный на середине длины образца (6/7 его длины);

– кривая 4 резко возрастает на краях образца и качественно имеет аналогичное направление, что и кривая 1, но скачкообразно изменяет знак с положительного на отрицательный на середине длины образца (6/7 его длины), максимальное отклонение составляет до 2,29 раза;

– кривая 5 отличается по значениям смещений (максимальное отклонение составляет до 79,6 % от кривой 4, значения взаимных смещений  $g(x)$  по кривой 5 значения, получаемые по кривой 4).

8. Графики распределения продольных относительных деформаций в арматуре  $\epsilon_s(x)$  по длине стержня  $x$  исследуемого

образца построены при упруго-пластической работе бетона и упругой работе арматуры для всех представленных моделей (рис. 17, а). Для всех кривых характерным является то, что они имеют симметричный характер относительно вертикальной оси, проходящей по середине длины образца. При этом следует отметить, что:

- кривая 1 носит убывающий характер, а на правой части, наоборот, кривая плавно возрастает и остается выгнутой по всей длине образца;

- кривая 2 имеет такую же тенденцию, что и кривая 1 (максимальное отклонение составляет до 47,4 % в сторону увеличения), приближается к значению  $\varepsilon_s(x) = 0,0001$  в середине длины образца;

- кривая 3 изменяется скачкообразно на 20 %, при этом кривая не отклоняется от величины продольных относительных деформаций в арматуре  $\varepsilon_s(x)$  в промежутке от 0,004 до 0,0005 (максимальное отклонение составляет до 4,1 раза в сторону увеличения);

- кривая 4 качественно аналогична кривым 1 и 2, но приближается и стремится к оси абсцисс (максимальное отклонение составляет до 100 % в сторону уменьшения);

- кривая 5 имеет в некоторых точках по длине достаточно большие расхождения (максимальное отклонение составляет до 100 % от кривой 4, значения продольных относительных деформаций  $\varepsilon_s(x)$  по кривой 5 больше значений, получаемых по кривой 4).

9. Графики распределения продольных относительных деформаций бетонных КЭ, примыкающих к арматуре  $\varepsilon_c(x)$  по длине стержня  $x$  исследуемого образца, построены при упруго-пластической работе бетона и упругой работе арматуры для всех представленных моделей (рис. 17, б). Для всех кривых характерным является то, что они имеют симметричный характер относительно вертикальной оси,

проходящей по середине длины образца. При этом следует отметить, что:

- кривая 1 на левой части образца носит в самом начале возрастающий, а потом убывающий характер, а на правой части, наоборот, кривая возрастает и остается выгнутой по всей длине образца, а на правом краю кривая убывает;

- кривая 2 имеет такую же тенденцию, что и кривая 1 (максимальное отклонение составляет до 24,3 % в сторону увеличения), приближается к значению  $\varepsilon_s(x) = 0,0001$  в середине длины образца;

- кривая 3 параллельна оси абсцисс (приближается к прямой  $\varepsilon_c(x) = 0,00045$ ) в средней части образца (4/6 его длины), а по краям имеет аналогичную тенденцию поведения, что и кривая 1, но имеет значительно (более чем в 4 раза) больший градиент с самых краев и более чем в 4 раза меньший градиент в началах и концах левого и правого участков соответственно;

- кривая 4 качественно аналогична кривым 1 и 2, но приближается и стремится к оси абсцисс и имеет в значительной степени меньшие значения относительных деформаций бетона  $\varepsilon_c(x)$ ;

- по кривой 5 получаем большие значения продольных относительных деформаций бетона  $\varepsilon_c(x)$  (максимальное отклонение составляет до 4 раз от кривой 4).

10. Графики распределения продольных относительных взаимных смещений арматуры относительно бетона  $\varepsilon_g(x)$  по длине стержня  $x$  исследуемого образца построены при упруго-пластической работе бетона и упругой работе арматуры для всех представленных моделей (рис. 17, в). Для всех кривых характерным является то, что они имеют симметричный характер относительно вертикальной оси, проходящей по середине длины образца. При этом следует отметить, что:

- кривая 1 на левой части образца носит в самом начале резко убывающий, а далее плавно убывающий характер, а на правой части – наоборот кривая плавно

возрастает и остается выгнутой по всей длине образца, а на правом краю кривая резко возрастает;

– кривая 2 имеет такую же тенденцию, что и кривая 1, приближается к значению  $\varepsilon_s(x) = 0,0001$  в середине длины образца;

– кривая 3 имеет тенденцию, аналогичную кривой 1, но в средней части образца (4/6 его длины) скачкообразно переходит из положительной области в отрицательную;

– кривая 4 качественно аналогична кривым 1 и 2, но приближается и стремится к оси абсцисс (максимальное отклонение составляет до 2,67 раза);

– по кривой 5, характеризующей модель со специальными стержневыми элементами сцепления КЭ264 и имеющей уменьшенную в 3 раза жесткость по сравнению с кривой 4, получены большие значения относительных взаимных смещений  $\varepsilon_g(x)$  (максимальное отклонение составляет 4 раза по сравнению с кривой 4).

### Список использованных источников

1. Белов, В. В. Диахронная модель деформирования коррозионно-поврежденных железобетонных элементов с трещинами [Текст] / В. В. Белов, С. Е. Никитин // Вестник гражданских инженеров. – 2011. – № 4. – С. 18–25.
2. Бондаренко, В. М. Расчетные модели силового сопротивления железобетона [Текст]: монография / В. М. Бондаренко, В. И. Колчунов. – М.: Издательство АСВ, 2004. – 472 с.
3. Карпенко, Н. И. Общие модели механики железобетона [Текст]: монография / Н. И. Карпенко. – М.: Стройиздат, 1996. – 416 с.
4. Левин, В. М. Математическое моделирование совместного деформирования арматурного стержня и бетона в окрестности изолированной трещины (применительно к модели дискретных трещин) [Текст] / В. М. Левин, Н. Ю. Рогожин // Вестник Донбасской национальной академии строительства и архитектуры. – 2015. – №3(113). – С. 5–7.
5. Холмянский, М. М. Контакт арматуры с бетоном [Текст]: монография / М. М. Холмянский. – М.: Стройиздат, 1981. – 184 с.
6. Kolchunov, V. I. The analytical core model formation of the nonlinear problem bond armature with concrete [Text] / V. I. Kolchunov, I. A. Yakovenko, E. A. Dmitrenko // Збірник наукових праць. Сер. Галузеве машинобудування, будівництво. – Полтава: ПолтНТУ, 2016. – Вып. 2(47). – С. 115–122.
7. Колчунов, В. И. Конечно-элементное моделирование нелинейной плоской задачи сцепления бетона и арматуры в ПК Лира-САПР [Текст] / В. И. Колчунов, И. А. Яковенко, Е. А. Дмитренко // Промислове будівництво та інженерні споруди. – 2016. – № 3. – С. 6–15.
8. Salnikov, A. The computational model of spatial formation of cracks in reinforced concrete constructions in torsion with bending [Text] / A. Salnikov, V. I. Kolchunov, I. Yakovenko // Applied Mechanics and Materials. – 2015. – Vol. 725–726. – P. 784–789.
9. Pokorný, P. Problems and normative evaluation of bond-strength tests for coated reinforcement and concrete [Text] / P. Pokorný, M. Kouřil, J. Stoutil, P. Bouška, P. Simon, P. Juránek // Materials and technology. – 2015. – № 49(6). – P. 847–856.
10. Torre-Casanova, A. Confinement effects on the steel–concrete bond strength and pull-out failure [Text] / A. Torre-Casanova, L. Jason, L. Davenne, X. Pinelli // Engineering Fracture Mechanics. – 2013. – Vol. 97. – P. 92–104.

---

Колчунов Володимир Іванович, д-р техн. наук, професор, професор кафедри комп'ютерних технологій будівництва, Навчально-науковий інститут Аеропортів, Національний авіаційний університет, академік Академії будівництва України. Тел.: +38(099)-555-35-14. E-mail: vlik52@mail.ru.

---

Яковенко Ігор Анатолійович, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних технологій будівництва, Навчально-науковий інститут Аеропортів, Національний авіаційний університет, докторант.

Тел.: +38(067)-440-19-39. E-mail: i2103@ukr.net.

Дмитренко Євгеній Анатолійович, аспірант кафедри комп'ютерних технологій будівництва, Навчально-науковий інститут Аеропортів, Національний авіаційний університет. Тел.: +38(095) 874-73-68.

E-mail: zdmitrenko@ya.ru.

Kolchunov Vladimir, Dr. Sc. science of building constructions, Professor, Professor of Computer technology building department Educational and Scientific Institute of Airport's National Aviation University, Academician of the Construction Academy of Ukraine. Tel.: +38(099)-555-35-14. E-mail: vlik52@mail.ru.

Yakovenko Igor, PhD. Sc. science of building constructions, Associate Professor of Computer technology building department Educational and Scientific Institute of Airport's National Aviation University, doctoral student.

Тел.: +38(067)-440-19-39. E-mail: i2103@ukr.net.

Dmitrenko Evgeniy, graduate student of building constructions of Computer technology building department Educational and Scientific Institute of Airport's National Aviation University. Тел.: +38(095)874-73-68.

E-mail: zdmitrenko@ya.ru.

Стаття прийнята 03.11.2016 р.